Ind. Manag. Persp. 2024, 14(2), 181-205; doi: 10.48308/JIMP.14.2.181

Industrial Management Perspective

Journal hompage: https://jimp.sbu.ac.ir/?lang=en

Original Article

Inventory Control of Perishable Products in a VMI System with the Ability of Replacing Unavailable Products: Stochastic Dynamic Programming Approach

Esmat Ahmadi Tootkaleh*
Behrouz Afshar Najafi**
Mehdi Seifbarghi***

Extended Abstract

Introduction: Considering the perishability and substitutability of products are among the most significant challenges in the design and optimization of decision-making in Vendor Managed Inventory (VMI) systems. This challenge becomes more pronounced when there is uncertainty in product demand. Therefore, the primary objective of this research is to present a stochastic dynamic programming approach for optimal control of decisions in VMI systems with dynamic demand uncertainty, optimizing the ordering levels and inventory of perishable products in a two-tier network including vendors and buyers.

Methods: After defining the problem of interest in developing VMI systems, considering demand uncertainty and product perishability, the problem is formulated in a multi-period modeling framework, and a stochastic dynamic programming (SDP) approach is used for its formulation. In the proposed SDP model, the objective function is to maximize expected profit by taking into account various costs such as ordering and holding, where the holding cost is dependent on the remaining product life; meaning that as the product approaches its expiration date, the holding cost increases. The proposed SDP model is executed in a recursive manner, and MATLAB software is used for its implementation. Each step of the SDP model is a simpler linear optimization model that is efficiently solved using the CPLEX solver.

Results and discussion (Findings): Numerical results demonstrate the computational effectiveness of the SDP method in solving this problem. Using this approach, it is possible to control different costs in a VMI system and make optimal decisions at different stages under any state, thereby improving profit at the end of the time periods.

Received: Sep. 03, 2023; Revised: May. 07, 2024; Accepted: May. 30, 2024; Published Online: Jun. 12, 2024.

* Ph.D. student, Department of Industrial Engineering, Islamic Azad University, Qazvin branch, Qazvin, Iran.
** Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Islamic Azad University, Qazvin Branch, Qazvin, Iran.
Corresponding author:: afsharnb@alum.sharif.edu
*** Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, Al-Zahra University, Tehran, Iran.

Ind. Manag. Persp. 2024, 14(2), 181-205; doi: 10.48308/JIMP.14.2.181

Industrial Management Perspective

Journal hompage: https://jimp.sbu.ac.ir/?lang=en

Original Article

Product substitution in the event of a shortage ensures that, firstly, in the case of a shortage at one center and the supplier's inability to replenish, the center offers its excess inventory to prevent the shortage. Secondly, if the inventory in a distribution center approaches its expiration date, spoilage is prevented. Therefore, the substitution capability generally leads to a reduction in shortage costs and spoilage costs. Results related to product shelf life indicate that by considering the remaining shelf life of products in a VMI-based inventory control system, information between the distribution and supply layers can be used to reduce prices, transfer inventory to another center, and even change inventory control policies to not only prevent product spoilage but also reduce shortage and reordering costs. To model this feature, a full shelf life is initially defined for each newly supplied product, and then a set of periods is defined. For each planning period, if the product is not delivered to the end customer (remains in inventory), one period/day is deducted from the initially defined shelf life, and over time, it moves from a fresh state to the category of older products, which are subject to price reductions. Furthermore, comparing the proposed model with substitution capability in the case of a shortage to the case where a shortage is not considered, it is observed that there is a 10.5% improvement in profit.

Conclusion: In the management of modern VMI systems, considering the dynamism in demand behavior and the associated uncertainty is very important and can significantly affect the profitability of enterprises. This importance is doubled when the system in question is managed for the inventory control of perishable products. The SDP approach, by considering potential scenarios of demand uncertainty, enabling substitution, and ultimately paying attention to product shelf life, provides optimal decisions in different situations and not only reduces the risk of decision-making but also leads to a noticeable improvement in final profit compared to nominal quantity models and classical optimization models in the literature.

