چشم‌انداز مدیریت صنعتی
شماره ۱۳ ـ بهار ۱۳۹۳
ص‌ص ۲۹ – ۹

مسئله مکان‌یابی یال هاب پوششی تحت شرایط اختلال

احسان نیک‌بخش*، سید حسام‌الدین ذگردی**

چکیده

شبکه‌های هاب یکی از انواع مهم شبکه‌های حمل‌ونقل هستند که در زمینه‌های مختلفی مانند حمل‌ونقل هوایی، پست و مخابرات کاربرد دارند. از ویژگی‌های مهم این شبکه‌ها، امکان وقوع اختلال در عملکرد آن‌ها به دلایلی ازقبیل ازکار افتادن تسهیل‌های هاب یا عدم دسترسی به یال‌های ارتباطی است. در این مطالعه، مسئله مکان‌یابی یال هاب پوششی با تخصیص چندگانه، تحت شرایط اختلال یال‌های هاب بررسی می‌شود. برای این مسئله، ابتدا یک مدل ریاضی جدید مبتنی‌بر روش برنامه‌ریزی شانس–محدود در برنامه‌ریزی تصادفی معرفی می‌شود و سپس نتایج محاسباتی حل مدل پیشنهادی برای مسائل نمونه مبتنی‌بر داده‌های حمل‌ونقل هوایی ایران و پست استرالیا ارائه می‌شوند. نتایج محاسباتی حاکی از اهمیت درنظرگیری اختلال پیش از طراحی شبکه‌های هاب و تغییر پیکربندی بهینه شبکه تحت شرایط اختلال است.

کلیدواژه‌ها: مکان‌یابی یال هاب؛ پوشش، برنامه‌ریزی تصادفی؛ برنامه‌ریزی شانس–محدود.

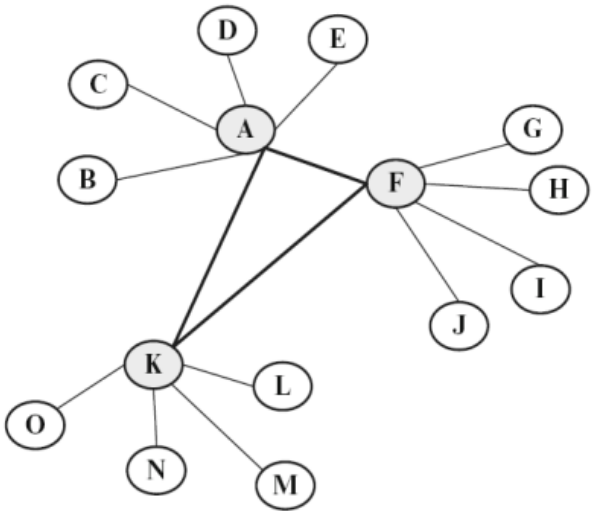
تاریخ دریافت مقاله:۹۲/۱۱/۲۱، تاریخ پذیرش مقاله: ۹۳/۳/۱۸

* دانشجوی دکتری، دانشگاه تربیت مدرس.
** دانشیار، دانشگاه تربیت مدرس (نویسنده مسئول).
E-mail: zegordi@modares.ac.ir

۱. مقدمه

ازدیدگاه اقتصادی، حمل‌ونقل نقش مهمی در توسعه اقتصادی کشورها دارد. از آنجا که به دلیل تعدد فعالیت‌های حمل‌ونقل، هزینه‌های حمل‌ونقل درصد بالایی از هزینه‌های لجستیک (بین ۳۰ تا ۶۰ درصد) را در برمی‌گیرد، کارآمدی سیستم‌های حمل‌ونقل از اهمیت بالایی برخوردار است. شبکه‌های هاب یکی از انواع متداول شبکه‌های حمل‌ونقل به‌شمار می‌روند که در سیستم‌های توزیع چندبه‌چند[1] کاربرد دارند. کاربرد این نوع شبکه در طراحی سیستم‌هایی است که حمل‌ونقل مستقیم بین مبادی و مقاصد صرفه اقتصادی نداشته باشد و استفاده از تسهیل‌های هاب به ایجاد صرفه اقتصادی از طریق متمرکزسازی جریان و حمل‌ونقل انبوه منجر شود. در این نوع شبکه، تسهیل هاب وظیفه انتقال، سوئیچ و مرتب‌سازی جریان محموله‌ها را بر عهده دارد.

اولین‌بار مسئله مکان‌یابی تسهیل هاب در اواسط دهه ۱۹۸۰ مطرح شد [۲۶] و پس از توسعه های متعدد ارائه گردید. هدف از این مسئله، در ساده‌ترین حالت ممکن، یافتن مکان تسهیل‌های هاب و تخصیص جریان تقاضا به تسهیل‌های هاب به نحوی است که معیارهای عملکرد (کمینه سازی هزینه یا بیشینه‌سازی سطح خدمت) بهینه شوند. تفاوت یک مسئله مکان‌یابی تسهیلات هاب با دیگر انواع مسئله‌های مکان‌یابی این است که در مسئله‌های مکان‌یابی تسهیلات هاب، حمل‌ونقل بین مبادی و مقاصد فقط از طریق گذر از حداقل یک و حداکثر دو تسهیل هاب امکان‌پذیر است [۱].



شکل ۱. ساختار یک شبکه هاب فرضی با سه تسهیل هاب

1. Many-to-Many

یکی از مسائل طراحی شبکه، مسئله مکان‌یابی یال هاب است که توسعه مسئله مکان‌یابی تسهیلات هاب کلاسیک است. تفاوت این مسئله با مسئله مکان‌یابی تسهیلات هاب کلاسیک این است که تمامی مسیرهای ممکن بین تسهیل‌های هاب از قبل وجود ندارد و استفاده از آن‌ها به هزینه معین یا تعداد مشخصی یال هاب[1] محدود است؛ بنابراین این مسئله به تعیین هم‌زمان مکان هاب‌ها، برقراری ارتباط بین هاب‌ها (انتخاب یال هاب) و مسیریابی جریان می‌پردازد [۵، ۶]. کاربرد این مسئله در طراحی شبکه‌های حمل‌ونقل هوایی، دریایی، پستی و مخابراتی است و برقراری ارتباط بین‌ها هاب‌ها نیازمند سرمایه‌گذاری اولیه برای ایجاد مسیر است؛ برای مثال در حمل‌ونقل هوایی برقراری ارتباط بین فرودگاه‌های اصلی که دور از یکدیگر هستند، باید از هواپیماهای بزرگ‌تری نسبت به هواپیماهای مورد استفاده در مسافت‌های کوتاه‌تر استفاده شود.

یکی از انواع ریسک‌هایی که شبکه‌های حمل‌ونقل به آن‌ها مبتلا هستند، اختلال است که باعث برهم ریخته شدن و افت شدید عملکرد سیستم به‌صورت غیرقابل پیش‌بینی می‌شوند. اختلال‌ها در شبکه‌های حمل‌ونقل و مخابراتی تحت تأثیر عوامل مختلفی، مانند اشکالات فنی، بحران‌های اقتصادی، بلایای طبیعی، جنگ و حملات تروریستی و اعتصاب‌های کارگری اتفاق می‌افتند [۳۰]. در این میان، شبکه‌های هاب به‌دلیل ساختار طراحی متمرکز و انعطاف‌پذیری پایین، درمقابل اختلال بسیار آسیب‌پذیر هستند. از آنجا که پس از وقوع اختلال در یک شبکه هاب، منابع کمی برای مواجهه با اختلال وجود دارد، با سرمایه‌گذاری اضافی هنگام طراحی اولیه یک شبکه هاب می‌توان عملکرد مطلوب آن را پس از وقوع اختلال تضمین کرد [۱].

در این تحقیق، مسئله مکان‌یابی یال هاب پوششی با درنظر گرفتن تخصیص چندگانه و اختلال در عملکرد یال‌های هاب بررسی می‌شود. کاربرد این مسئله در طراحی شبکه‌های هابی است که برای استفاده از صرفه اقتصادی حمل‌ونقل هاب‌به‌هاب باید مسیرهای بین هابی با پرداخت هزینه‌ای ایجاد شود؛ ولی یال‌های هاب با احتمال مشخصی دربرابر اختلال آسیب‌پذیر هستند. برای این مسئله، یک مدل ریاضی جدید برپایه برنامه‌ریزی شانس–محدود[2] ارائه می‌شود. نتایج محاسباتی حل مدل پیشنهادی برای داده‌های مسئله‌های نمونه حمل‌ونقل هوایی ایران و پست استرالیا نشان‌دهنده تأثیر غیرقابل چشم‌پوشی اختلال بر عملکرد شبکه و پیکربندی آن است.

ساختار ادامه این مقاله به شرح زیر خواهد بود: ابتدا در بخش ۲ مبانی نظری و پیشینه پژوهش تشریح می‌شوند. آنگاه، در بخش ۳ روش‌شناسی پژوهش در قالب تعریف مسئله و مدل ریاضی پیشنهادی ارائه می‌شود. سپس، در بخش ۴ داده‌ها و یافته‌های پژوهش در قالب نتایج محاسباتی حل مدل پیشنهادی با استفاده از مسائل نمونه مبتنی‌بر داده‌های حمل‌ونقل هوایی

1. Hub Arc
2. Chance-Constrained Programming

ایران و پست استرالیا، برای بررسی اثر اختلال بر عملکرد شبکه هاب و پیکربندی آن تحلیل شده و توصیه‌های مدیریتی مرتبط ارائه می‌شوند. سرانجام، در بخش ۵ ضمن نتیجه‌گیری از تحقیق انجام‌شده، زمینه‌های تحقیقاتی آتی معرفی می‌شوند.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

تاکنون مدل‌های ریاضی متنوعی برای مسئله‌های مکان‌یابی تسهیلات هاب ارائه شده‌اند که از آن جمله می‌توان به مدل مکان‌یابی میانه[1] p- تسهیل هاب با تخصیص یگانه و چندگانه، مدل مکان‌یابی میانه تسهیل هاب با هزینه‌های ثابت، مدل مکان‌یابی مرکز[2] p- تسهیل هاب با تخصیص‌های یگانه و چندگانه و مدل مکان‌یابی پوشش تسهیلات هاب اشاره کرد. برای مروری جامع بر مدل‌های ریاضی مکان‌یابی تسهیلات هاب به منبع شماره ۱۷ و برای آشنایی با آخرین مطالعات انجام‌شده درمورد مدل‌های مکان‌یابی هاب به منابع شماره ۲، ۷ و ۱۴ مراجعه کنید. در ادامه این بخش، مروری بر آخرین تحقیقات انجام‌شده مرتبط با مسئله تحقیق انجام می‌شود.

از میان مدل‌های مطرح در پیشینه تحقیق مسائل مکان‌یابی تسهیلات هاب، مدل‌های مکان‌یابی پوششی تسهیلات هاب [۱۲] به بررسی حالتی می‌پردازند که یک تقاضای انتقال محموله در صورت قرارگیری در شرایط مشخصی نسبت به تسهیل‌های هاب، پوشش داده‌شده تلقی می‌شود. برای تحت پوشش قرار گرفتن جریان تقاضای بین یک مبداء و یک مقصد می‌توان سه حالت زیر را تصور کرد [۲]:

۱. هزینه انتقال از مبدأ به مقصد از طریق تسهیل‌های هاب از مقدار معینی تجاوز نکند؛

۲. هزینه هریک از یال‌های روی مسیر انتقال از مبدأ به مقصد توسط تسهیل‌های هاب، از یک مقدار مشخص تجاوز نکند؛

۳. هزینه انتقال روی هریک از یال‌های مبدأ- هاب و هاب- مقصد از مقدار مشخصی تجاوز نکند.

گفتنی است که در بیشتر تحقیقات، تعریف پوشش براساس معیار اول انجام شده است. در پیشینه تحقیق، تاکنون توسعه‌های متنوعی برای حالت کلاسیک مسئله مکان‌یابی تسهیلات هاب پوششی [۴] ارائه شده است؛ ازجمله بهبود مدل ریاضی [۳۱]، ابهام در شعاع پوشش]۲۳[، تحلیل اثر ازدحام توسط مدل صف $M/M/c$ [۲۴]، تسهیل‌های هاب پشتیبان با درنظر گرفتن پراکندگی تسهیلات تحت شرایط قطعی [۱۵]، مدل چندهدفه [۲۵] و شبکه‌های غیرکامل [۳، ۱۰].

1. Median
2. Center

یکی از توسعه‌های مهم مسائل مکان‌یابی تسهیلات هاب، مسئله مکان‌یابی یال هاب [۵] است. باوجود مفروض منطبق‌بر دنیای واقعی این مسئله که در آن محدود بودن یا هزینه استفاده از یال‌های هاب درنظر گرفته می‌شود، توجه کمتری به این مسئله نسبت به دیگر انواع مسائل مکان‌یابی تسهیلات هاب شده است. ازجمله تحقیقات انجام‌شده درمورد این مسئله عبارت‌اند از: به انتخاب تعداد محدودی یال هاب [۶]، ساختار شبکه ستاره‌ای با ظرفیت یال‌ها [۳۲]، هزینه‌های ثابت و متغیر استفاده از یال‌های هاب و رقابت آینده‌نگر با استفاده از تعادل استکلبرگ [۲۸].

یکی از جنبه‌های مهم مسائل مکان‌یابی تسهیلات هاب، امکان رخ دادن اختلال در عملکرد تسهیلات و یال‌های ارتباطی است. اولین‌بار مسئله بیشینه‌سازی پایایی کل یک شبکه کامپیوتری هاب p- تسهیلاتی را با درنظرگیری تخصیص یگانه و چندگانه بررسی و دو مدل ریاضی حداکثر پایایی p- تسهیلاتی و پراکندگی اجباری p- تسهیلاتی برای آن ارائه کرده‌اند [۲۱]. سپس مدل‌های بالا را با فرض امکان نصب q تجهیز تقویتی، توسعه داده‌اند [۲۰]. در تحقیقی دیگر، وقوع اختلال‌های عمدی در یک شبکه هاب p- تسهیلاتی را به‌وسیله برنامه‌ریزی دوسطحی مدل و مدل حاصل را توسط یک روش فراابتکاری حل کرده‌اند [۲۷]. در پژوهشی دیگر، مسئله مکان‌یابی تسهیلات هاب پوششی را به‌صورت چندهدفه، با دو هدف کمینه‌سازی هزینه حمل‌ونقل و مجموع تعداد یال‌های مورد استفاده در شبکه و نیز محدودیت حداقل پایایی هر مسیر مدل‌سازی و توسط یک الگوریتم ژنتیک حل نموده‌اند [۱۱]. در پژوهشی، مسئله مکان‌یابی تسهیلات هاب با ظرفیت محدود و تخصیص یگانه تحت شرایط اختلال در عملکرد تسهیلات و عدم قطعیت تقاضا، با استفاده از یک مدل بهینه‌سازی استوار بازه‌ای مدل و مدل پیشنهادی توسط یک الگوریتم ممتیک حل شده است [۱].

با وجود توجه محققین به طراحی شبکه‌های هاب تحت شرایط تصادفی با استفاده از مدل‌های چندمرحله‌ای در برنامه‌ریزی تصادفی [۹، ۳۳، ۳۴]، تاکنون توجه چندانی به مدل‌های شانس- محدود در برنامه‌ریزی تصادفی نشده است. در یکی از تحقیقات انجام‌شده، مسئله مکان‌یابی فرودگاه‌ها با فرض خاصیت صف M/D/c برای تسهیل‌های هاب به‌صورت برنامه‌ریزی شانس- محدود مدل شده و یک الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه برای آن ارائه شده است [۲۲]. در تحقیقی دیگر، محققین برای مسئله مکان‌یابی مرکز p- تسهیل هاب یک مدل برنامه‌ریزی شانس- محدود برای مدل‌سازی عدم نقض محدودیت حداکثر زمان تحویل کالاها با فرض توزیع نرمال برای زمان‌های حمل‌ونقل پیشنهاد کرده و آن را توسط روش‌های ابتکاری حل نموده‌اند [۲۹].

در این تحقیق، مسئله مکان‌یابی یال هاب پوششی با درنظرگیری تخصیص چندگانه و اختلال در عملکرد یال‌های هاب بررسی می‌شود. فرض می‌شود که برای ایجاد ارتباط بین هاب‌ها باید هزینه‌ای ثابت پرداخته شود؛ ولی یال‌های انتخاب‌شده در معرض وقوع اختلال و ازکار افتادن کامل هستند. طبق پیشینه تحقیق مسائل مکان‌یابی یال هاب، این مسئله تاکنون تحت شرایط اختلال مورد بررسی قرار نگرفته است. در نزدیک‌ترین تحقیق انجام‌شده، محققین مسئله مکان‌یابی تسهیلات هاب پوششی را تحت شرایط قطعی با درنظرگیری سه مفروض تخصیص چندگانه، حداقل تعداد دفعات پوشش و پراکندگی تسهیلات هاب بررسی کرده‌اند [۱۵]. کاربرد این مسئله را می‌توان در طراحی شبکه‌های هابی، مانند شبکه‌های مخابراتی دانست که به‌دلیل خرابی تجهیزات دچار اختلال در عملکرد یال‌های ارتباطی هستند. برای این مسئله، یک مدل ریاضی جدید برپایه برنامه‌ریزی شانس- محدود ارائه می‌شود. نتایج محاسباتی حل مدل پیشنهادی برای داده‌های مسئله‌های نمونه حمل‌ونقل هوایی ایران و پست استرالیا نشان‌دهنده تأثیر غیرقابل چشم‌پوشی اختلال بر عملکرد شبکه و پیکربندی آن است.

۳. روش‌شناسی پژوهش

تعریف مسئله. یک گراف کامل متشکل از تعدادی گره را درنظر بگیرید. فرض می‌شود تقاضای حمل‌ونقل بین گره‌های مبداء و مقصد به‌شکلی وجود دارد که امکان انتقال مستقیم آن بین مبادی و مقاصد وجود نداشته باشد. در چنین شرایطی، تقاضای حمل‌ونقل بین هر جفت مبداء و مقصد به‌شکلی مسیریابی می‌شود که از حداقل یک و حداکثر دو تسهیل هاب با ظرفیت نامحدود بگذرد. همچنین فرض می‌شود تقاضای حمل‌ونقل بین هر جفت مبداء و مقصد را می‌توان به چندین جفت تسهیل هاب تخصیص داد. در مسئله موردنظر، هر جریان انتقال بین یک جفت گره مبداء و مقصد تحت پوشش درنظر گرفته می‌شود؛ اگر هزینه انتقال از مبدأ به مقصد برای هر محموله توسط تسهیل‌های هاب از مقدار معینی تجاوز نکند.

فرض می‌شود برای هر یال هاب احتمال رخ دادن اختلال در عملکرد آن با مقداری مشخص و مستقل از دیگر یال‌های هاب وجود دارد. پس از رخ دادن اختلال در یک یال هاب، آن یال هاب دیگر امکان خدمت‌دهی به تقاضای حمل‌ونقل تخصیص داده‌شده به آن را نخواهد داشت. با توجه به وجود امکان رخ دادن اختلال در یال‌های هاب، هدف از طراحی سیستم این است که احتمال تحت پوشش قرار نگرفتن تقاضای جریان بین هر جفت گره مبداء و مقصد از مقدار معینی تجاوز نکند؛ به این ترتیب، مسئله مکان‌یابی یال هاب پوششی با تخصیص چندگانه تحت شرایط اختلال یال‌های هاب را می‌توان به این صورت تعریف کرد: «تعیین مکان تسهیل‌های هاب با ظرفیت نامحدود و انتخاب یال‌های متصل‌کننده تسهیل‌های هاب، تحت شرایط امکان

رخ دادن اختلال در یال‌های هاب با هدف کمینه‌سازی مجموع هزینه گشایش تسهیلات هاب و ایجاد یال‌های بین‌هابی به‌طوری که جریان حمل‌ونقل بین گره‌های مبداء و مقصد با حداقل احتمال مشخصی برقرار باشد». مفروضات اصلی مسئله عبارت‌اند از:

۱. هدف کمینه‌سازی مجموع هزینه گشایش تسهیل‌هاب و انتخاب یال‌های هاب است؛

۲. هزینه انتقال از مبدأ به مقصد برای هر محموله نباید از مقدار معینی تجاوز کند؛

۳. ظرفیت تسهیلات هاب به قدر کافی بزرگ (به عبارت دیگر، نامحدود) تلقی می‌شود؛

۴. در گراف جواب، هیچ دو نقطه مبدأ و مقصدی به‌صورت مستقیم به یکدیگر وصل نیستند و حمل‌ونقل بین هر دو نقطه فقط از طریق گذر از حداقل یک و حداکثر دو تسهیل هاب امکان‌پذیر است؛

۵. تقاضای حمل‌ونقل بین هر مبدأ و مقصد مقداری قطعی و قابل تخصیص به چندین جفت تسهیل‌هاب است؛

۶. پس از وقوع اختلال در هر یال هاب، آن یال هاب قادر به پاسخ‌گویی به تقاضای تخصیص داده‌شده به آن نخواهد بود. این پیشامد در هر یال هاب مقدار احتمال مشخصی دارد و از پیشامد وقوع اختلال در دیگر یال‌های هاب مستقل است؛

۷. احتمال تحت پوشش قرار نگرفتن تقاضای جریان بین هر مبدأ و مقصد نباید از مقدار معینی تجاوز کند.

مدل ریاضی پیشنهادی. در این بخش، مدل ریاضی مسئله تحقیق برپایه برنامه‌ریزی شانس- محدود برای مسئله مکان‌یابی یال هاب پوششی با تخصیص چندگانه تحت شرایط اختلال ارائه می‌شود. در رویکرد مدل‌سازی شانس- محدود، به‌عنوان شاخه‌ای از برنامه‌ریزی تصادفی، سعی می‌شود جواب‌هایی به‌دست آیند که با میزان احتمال مشخصی در تمامی حالات برای محدودیت‌ها صدق کند [۸]. معمولاً از این مدل‌ها در زمانی که امکان تعیین هزینه تصحیح و یا اقدامات اصلاحی برای رفع مشکلات ناشی از پارامترهای تصادفی وجود نداشته باشد، استفاده می‌شود. پیش از ارائه توضیحات بیشتر، ابتدا نمادگذاری مورد استفاده برای مدل‌سازی مسئله معرفی می‌شود:

I: مجموعه نقاط مبدأ و مقصد؛

K: مجموعه مکان بالقوه تسهیلات هاب؛

α: ضریب صرفه اقتصادی حمل‌ونقل بین دو تسهیل هاب؛

θ: شعاع پوشش (حداکثر طول) مسیر بین مبادی و مقاصد (جریان تقاضای بین مبداء و مقصد iام و jام تحت پوشش تسهیل‌های هاب مستقر در مکان‌های بالقوه kام و mام قرار دارد؛ اگر $C_{ik}+\alpha C_{km}+C_{mj}\le\theta$)؛

f_k : هزینه گشایش تسهیل هاب در مکان بالقوه kام، $k\in K$؛

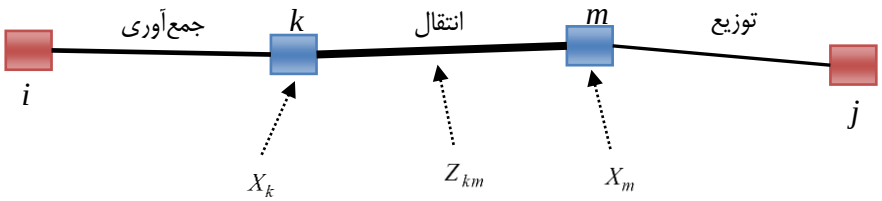
f'_k : هزینه ایجاد یال هاب بین دو هاب مستقر در مکان‌های بالقوه kام و mام، $k,m\in K$؛

C_{ik}: هزینه حمل‌ونقل بین گره iام و گره kام، $i,k\in I$.

در مسئله مکان‌یابی یال هاب پوششی، هر تقاضای حمل‌ونقل بین یک جفت مبداء و مقصد از حداکثر سه یال در شبکه می‌گذرد (شکل ۲). این یال‌ها شامل یال‌های متصل‌کننده مبدأ به تسهیل هاب اول (یال‌های پره[1])، متصل‌کننده تسهیل هاب اول به تسهیل هاب دوم (یال‌های هاب) و متصل‌کننده تسهیل هاب دوم به مقصد (یال‌های پره) هستند. در شیوه مدل‌سازی ریاضی پیشنهادی، از دو متغیر تصمیم به شرح زیر برای مدل‌سازی تصمیم‌های انتخاب مکان تسهیل‌های هاب و یال‌های هاب استفاده می‌شود (شکل ۲):

X_k : متغیر صفر و یک عدم استقرار یا استقرار تسهیل هاب در مکان بالقوه kام، $k\in K$؛

Z_{km}: متغیر صفر و یک عدم ایجاد یا ایجاد یال هاب مابین هاب‌های مستقر در مکان‌های بالقوه kام و mام، $k,m\in K$.



شکل ۲. ساختار متغیرهای تصمیم در شبکه هاب برپایه مدل ریاضی پیشنهادی

در مدل شانس- محدود پیشنهادی باید درمورد تمامی متغیرهای تصمیم مکان‌یابی تسهیلات هاب و انتخاب یال‌های هاب، پیش از تحقق یافتن مقادیر پارامترهای تصادفی مدل (اختلال یال‌های هاب) تصمیم‌گیری شود. همچنین محدودیت پوشش جریان تقاضا باید همیشه با حداقل احتمال مشخصی مانند β، برقرار باشد. در این تحقیق، نحوه مدل‌سازی احتمال رخ دادن اختلال در یال‌های هاب بر این مفروض استوار است که عملکرد ارتباطی بین هر دو تسهیل هاب

1. Spoke

مستقل از بقیه با یک احتمال مشخص، مانند q، دچار اختلال می‌شود. این مفروض ضمن کمک به ساده‌سازی فهم مسئله و مدل‌سازی آن، از غیرخطی شدن مدل ریاضی جلوگیری می‌کند.

برای ایجاد مدل ریاضی مسئله تحقیق، ابتدا نحوه ایجاد محدودیت پوشش تقاضا و سپس نحوه ایجاد معادل شانس- محدود محدودیت پوشش تقاضا توضیح داده می‌شود.

ابتدا برای ایجاد محدودیت پوشش تقاضا، مسیرهای معتبر در شبکه به دو دسته کلی مسیرهای دارای یک تسهیل هاب (VR^1) و مسیرهای دارای دو تسهیل هاب (VR^2) تقسیم می‌شود [۳۱]. چنانچه یک جفت مبداء و مقصد مانند i و j درنظر گرفته شود، شرط اینکه تسهیل هاب k به‌تنهایی یک مسیر معتبر برای انتقال کالا بین مبداء و مقصد مانند i و j باشد، این است که طول مسیر سفر از طریق این تک تسهیل از شعاع پوشش (حداکثر طول مسیر) کمتر باشد. به این ترتیب می‌توان مجموعه VR^1 را برای جفت مبداء و مقصد i و j به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$VR_{ij}^1 = \left\{ k \in K \middle| d_{ik} + d_{kj} \le \theta \right\}$$

به‌صورت مشابه، شرط اینکه دو تسهیل هاب k و m مسیر معتبری برای مبداء و مقصد i و j باشند، این است که طول مسیر سفر از طریق این دو تسهیل، از شعاع پوشش کمتر باشد. بدیهی است که چنانچه طول مسیر سفر از طریق هریک از تسهیل‌های هاب k یا m به‌تنهایی کمتر از طول مسیر سفر از طریق هر دوی آن‌ها باشد، مسیر گذرنده از هر دو تسهیل k و m دیگر مسیر معتبری محسوب نخواهد شد. به این ترتیب می‌توان مجموعه VR^2 را برای جفت مبداء و مقصد i و j به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$VR_{ij}^2 = \left\{ k,m \in K \middle| \begin{matrix} k < m,\ k,m \notin VR_{ij}^1,\ d_{ik} + \alpha d_{km} + d_{kj} \le \theta \\ \text{or } d_{im} + \alpha d_{mk} + d_{kj} \le \theta \end{matrix} \right\}$$

با توجه به اینکه جریان تقاضای حمل‌ونقل بین یک جفت مبداء و مقصد باید حداقل توسط یک مسیر تحت پوشش قرار بگیرد، محدودیت پوشش تقاضا به‌صورت زیر نمایش داده می‌شود:

$$\sum_{k \in VR_{ij}^1} X_k + \sum_{(k,m) \in VR_{ij}^2} Z_{km} \ge 1 \qquad \forall i,j \in I \qquad (۱)$$

حال برای مدل‌سازی مسئله مکان‌یابی یال هاب پوششی با تخصیص چندگانه با روش شانس- محدود، معادل شانس- محدود محدودیت پوشش تقاضا ۱ به‌صورت زیر نوشته می‌شود:

$$P\left\{\sum_{k\in VR_{ij}^1} X_k + \sum_{(k,m)\in VR_{ij}^2} Z_{km} \geq 1\right\} \geq \beta \qquad \forall i, j \in I \qquad (۲)$$

محدودیت بالا به این معنی است که در $\beta 100$ درصد موارد، محدودیت $\sum_{k\in VR_{ij}^1} X_k + \sum_{(k,m)\in VR_{ij}^2} Z_{km} \geq 1$ باید صدق کند. اگر کل جریان تقاضای بین دو گره به مجموعاً r جفت تسهیل هاب تخصیص داده شده باشد، با فرض استقلال احتمال رخ دادن اختلال در عملکرد ارتباطی هر جفت تسهیل هاب، احتمال برآورده نشدن تقاضا برابر با q^r خواهد بود. باتوجه به توضیح بالا، محدودیت شانس- محدود ۲ را می‌توان طبق لم زیر بازنویسی کرد:

لم: برای هر جفت گره مبداء و مقصد مانند i و j، معادل محدودیت شانس محدود $P\left\{\sum_{k\in VR_{ij}^1} X_k + \sum_{(k,m)\in VR_{ij}^2} Z_{km} \geq 1\right\} \geq \beta$ به‌صورت محدودیت زیر است:

$$\sum_{k\in VR_{ij}^1} \left\lceil \ln(1-\beta)/\ln(q) \right\rceil X_k + \sum_{(k,m)\in VR_{ij}^2} Z_{km} \geq \left\lceil \ln(1-\beta)/\ln(q) \right\rceil \qquad (۳)$$

اثبات. اگر جریان تقاضای حمل‌ونقل بین یک جفت مبداء و مقصد تحت پوشش r جفت تسهیل هاب باشد و احتمال رخ دادن اختلال در یال‌های هاب برابر با q و مستقل از یکدیگر باشد، احتمال برآورده نشدن تقاضای آن جفت مبداء و مقصد برابر با q^r خواهد بود. به این ترتیب، مقدار احتمال $P\left\{\sum_{k\in VR_{ij}^1} X_k + \sum_{(k,m)\in VR_{ij}^2} Z_{km} \geq 1\right\}$ برابر خواهد بود با مقدار $1-q^{\left(\sum_{k\in VR_{ij}^1} X_k + \sum_{(k,m)\in VR_{ij}^2} Z_{km}\right)}$ و $P\left\{\sum_{k\in VR_{ij}^1} X_k + \sum_{(k,m)\in VR_{ij}^2} Z_{km} \geq 1\right\} \geq \beta$ را می‌توان با نامعادله $1-q^{\left(\sum_{k\in VR_{ij}^1} X_k + \sum_{(k,m)\in VR_{ij}^2} Z_{km}\right)} \geq \beta$ جایگزین کرد. با گرفتن لگاریتم از طرفین این نامعادله خواهیم داشت:

$$\sum_{k\in VR_{ij}^1} X_k + \sum_{(k,m)\in VR_{ij}^2} Z_{km} \geq \left\lceil \ln(1-\beta)/\ln(q) \right\rceil \qquad (۴)$$

با توجه به اینکه فرض می‌شود تسهیل‌های هاب دچار اختلال نمی‌شوند، چنانچه جریان تقاضای حمل‌ونقل بین یک جفت مبداء و مقصد تحت پوشش یک تک تسهیل هاب قرار بگیرد، آن جفت مبداء و مقصد با احتمال یک همیشه تحت پوشش قرار خواهد داشت؛ بنابراین محدودیت بالا را می‌توان به‌صورت زیر تصحیح کرد:

$$\sum_{k\in VR_{ij}^{1}}\left\lceil \ln(1-\beta)/\ln(q)\right\rceil X_k+\sum_{(k,m)\in VR_{ij}^{2}} Z_{km}\geq\left\lceil \ln(1-\beta)/\ln(q)\right\rceil \qquad (۵)$$

اثبات کامل است.

با توجه به توضیحات بالا و تعریف Γ به‌عنوان مقدار $\left\lceil \ln(1-\beta)/\ln(q)\right\rceil$، مدل ریاضی شانس- محدود پیشنهادی برای مسئله مکان‌یابی یال هاب پوششی با تخصیص چندگانه تحت شرایط اختلال یال‌های هاب، به‌صورت زیر خواهد بود:

$$Minimize \quad \sum_{k\in K} f_k X_k+\sum_{k\in K}\sum_{m\in K} f'_{km} Z_{km} \qquad (۶)$$

در رابطه با:

$$\sum_{k\in VR_{ij}^{1}}\Gamma X_k+\sum_{(k,m)\in VR_{ij}^{2}} Z_{km}\geq\Gamma \qquad \forall i,j\in I \qquad (۷)$$

$$Z_{km}\leq X_k \;\; \forall k,m\in K \,\&\, k<m \qquad (۸)$$

$$Z_{km}\leq X_m \;\; \forall k,m\in K \,\&\, k<m \qquad (۹)$$

$$X_k\in\{0,1\} \qquad \forall k\in K \qquad (۱۰)$$

$$Z_{km}\in\{0,1\} \qquad \forall k,m\in K \,\&\, k<m \qquad (۱۱)$$

در مدل ریاضی بالا، تابع هدف ۶ سعی در کمینه‌سازی مجموع هزینه گشایش تسهیلات و ایجاد یال‌های بین تسهیلات هاب دارد. محدودیت ۷ باعث می‌شود که جریان تقاضای بین هر جفت مبداء و مقصد با احتمالی حداقل برابر با β تحت پوشش قرار بگیرد. برای تحقق حداقل احتمال این پوشش، باید حداقل یک مسیر تک تسهیلی یا Γ مسیر دو تسهیلی بین هر دو مبداء و مقصد برقرار شود. محدودیت‌های ۸ و ۹ باعث می‌شوند متغیر ایجاد یال بین دو تسهیل هاب تنها درصورت گشایش تسهیل‌های هاب متناظر آن یال بتواند مقدار یک به خود بگیرد. سرانجام، محدودیت‌های ۱۰ و ۱۱ نوع متغیرهای تصمیم را بیان می‌کنند. در پایان این بخش، لازم به ذکر است که با تعریف مناسب مجموعه‌های VR^1 و VR^2، مدل پیشنهادی توانایی درنظرگیری شرط های پوشش نوع دوم و سوم را نیز دارد.

٤. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این بخش، نتایج تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش در قالب نتایج محاسباتی حل مدل ریاضی پیشنهادی (۶- ۱۱) با هدف بررسی اثر اختلال بر عملکرد و پیکربندی شبکه هاب ارائه می‌شوند. به این منظور، از دو دسته مسائل نمونه موجود در پیشینه تحقیق استفاده می‌شود. دسته اول

مسئله‌های نمونه پست استرالیا (AP) هستند که طبق اطلاعات شرکت پست استرالیا در ۲۰۰ نقطه مبادلاتی در شهر سیدنی ایجاد شده‌اند [۱۳]. این مسئله‌های نمونه دارای اطلاعات مربوط به حجم سفر و مسافت بین گره‌های شبکه، هزینه ثابت گشایش تسهیلات و ظرفیت تسهیلات هستند. از ویژگی‌های مهم داده‌های AP می‌توان به عدم تقارن داده‌های حجم سفر و وجود تقاضای جریان درون‌گره‌ای اشاره کرد. دسته دوم، مسئله نمونه داده‌های حمل‌ونقل هوایی ایران (IAD) است که اطلاعات مسافت و حجم سفر بین ۳۷ فرودگاه در جمهوری اسلامی ایران را دربر می‌گیرد [۱۸]. برای ایجاد داده‌های مربوط به هزینه ثابت گشایش تسهیل‌های هاب و یال های هاب، از روش گلاره [۱۶] برای مسائل نمونه AP طبق معادلات ۱۲- ۱۳ و روش کریمی و ستاک [۱۹] برای مسائل نمونه IAD طبق معادلات ۱۴- ۱۵ استفاده می‌شود.

$$f_k = 5000 \quad \forall k \in K \tag{۱۲}$$

$$f'_{km} = 0.5C_{km} \quad \forall k,m \in K \,\&\, k < m \tag{۱۳}$$

$$f_k = 10^5 \left(\sum\nolimits_{j \in I} h_{kj} \Big/ \max\nolimits_{j \in I} \left\{ C_{kj} \right\} \right) \quad \forall k \in K \tag{۱۴}$$

$$f'_{km} = 1000C_{km} \quad \forall k,m \in K \,\&\, k < m \tag{۱۵}$$

برای محاسبه مقدار شعاع پوشش، θ، از جواب بهینه مسئله مکان‌یابی مرکز p- تسهیل هاب بدون ظرفیت با تخصیص چندگانه [۱۲] استفاده شده است. برای مسائل نمونه AP از بهترین جواب‌های موجود در ادبیات گزارش‌شده در منبع شماره ۱۲ استفاده شده است. همچنین، برای مسائل نمونه IAD، جواب بهینه مدل مذکور با استفاده از حل مدل ریاضی مربوطه برای تعداد تسهیل، p، ۲، ۳ و ۴ محاسبه و در جدول شماره ۱ گزارش شده است.

جدول ۱. نتایج حل مسئله مکان‌یابی مرکز p- تسهیل هاب بدون ظرفیت با تخصیص چندگانه برای مسائل نمونه IAD

α	p	مقدار تابع هدف	هاب‌های گشایش‌یافته	زمان حل (ثانیه)
۰/۲۵	۲	۲۱۲۰/۷۵	۳۵ ،۳	۸۵۴۶/۹۴
	۳	۱۸۱۴	۳۶ ،۳۱ ،۲۸	۳۳۸۵۴/۰۳
	۴	۱۵۳۱/۵	۳۶ ،۲۸ ،۱۹ ،۱۲	۳۵۰۵۱/۳
۰/۵	۲	۲۱۵۵	۳۶ ،۳	۶۹۱۹/۳۵
	۳	۲۰۵۲	۱۵ ،۳	۳۹۶۱۶/۳۱
	۴	۱۸۴۵/۵	۳۰ ،۱۹ ،۱۴ ،۱۰	۵۰۲۸۶/۱
۰/۷۵	۲	۲۳۴۲	۱۰ ،۹	۵۲۰۵/۷۲
	۳	۲۲۲۶	۳۵ ،۱۲ ،۹	۱۳۸۴۸/۲۶
	۴	۲۰۷۰/۲۵	۳۱ ،۳۰ ،۲۹ ،۱۴	۱۵۱۳۸/۷۶

برای انجام آزمایش‌های محاسباتی، مسائل نمونه ۱۰، ۲۰، ۲۵، ۴۰، ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ گره‌ای از مجموعه AP و مسئله نمونه ۳۷ گره‌ای IAD انتخاب شده‌اند. مقدار ضریب تخفیف α برای مسائل نمونه AP برابر با ۰/۷۵ و برای مسائل نمونه IAD برابر با ۰/۲۵، ۰/۵۰ و ۰/۷۵ درنظرگرفته شده است. مقدار احتمال بروز اختلال در هر یال هاب ۰/۱۰ و ۰/۲۵ و احتمال پایایی سیستم ۰/۹۵ فرض شده است؛ بنابراین هر تقاضای جریان بین هر مبداء و مقصد باید حداقل دو یا سه بار تحت پوشش تسهیل‌های هاب گشایش‌یافته قرار بگیرد (طبق محدودیت ۷). سرانجام، مدل ریاضی پیشنهادی در نرم‌افزار بهینه‌سازی GAMS/CPLEX نسخه ۱۲/۴ پیاده‌سازی شده و روی یک کامپیوتر با پردازنده دو گیگاهرتزی و هشت گیگابایت حافظه اجرا شده است.

ابتدا لازم است وجود اثر منفی اختلال بر عملکرد شبکه هاب سنجیده شود؛ به عبارت دیگر باید به این سؤال پاسخ داده شود که آیا لزومی به درنظرگیری اختلال پیش از طراحی شبکه هاب پوششی است. برای این منظور، از یک مدل شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای سنجش تعداد دفعاتی که طراحی شبکه در دست غیرموجه می‌شود، استفاده شده است. مدل مونت‌کارلوی مورد استفاده تحت زبان برنامه‌نویسی C++ پیاده‌سازی شده و در آن تعداد سناریوها برابر با ۱۰۰۰ درنظر گرفته شده است. طبق نتایج به‌دست آمده در جدول‌های ۲ و ۳، احتمال غیرموجه شدن جواب حالت قطعی مقداری تأثیرگذار بوده و تنها برای سه مسئله نمونه از ۱۴ مسئله درنظرگرفته شده احتمال غیرموجه شدن جواب بهینه قطعی مقداری کمتر از ۰/۱ است. به‌صورت خاص، همراه با افزایش مقدار احتمال رخ دادن اختلال در یال‌های هاب از ۰/۱ به ۰/۲۵، مقدار احتمال غیرموجه شدن جواب قطعی نیز بسیار افزایش می‌یابد.

جدول ۲. پیکربندی بهینه شبکه هاب تحت شرایط قطعی و اثر اختلال یال‌های هاب بر آن برای مسائل نمونه AP

$\|I\|$	θ	مقدار تابع هدف	هاب‌های گشایش‌یافته	تعداد یال های هاب	زمان حل (ثانیه)	احتمال ناموجه بودن	
						$q = 0.1$	$q = 0.25$
۱۰	۳۹۹۲۲/۱۱	۱۵۰۰۰	۳، ۴، ۷	۰	۰/۰۴	۰/۰۰	۰/۰۰
	۳۲۷۱۳/۹۴	۳۸۸۰۰/۲۵	۱، ۲، ۵	۲	۰/۰۵	۰/۱۹۹	۰/۴۴۹
۲۰	۴۵۹۵۴/۱۵	۲۵۸۴۲/۸۱	۴، ۷، ۹	۱	۰/۸۳	۰/۱۰۶	۰/۲۲۹
	۴۰۹۰۹/۵۹	۳۹۳۸۵/۹۸	۲، ۴، ۱۰، ۱۳	۱	۰/۲۵	۰/۰۹۰	۰/۲۶۲
۲۵	۵۱۵۳۳/۳۰	۲۹۰۶۴/۵	۵، ۱۲	۱	۰/۵۸	۰/۱۰۵	۰/۲۵۳
۴۰	۶۱۱۴۰/۸	۲۲۵۵۵/۴۵	۷، ۱۰	۱	۴/۰۷	۰/۱۱۱	۰/۲۷۴
	۵۶۳۰۹/۸۸	۴۲۵۷۱/۷۵	۵، ۸، ۱۷، ۱۸	۱	۴/۱۷	۰/۰۹۸	۰/۲۶۴
۵۰	۶۱۱۷۹/۰۳	۲۸۹۲۱/۹۱	۸، ۱۱، ۲۲	۱	۱۶/۱۰	۰/۱۰۵	۰/۲۵۸
	۵۶۷۲۹/۹۴	۳۷۱۵۱/۶۳	۴، ۹،	۱	۹/۹۷	۰/۱۲۰	۰/۲۶۵
	۵۲۹۰۵/۷۷	۷۷۹۸۲/۲۹	۲، ۶، ۹، ۱۶،	۳	۱۰/۷۱	۰/۲۸۷	۰/۶۰۷
۱۰۰	۶۳۱۹۷/۱۰	۲۷۶۳۹/۵۳	۱۲، ۳۱، ۶۱	۱	۱۹۴/۵۸	۰/۱۰۶	۰/۲۳۱
	۵۷۹۲۵/۶۶	۴۳۳۹۱/۴۶	۵، ۱۷، ۴۲، ۶۱	۱	۱۸۸/۷۶	۰/۰۸۴	۰/۲۴۹
	۵۳۹۴۹/۳۳	۱۱۴۷۸۵/۴۹	۵، ۸، ۱۸، ۲۹، ۶۱، ۸۱	۵	۱۹۲/۸۰	۰/۴۲۳	۰/۷۷۸
۲۰۰	۶۲۹۴۵/۵۵	۴۵۶۰۷/۱۸	۷، ۳۶، ۶۹	۱	۳۸۲۱/۷۳	۰/۱۰۱	۰/۲۵۱

جدول ۳. پیکربندی بهینه شبکه هاب تحت شرایط قطعی و اثر اختلال یال‌های هاب بر آن برای مسائل نمونه IAD

α	θ	مقدار تابع هدف	هاب‌های گشایش‌یافته	تعداد یال های هاب	زمان حل (ثانیه)	احتمال ناموجه بودن	
						$q = 0.1$	$q = 0.25$
	۲۱۲۰/۷۵	۴۱۸۳۲۰۰/۹۶	۳، ۳۵	۱	۳/۵۹	۰/۱۰۲	۰/۲۵۰
۰/۲۵	۱۸۱۴	۷۱۵۸۹۴۵/۸۸	۱۲، ۲۰، ۲۹،	۲	۷/۴۳	۰/۱۸۵	۰/۴۳۸
	۱۵۳۱/۵	۱۲۹۹۸۲۳۳/۸۴	۷، ۱۲، ۱۷،، ۳۶	۶	۳۸/۵۲	۰/۴۷۶	۰/۸۳۰
	۲۱۵۵	۴۳۰۸۰۵۹/۳۱	۳، ۳۶	۱	۲/۹۲	۰/۱۰۸	۰/۲۵۳
۰/۵	۲۰۵۲	۶۱۲۱۳۲۰/۷۵	۳، ۸، ۲۱، ۳۶	۱	۳/۸۳	۰/۱۰۸	۰/۲۵۳
	۱۸۴۵/۵	۱۰۲۵۳۳۶۷/۱۹	۸، ۹، ۱۲، ۲۰، ۲۹، ۳۶	۳	۵/۸۱	۰/۲۵۲	۰/۵۷۳
	۲۳۴۲	۴۴۷۵۹۸۲/۹۱	۹، ۱۲، ۲۹	۱	۳/۰۱	۰/۰۸۳	۰/۲۴۳
۰/۷۵	۲۲۲۶	۶۶۷۲۶۲۲/۰۸	۹، ۱۲، ۳۵	۲	۳/۰۵	۰/۲۰۰	۰/۴۳۹
	۲۰۷۰/۲۵	۱۱۳۳۵۲۳۶/۸	۶، ۱۳،، ۳۰، ۳۴، ۳۶	۳	۳/۴۸	۰/۲۶۹	۰/۵۶۴

پیرو نتایج جدول‌های ۲ و ۳، طبق نتایج جدول‌های ۴ و ۵ هیچ‌یک از جواب‌های حالت قطعی مسئله (حداقل تعداد دفعات پوشش برابر با یک) تحت شرایط وجود احتمال رخ دادن اختلال در یال‌های هاب (به عبارت دیگر، نیاز به حداقل تعداد دفعات پوشش بیشتر) موجه نیستند و برای هر دو حالت حداقل تعداد دفعات پوشش برابر با دو یا سه، باید تعداد بیشتری تسهیل و یا یال هاب انتخاب شوند. این مشاهده درمورد جواب حالت‌های حداقل تعداد دفعات پوشش دو و سه نیز صدق می‌کند. علاوه‌بر این جواب‌های به‌دست آمده برای حالت‌های حداقل تعداد دفعات پوشش دو و سه، احتمال ناموجه شدن جواب بهینه برای تمامی مسائل نمونه جدول‌های ۴ و ۵ کمتر از ۱۰٪ است. بنابر نتایج، مقدار این احتمال همراه با کاهش مقدار شعاع پوشش و افزایش احتمال اختلال افزایش می‌یابد. قابل توجه است که همراه با افزایش احتمال وقوع اختلال در یال‌های هاب (افزایش حداقل تعداد دفعات پوشش مورد نیاز)، مجموعه هاب‌های گشایش‌یافته و یال‌های هاب انتخاب‌شده برای حالت قطعی در بیشتر مسائل نمونه، همچنان جزئی از مجموعه جواب بهینه‌های حالت‌های دوتایی و سه‌تایی هستند (جدول‌های ۳ و ۵ و شکل ۳). اهمیت این مشاهده ازجهت کاربرد آن است که درصورت مقاوم‌سازی شبکه‌های هاب ازقبل ایجادشده و درحال بهره‌برداری، به شرط انتخاب بهینه تسهیل‌ها و یال‌های هاب فعلی از ابتدا، نیازی به بستن همه آن‌ها نیست و می‌توان با افزایش تعداد کمتری هاب، شبکه را درمقابل اختلال مقاوم کرد.

طبق نتایج جدول‌های ۴ و ۵، مهم‌ترین عامل تأثیرگذار بر پیکربندی شبکه هاب شعاع پوشش (حداکثر طول مسیر)، در دو جنبه امکان‌پذیر بودن و هزینه سیستم است. چنانچه مقدار شعاع پوشش مقدار به نسبت کوچکی باشد، این احتمال وجود دارد که شرط حداقل تعداد دفعات پوشش تقاضا برآورده نشود. مثال‌های این موضوع در جدول ۴، مسئله‌های نمونه AP با تعداد

گره‌های ۲۰ و ۵۰ با کمترین شعاع پوشش درنظر گرفته‌شده و حداقل تعداد دفعات پوشش برابر با ۳ هستند. دیگر جنبه مهم تأثیرپذیر از مقدار شعاع پوشش، مقدار هزینه کل سیستم است که همراه با کاهش شعاع پوشش افزایش می‌یابد (به افزایش تعداد تسهیل‌ها و یال‌های هاب در شکل ۳ دقت کنید). ازمنظر عملی، دو جنبه بالا نشان‌دهنده اهمیت مقدار شعاع پوشش است که بسته به نوع کاربرد شبکه هاب، نیازمند اقدامات خاص خود است؛ برای نمونه در شبکه‌های مخابراتی، به تصمیم‌گیران و طراحان توصیه می‌شود که با خرید و نصب تجهیزات به‌روز، مقدار شعاع شبکه را افزایش دهند. در کاربرد حمل‌ونقل نیز برنامه‌ریزی دقیق و مذاکره با کاربران سیستم برای تعیین کارآمد شعاع پوشش از اهمیت بالایی برخوردار است.

جدول ۴. نتایج حل مدل ریاضی پیشنهادی برای مسائل نمونه AP

$\|I\|$	θ	Γ	مقدار تابع هدف	هاب‌های گشایش‌یافته	تعداد یال های هاب	زمان حل (ثانیه)	احتمال ناموجه بودن
۱۰	۳۹۹۲۲/۱۱	۲	۱۵۰۰۰	۳، ۴، ۷	۰	۰/۰۵	۰/۰۰۰
		۳	۱۵۰۰۰	۳، ۴، ۷	۰	۰/۰۵	۰/۰۰۰
	۳۲۷۱۳/۹۴	۲	۷۱۵۸۵/۰۱	۱، ۲، ۳، ۵،	۴	۰/۰۵	۰/۰۱۳
		۳	۱۲۱۲۱۱/۶	۱، ۲، ۳، ۴، ۵،، ۹	۷	۰/۰۷	۰/۰۳۷
۲۰	۴۵۹۵۴/۱۵	۲	۴۸۴۳۶/۵۲	۶، ۷، ۱۷	۲	۰/۳۱	۰/۰۰۹
		۳	۵۸۷۳۹/۷۸	۴، ۶، ۱۰، ۱۷	۲	۰/۳۲	۰/۰۰۹
	۴۰۹۰۹/۵۹	۲	۷۷۴۳۲/۶۳	۴، ۶، ۱۳، ۱۴، ۱۷، ۱۸	۱	۰/۳۲	۰/۰۱۸
		۳	ناموجه	–	–	–	–
۲۵	۵۱۵۳۳/۳۰	۲	۵۵۶۳۹/۱۵	۵، ۱۲، ۱۷	۲	۰/۶۳	۰/۰۰۷
		۳	۸۳۳۵۴/۰۷	۵، ۱۱، ۱۲، ۱۷	۳	۰/۶۱	۰/۰۱۶
۴۰	۶۱۱۴۰/۸	۲	۳۹۱۵۶/۰۲	۷، ۱۰، ۱۹	۲	۴/۰۵	۰/۰۱۱
		۳	۵۶۰۲۰/۳۹	۷، ۱۰، ۱۸، ۳۳	۳	۴/۰۹	۰/۰۱۹
	۵۶۳۰۹/۸۸	۲	۶۷۳۷۷/۴۹	۳، ۸، ۱۷، ۱۸	۲	۴/۰۱	۰/۰۰۹
		۳	۹۵۶۳۴/۲۱	۳، ۸، ۱۷، ۱۸، ۲۶	۳	۳/۹۸	۰/۰۱۹
۵۰	۶۱۱۷۹/۰۳	۲	۴۸۹۱۰/۱۱	۱۰، ۱۱، ۱۷، ۱۸	۲	۱۰/۴۱	۰/۰۰۶
		۳	۸۲۶۲۹/۴۲	۱۰، ۱۴، ۱۷، ۴۲	۳	۱۰/۱۵	۰/۰۲۲
	۵۶۷۲۹/۹۴	۲	۶۸۶۳۷/۲۳	۴، ۹، ۳۱، ۴۲	۲	۱۰/۱۴	۰/۰۱۸
		۳	۱۰۴۷۹۴/۰	۱، ۹، ۱۰، ۲۳، ۳۱، ۴۲	۴	۱۰/۳۳	۰/۰۲۷
	۵۲۹۰۵/۷۷	۲	۱۴۸۵۰۱/۹۳	۳ ،، ۱۰،، ۱۵، ۳۱، ۴۱، ۴۲	۴	۱۰/۳۱	۰/۰۴۵
		۳	ناموجه	–	–	–	–
۱۰۰	۶۳۱۹۷/۱۰	۲	۴۴۹۸۶/۹۱	۱۸، ۲۸، ۸۳	۲	۱۹۳/۴۶	۰/۰۰۶
		۳	۵۹۷۴۲/۴۱	۱۸، ۲۸، ۳۱، ۶۱	۳	۱۸۳/۴۱	۰/۰۱۸
	۵۷۹۲۵/۶۶	۲	۸۴۰۳۷/۷۷	۵، ۱۷، ۱۸، ۳۴، ۶۱	۲	۱۹۰/۱۶	۰/۰۰۵
		۳	۱۰۵۸۶۴/۸۷	۵، ۱۴، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۶۱	۳	۱۸۹/۴۴	۰/۰۱۳
	۵۳۹۴۹/۳۳	۲	۲۱۰۴۳۵/۶۳	۵، ۱۷، ۱۸، ۲۰، ۲۱، ۲۹، ۳۰، ۴۴، ۶۱، ۸۱، ۸۲	۹	۱۹۲/۰۷	۰/۰۶۹
		۳	۳۰۰۴۳۸/۲۹	۲، ۵، ۸، ۱۷، ۱۸، ۱۹، ۲۰، ۲۱، ۲۹، ۳۰، ۴۴، ۶۱، ۸۱، ۸۲، ۸۳	۱۳	۱۸۳/۵۵	۰/۰۹۳
۲۰۰	۶۲۹۴۵/۵۵	۲	۷۷۸۹۲/۶۶	۲۲، ۳۶، ۱۲۱، ۱۲۲، ۱۲۸	۲	۳۸۴۱/۷۹	۰/۰۰۵
		۳	۱۱۰۵۳۶/۶۵	۲۲، ۲۶، ۳۶، ۳۷، ۱۲۱، ۱۲۲	۳	۳۸۵۸/۷۷	۰/۰۱۰

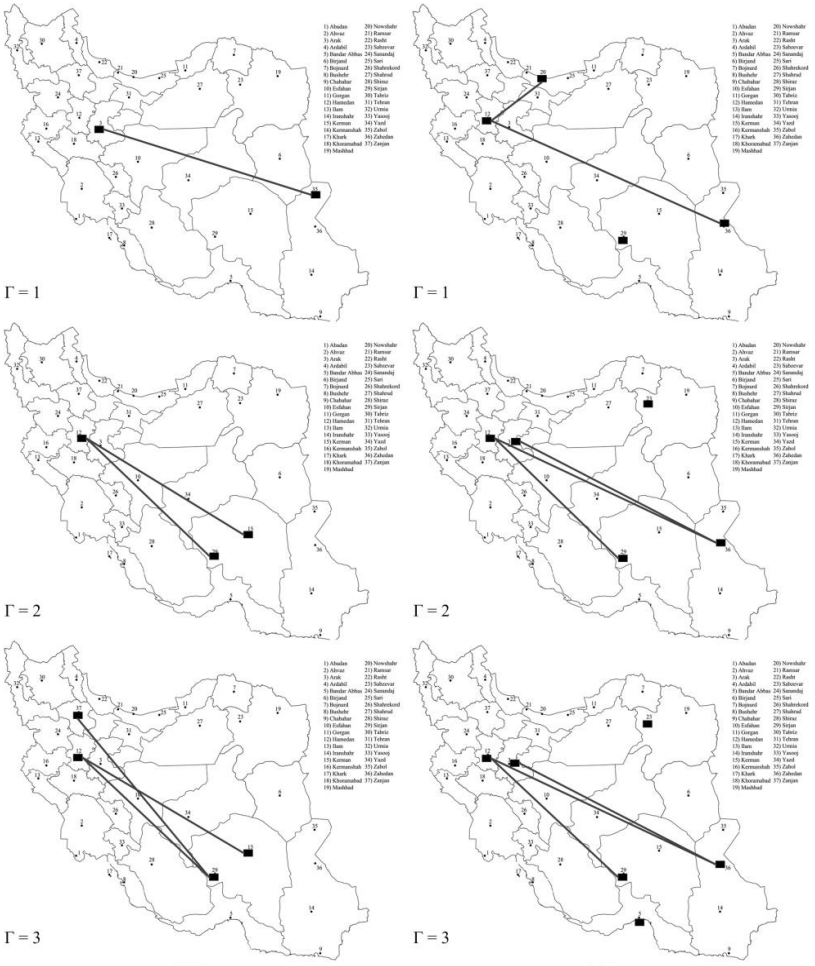
جدول ۵. نتایج حل مدل ریاضی پیشنهادی برای مسائل نمونه IAD

α	θ	Γ	مقدار تابع هدف	هاب‌های گشایش‌یافته	تعداد یال‌های هاب	زمان حل (ثانیه)	احتمال ناموجه بودن
۰/۲۵	۲۱۲۰/۷۵	۲	۵۹۹۸۴۹۷/۳۴	۱۲، ۱۵، ۲۹	۲	۳/۹۷	۰/۰۱۵
		۳	۸۱۹۰۶۴۶/۴۶	۱۲، ۱۵، ۲۹، ۳۷	۳	۴/۲۹	۰/۰۱۷
	۱۸۱۴	۲	۱۱۱۲۷۰۹۹/۶۰	۳، ۱۲، ۲۳، ۲۹، ۳۶	۳	۹/۹۲	۰/۰۲۴
		۳	۱۳۵۹۲۱۳۹/۰۸	۳، ۵، ۱۲، ۲۳، ۲۹، ۳۶	۲	۶/۸۵	۰/۰۳۶
	۱۵۳۱/۵	۲	۲۱۴۸۳۶۵۹/۳۹	۷، ۹، ۱۵، ۱۷، ۲۹، ۳۶، ۳۷	۱۱	۷۴/۳۴	۰/۰۶۱
		۳	۲۸۲۵۷۶۷۲/۸۳	۳، ۶، ۱۲، ۱۷، ۲۹، ۳۶، ۳۷	۱۵	۶۵/۱۹	۰/۰۹۲
۰/۵	۲۱۵۵	۲	۷۲۸۳۴۲۸/۲۱	۳، ۲۴، ۳۶	۲	۴/۰۷	۰/۰۱۱
		۳	۹۶۲۸۴۴۰/۰۸	۳، ۱۲، ۳۶	۳	۴/۰۹	۰/۰۱۳
	۲۰۵۲	۲	۹۰۷۷۳۲۵/۰	۳، ۱۵، ۳۶، ۳۷	۳	۳/۹۹	۰/۰۲۰
		۳	۱۲۲۴۲۱۱۸/۷۴	۳، ۵، ۱۲، ۳۵، ۳۶	۴	۳/۸۷	۰/۰۲۸
	۱۸۴۵/۵	۲	۱۷۳۵۶۱۶۱/۵۹	۱، ۵،.، ۳۳،.	۷	۹/۶	۰/۰۴۶
		۳	۲۲۹۶۹۶۳۷/۵۹	۱، ۵، ۸، ۹، ۱۲، ۲۱، ۲۴، ۲۹، ۳۵، ۳۶	۹	۶/۲۷	۰/۰۹۱
۰/۷۵	۲۳۴۲	۲	۶۳۰۷۴۲۰/۲۶	۵، ۱۲، ۲۹	۲	۳/۱۴	۰/۰۰۷
		۳	۹۰۴۹۷۸۹/۱۵	۵، ۱۲،.، ۲۹	۳	۳/۱۲	۰/۰۱۵
	۲۲۲۶	۲	۱۱۵۳۰۹۷۴/۳	۱۴، ۲۴، ۳۰، ۳۴، ۳۶	۳	۳/۲۱	۰/۰۲۸
		۳	۱۵۳۶۲۱۷۲/۷۶	۵، ۹، ۱۲، ۱۴، ۲۰، ۳۰، ۳۴	۵	۳/۰۹	۰/۰۳۹
	۲۰۷۰/۲۵	۲	۱۸۳۰۶۱۲۱/۹۷	۵، ۱۲، ۱۴، ۲۰،. ۳۰، ۳۲،	۵	۳/۰۸	۰/۰۳۲
		۳	۲۵۲۳۱۱۶۶/۳۸	۵، ۶، ۹، ۱۲، ۱۴، ۲۰، ۲۱، ۲۹، ۳۰، ۳۲، ۳۴، ۳۶	۶	۳/۰۹	۰/۰۵۹

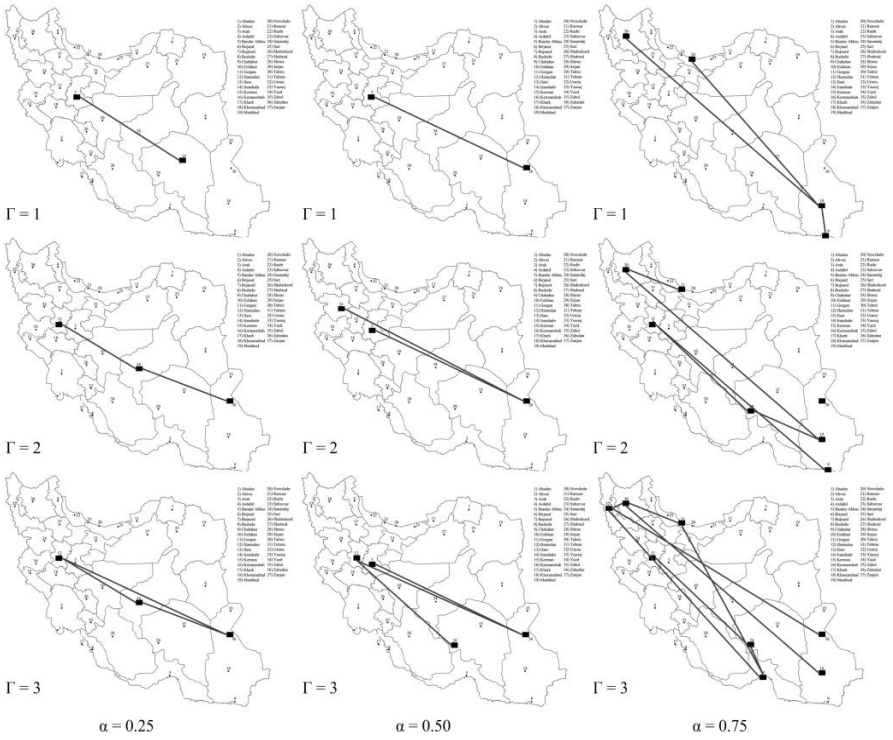
ضریب تخفیف حمل‌ونقل عامل دیگری است که بر پیکربندی و هزینه سیستم تأثیر می‌گذارد (جدول ۵ و شکل ۴). مطابق با شکل ۴، برای یک شعاع پوشش مشخص تعداد تسهیل‌های هاب و یال‌های هاب کمتری برای مسائل نمونه با مقدار تخفیف بیشتر (α کوچکتر) انتخاب می‌شوند. از طرف دیگر، با کاهش مقدار تخفیف (α بزرگ‌تر)، سیستم مجبور به گشایش تعداد هاب و انتخاب یال هاب بیشتری برای جبران صرفه اقتصادی کمتر حمل‌ونقل انبوه است؛ به این ترتیب، ضریب تخفیف حمل‌ونقل کوچک‌تر باعث بهبود هزینه‌های هزینه سیستم می‌شود. ازمنظر مدیریتی، سرمایه‌گذاری بر نوع سیستم انتقال بین هاب‌ها، به‌طوری که صرفه اقتصادی حمل‌ونقل انبوه افزایش یابد، باعث کاهش هزینه‌های سیستم در درازمدت خواهد شد.

عامل دیگری که می‌توان تأثیر آن را بر نتایج محاسباتی و پیکربندی شبکه هاب بررسی کرد، ابعاد شبکه و توزیع جغرافیایی گره‌های مبداء/ مقصد است. اولین مشاهده در این زمینه این

است که مسئله ممکن است برای مقدار بزرگ برای حداقل تعداد دفعات تحت پوشش قرار گرفتن مسیرها و شعاع‌های پوشش کوچک، دارای جواب موجه نباشد. مثال این مشاهده مسئله نمونه AP با تعداد گره‌های ۵۰ و با حداقل تعداد دفعات پوشش برابر با ۳ است. دومین نکته مهم دررابطه با ابعاد مسئله این است که همراه با افزایش ابعاد مسئله، بسته به مقدار شعاع پوشش ممکن است تعداد تسهیل‌های هاب مورد نیاز برای پوشش تقاضا افزایش یابد (مسائل نمونه AP ۵۰ گره‌ای در جدول ۴). البته این مشاهده به نحوه توزیع جغرافیایی گره‌ها وابسته است و ممکن است برای همه انواع شبکه‌ها صدق نکند.



شکل ۳. پیکربندی بهینه شبکه IAD برای $\alpha = 0.25$ و دو شعاع پوشش مختلف



شکل ۴. پیکربندی بهینه شبکه IAD برای $\theta = 2155$ و ضرایب تخفیف حمل‌ونقل مختلف

سرانجام، ازمنظر زمان حل، مدل ریاضی پیشنهادی دارای زمان‌های حل مطلوبی است و بیشتر مسائل نمونه در زمان حداکثر ۳۸۶۰ ثانیه قابل حل هستند. مطابق با نتایج جدول‌های ۴ و ۵، مشاهده می‌شود که پارامتر حداقل تعداد دفعات پوشش، تأثیری بر زمان حل ندارد. از طرف دیگر، طبق نتایج جدول ۵ مشاهده می‌شود که با افزایش مقدار تخفیف هزینه حمل‌ونقل روی یال‌های هاب (کاهش مقدار α) و کاهش شعاع پوشش (θ)، پیچیدگی مدل ریاضی افزایش یافته و زمان حل بیشتری برای حل مدل پیشنهادی نیاز است.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

یکی از توسعه‌های مهم مسائل مکان‌یابی کلاسیک، مسئله مکان‌یابی تسهیلات هاب است که در سیستم‌های مختلفی، مانند حمل‌ونقل هوایی و دریایی، پست، مخابرات و لجستیک کاربرد دارد. با وجود توجه محققین به این مسئله طی سه دهه گذشته، توجه کمی به توسعه مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات هاب تحت شرایط اختلال شده است. اهمیت درنظرگیری اختلال هنگام طراحی شبکه‌های هاب ناشی از آسیب‌پذیری تسهیلات هاب، در انواع مختلف این شبکه‌ها

درمقابل اختلال است. خرابی تجهیزات در شبکه‌های هاب مخابراتی و اعتصاب و بدی آب و هوا در شبکه‌های هاب هوایی و دریایی، ازجمله این اختلالات به‌شمار می‌روند.

در این تحقیق، مسئله مکان‌یابی یال هاب، با تخصیص چندگانه تحت شرایط اختلال در یال های هاب، با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی شانس- محدود مدل‌سازی شد. نتایج محاسباتی حل مسئله‌های نمونه براساس داده‌های حمل‌ونقل هوایی ایران و پست استرالیا و شبیه‌سازی مونت کارلو، حاکی از اهمیت درنظرگیری اختلال بر عملکرد شبکه هاب و نیز تغییرات پیکربندی هاب است. درمیان عوامل تأثیرگذار بر عملکرد شبکه هاب، مقدار شعاع پوشش (حداکثر طول مسیر) از اهمیت بالایی برخوردار است که کاهش آن ممکن است به امکان‌ناپذیری و افزایش هزینه‌های سیستم منجر شود. همچنین مقدار ضریب تخفیف اهمیت بالایی در تعداد تسهیل‌ها و یال‌های هاب انتخاب‌شده دارد. در این قسمت، زمینه‌های تحقیقاتی آتی این مطالعه تشریح می‌شوند. اولین زمینه تحقیقاتی بالقوه این تحقیق، توسعه مدل پیشنهادی برای درنظرگیری الگوی تخصیص یگانه، با توجه به ماهیت کاربردی این الگو به‌دلیل مدیریت ساده‌تر مسیریابی در شبکه هاب است. با توجه به وجود تنافر ذاتی بین توابع هدف کششی و موازنه‌جو در مسائل مکان‌یابی، دومین جهت‌گیری آتی این تحقیق درنظرگیری هم‌زمان تابع هدف میانه (کمینه‌سازی مجموع هزینه حمل‌ونقل) و کمینه‌سازی هزینه گشایش تسهیلات به‌وسیله روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه است. در این تحقیق، تنها یکی از سه شرط پوشش تقاضا در مسائل مکان‌یابی تسهیلات هاب مورد بررسی قرار گرفت. توسعه مدل پیشنهادی به‌وسیله بازنویسی مجموعه‌های مورد استفاده در مدل‌سازی مسئله می‌تواند ازجهت کاربردی در درک رفتار شبکه نسبت به تغییرات الگوی پوشش کمک کند. زمینه تحقیقاتی دیگر این تحقیق، بررسی امکان وقوع اختلال در تسهیلات هاب و یال‌های پره و وابستگی آن‌ها با وقوع اختلال در یال‌های هاب است. در سال‌های اخیر، انواع جدیدی از توابع هدف پوششی، مانند پوشش تدریجی، در مسائل مکان‌یابی مطرح شده‌اند. درنظرگیری این توابع هدف، از دیگر زمینه‌های تحقیقاتی جالب توجه این تحقیق باشد.

منابع

۱. نیک‌بخش، احسان و سید حسام‌الدین ذگردی. (۱۳۹۳). الگوریتم ممتیک برای طراحی شبکه هاب ظرفیت محدود تحت عدم قطعیت تقاضا و اختلال. نشریه مهندسی صنایع. ۴۸، ۱، ۱۲۳-۱۰۹.

2. Alumur, S., & Kara, B. Y. (2008). Network hub location problems: The state of the art. *European Journal of Operational Research, 190*(1), 1-21.

3. Calik, H., Alumur, S. A., Kara, B. Y., & E.Karasan, O. (2009). A tabu-search based heuristic for the hub covering problem over incomplete hub networks. *Computers & Operations Research, 36*, 3088-3096

4. Campbell, J. F. (1994). Integer programming formulations of discrete hub location problems. *European Journal of Operational Research, 72*, 387-405.

5. Campbell, J. F., Ernst, A. T., & Krishnamoorthy, M. (2005). Hub arc location problems: Part I - Introduction and results. *Management Science, 51*(10), 1540-1555.

6. Campbell, J. F., Ernst, A. T., & Krishnamoorthy, M. (2005). Hub Arc location problems: Part II - Formulations and optimal algorithms. *Management Science, 51*(10), 1556-1571.

7. Campbell, J. F., & O'Kelly, M. E. (2012). Twenty-five years of hub location research. *Transportation Science, 46*(2), 153-169.

8. Charnes, A., & Cooper, W. W. (1959). Chance-Constrained Programming *Management Science, 6*(1), 73-79.

9. Contreras, I., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2011). Stochastic uncapacitated hub location. *European Journal of Operational Research, 212*, 518-528.

10. Davari, S., Fazel Zarandi, M. H., & Turksen, I. B. (2013). The incomplete hub-covering location problem considering imprecise location of demands. *Scientia Iranica, 20*(3), 983-991.

11. Eghbali, M., Abedzadeh, M., & Setak, M. (2013). Multi-objective reliable hub covering location considering customer convenience using NSGA-II. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 1-11. doi: 10.1007/s13198-013-0189-y.

12. Ernst, A., Hamacher, H. W., H., J., Krishnamoorthy, M., & Woeginger, G. (2009). Uncapacitated single and multiple allocation *p*-hub center problems. *Computers &OperationsResearch, 36*, 2230-2241.

13. Ernst, A. T., & Krishnamoorthy, M. (1996). Efficient algorithms for the uncapacitated single allocation *p*-hub median problem. *Location Science, 4*(3), 139-154.

14. Farahani, R. Z., Hekmatfar, M., Boloori Arabani, A., & Nikbakhsh, E. (2013). Hub location problems: A review of models, classification, solution techniques, and applications. *Computers & Industrial Engineering*, *64*(*4*), 1096-1109.

15. Fazel Zarandi, M. H., Davari, S., & Haddad Sisakht, S. A. (2012). The *Q*-coverage multiple allocation hub covering problem with mandatory dispersion. *Scientia Iranica, 19*(3), 902-911.

16. Gelareh, S. (2008). *Hub Location Models in Public Transport Planning*. Saarbrücken, Germany: VDM Publishing.

17. Hekmatfar, M., & Pishvaee, M. (2009). Hub Location Problem. In R. Zanjirani Farahani & M. Hekmatfar (Eds.), *Facility Location: Concepts, Models, Algorithms and Case Studies* (pp. 243-270). Berlin: Springer-Verlag.

18. Karimi, H., & Bashiri, M. (2011). Hub covering location problems with different coverage types. Scientia Iranica, 18(6), 1571-1578.

19. Karimi, H., & Setak, M. (2014). Proprietor and customer costs in the incomplete hub location-routing network topology. *Applied Mathematical Modelling, 38*(3), 1011-1023.

20. Kim, H. (2012). *p*-Hub protection models for survivable hub network design. *Journal of Geographical Systems, 14*(4), 437-461.

21. Kim, H., & O'Kelly, M. E. (2009). Reliable *p*-hub location problems in telecommunication networks. *Geographical Analysis, 41*, 283-306.

22. Marianov, V., & Serra, D. (2003). Location models for airline hubs behaving as M/D/c queues. *Computers & Operations Research*, *30*, 983-1003.

23. Mirakhorli, A. (2010). *Application of chance-constrained programming to capacitated single-assignment hub covering location problem with fuzzy cover radius*.

24. Mohammadi, M., Jolai, F., & Rostami, H. (2011). An M/M/c queue model for hub covering location problem. *Mathematical and Computer Modelling, 54*(11-12), 2623-2638.

25. Mohammadi, M., Jolai, F., & Tavakkoli-Moghaddam, R. (2013). Solving a new stochastic multi-mode p-hub covering location problem considering risk by a novel multi-objective algorithm. *Applied Mathematical Modelling, 37*(24), 10053-10073.

26. O'Kelly, M. E. (1986). The location of interacting hub facilities. *Transportation Science, 20*(2), 92-105.

27. Parvaresh, F., Hashemi Golpayegany, S. A., Moattar Husseini, S. M., & Karimi, B. (2013). Solving the p-hub median problem under intentional disruptions using simulated annealing. *Networks and Spatial Economics, 13*(4), 445-470.

28. Sasaki, M., Campbell, J. F., Krishnamoorthy, M., & Ernst, A. T. (2014). A Stackelberg hub arc location model for a competitive environment. *Computers and Operations Research, 47*, 27-41.

29. Sim, T., Lowe, T. J., & Thomas, B. W. (2009). The stochastic *p*-hub center problem with service-level constraints *Computers & Operations Research, 36*, 3166-3177.

30. Snyder, L. V., Scaparra, P. M., Daskin, M. S., & Church, R. L. (2006). Planning for disruptions in supply chain networks. In M. P. Johnson, B. Norman & N. Secomandi (Eds.), *Tutorials in Operations Research - Models, Methods, and Applications for Innovative Decision Making* (pp. 234-257). Hanover, MD: INFORMS.

31. Wagner, B. (2008). Model formulations for hub covering problems. *Journal of the Operational Research Society, 59*(7), 932-938.

32. Yaman, H. (2008). Star p-hub median problem with modular arc capacities. *Computers and Operations Research, 35*(9), 3009-3019.

33. Yang, T.-H. (2009). Stochastic air freight hub location and flight routes planning. *Applied Mathematical Modelling, 33*, 4424-4430.

34. Zhai, H., Liu, Y., & Chen, W. (2012). Applying minimum-risk criterion to stochastic hub location problems. *Procedia Engineering, 29*, 2313-2321.