Keywords: Vendor-Managed Inventory, Uncertain Demand, Perishable Products, Two-Stage Supply Chain, Replacing Ability, Stochastic Dynamic Programming.

How to Cite: Ahmadi Tootkaleh, Esmat; Afshar Najafi, Behrouz; Seifbarghi, Mehdi (2024). Inventory Control of Perishable Products in a VMI System with the Ability of Replacing Unavailable Products: Stochastic Dynamic Programming Approach. *Ind. Manag. Persp.*, 14(2), 181-205 *(In Persian)*.

Copyright: © 2024 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

چشم‌انداز مدیریت صنعتی، ۱۴۰۳، دوره ۱۴، شماره ۲، صص ۱۸۱ – ۲۰۵، doi: 10.48308/JIMP.14.2.181

چشم‌انداز مدیریت صنعتی

Journal hompage: https://jimp.sbu.ac.ir/?lang=en

نوع مقاله: پژوهشی

کنترل موجودی محصولات فسادپذیر در یک سیستم VMI با قابلیت جایگزینی محصولات ناموجود: رویکرد برنامه‌ریزی پویا تصادفی

عصمت احمدی توتکله*

بهروز افشار نجفی**

مهدی سیف‌برقی***

چکیده گسترده

مقدمه و اهداف: درنظرگرفتن خاصیت فسادپذیری و همچنین قابلیت جایگزینی، یکی از مهم‌ترین چالش‌های طراحی و بهینه‌سازی تصمیمات سیستم‌های مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI) است. این چالش زمانی بیشتر موردتوجه قرار می‌گیرد که در تقاضا محصول عدم‌قطعیت وجود داشته باشد. بر این اساس، هدف اصلی این پژوهش، ارائه رویکرد برنامه‌ریزی پویا تصادفی برای کنترل بهینه تصمیمات در این سیستم‌های VMI با عدم‌قطعیت پویا تقاضا است که توسط آن سطح سفارش‌دهی و موجودی محصولات فسادپذیر در شبکه دوسطحی شامل فروشنده و خریداران بهینه می‌شود.

روش‌ها: پس از تعریف مسئله موردنظر این پژوهش در توسعه سیستم‌های VMI، با توجه به عدم‌قطعیت و خاصیت فسادپذیری، مسئله در یک چارچوب چنددوره‌ای مدل‌سازی شده و از رویکرد برنامه‌ریزی پویا تصادفی(SDP) برای فرمولاسیون آن استفاده می‌شود. در مدل پیشنهادی، تابع هدف، بیشینه‌کردن سود انتظاری است که در آن هزینه‌های مختلف ازجمله سفارش‌دهی و نگهداری به‌حساب می‌آید که هزینه نگهداری وابسته به عمر باقی‌مانده محصول است؛ به این معنا که هرچه محصول به پایان عمر خود نزدیک شود، هزینه نگهداری آن افزایش می‌یابد. مدل SDP پیشنهادی این پژوهش به شیوه بازگشتی اجرا می‌شود و از نرم‌افزار متلب برای پیاده‌سازی آن استفاده می‌شود. هر مرحله از مدل SDP به‌صورت یک مدل بهینه‌سازی ساده‌تر خطی است که با حل‌کننده CPLEX به‌صورت کارا حل می‌شود.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۲/۰۹/۱۲، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۲/۱۸، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۱۰، تاریخ اولین انتشار: ۱۴۰۳/۰۳/۲۳.

* دانشجوی دکتری، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین، ایران.

** دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد قزوین، قزوین، ایران.

نویسنده مسئول: afsharnb@alum.sharif.edu

*** دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه الزهرا ، تهران، ایران.

چشم‌انداز مدیریت صنعتی، ۱۴۰۳، دوره ۱۴، شماره ۲، صص ۱۸۱ – ۲۰۵، doi: 10.48308/JIMP.14.2.181

چشم‌انداز مدیریت صنعتی

Journal hompage: https://jimp.sbu.ac.ir/?lang=en

نوع مقاله: پژوهشی

یافته‌ها: نتایج عددی نشان‌دهنده کارایی روش SDP برای حل این مسئله است و با استفاده از آن می‌توان با کنترل هزینه‌های مختلف در یک سیستم VMI و تصمیمات بهینه در مراحل مختلف تحت هر وضعیت، سود در پایان دوره‌های زمانی را بهبود داد. جایگزینی کالا در صورت مواجهه با کمبود موجب می‌شود که نخست در صورت کمبود در یک مرکز و ناتوانایی تأمین‌کننده برای تأمین آن، مرکز، موجودی مازاد خود را عرضه کند تا از کمبود جلوگیری شود. دوم، درصورتی‌که موجودی انبار یک مرکز توزیع به تاریخ انقضا نزدیک شود، از فساد آن جلوگیری می‌شود. به‌طورکلی این امکان موجب کاهش هزینه‌های کمبود و هزینه فسادپذیری می‌شود. نتایج مرتبط با طول عمر محصول نشان می‌دهد که در صورت لحاظ‌کردن طول عمر باقی‌مانده محصول در سیستم کنترل موجودی مبتنی بر سیستم VMI می‌توان از اطلاعات بین لایه توزیع و تأمین برای کاهش قیمت، جابه‌جایی موجودی آن به یک مرکز دیگر و حتی تغییر سیاست کنترل موجودی استفاده کرد تا نه‌تنها از فسادپذیری محصول جلوگیری شود، بلکه از هزینه‌های کمبود و سفارش‌دهی مجدد نیز کاسته شود. برای مدل‌کردن این ویژگی، ابتدا یک طول عمر کامل برای هر محصول تازه تأمین شده و سپس یک مجموعه دوره تعریف می‌شود. به‌ازای هر دوره برنامه‌ریزی، درصورتی‌که محصول به مشتری نهایی تحویل داده نشود (موجودی انبار باشد)، عمر باقی‌مانده آن یک دوره/ روز از عمر اولیه تعریف‌شده کسر می‌شود و به‌مرور از حالت تازه خارج و در دسته محصولات کهنه قرار می‌گیرد که مشمول کاهش قیمت می‌شود؛ همچنین درنتیجه مقایسه مدل پیشنهادی با لحاظ‌کردن قابلیت جایگزینی، نسبت به حالتی که کمبود در نظر گرفته نمی‌شود، ملاحظه می‌شود که بهبود ۱۰/۵ درصدی در سود ایجاد می‌شود.

نتیجه‌گیری: در مدیریت سیستم‌های VMI مدرن، درنظرگرفتن پویایی در رفتار تقاضا و عدم‌قطعیت مرتبط با آن بسیار حائز اهمیت است و می‌تواند بر سود بنگاه‌ها بسیار تأثیرگذار باشد. رویکرد SDP با درنظرگرفتن سناریوهای محتمل عدم‌قطعیت تقاضا، امکان ایجاد جایگزینی و نهایتاً توجه به طول عمر محصول، تصمیمات بهینه در وضعیت‌های مختلف را فراهم می‌آورد و نه‌تنها ریسک تصمیم‌گیری را کاهش می‌دهد که موجب می‌شود سود نهایی نسبت به مدل‌های مقدار اسمی و مدل‌های کلاسیک در مبانی نظری بهبود قابل‌ملاحظه‌ای داشته باشد.

کلیدواژه‌ها: مدیریت موجودی با فروشنده (VMI)؛ عدم‌قطعیت تقاضا؛ محصولات فسادپذیر؛ زنجیره تأمین دوسطحی؛ قابلیت جایگزینی؛ برنامه‌ریزی پویا تصادفی.

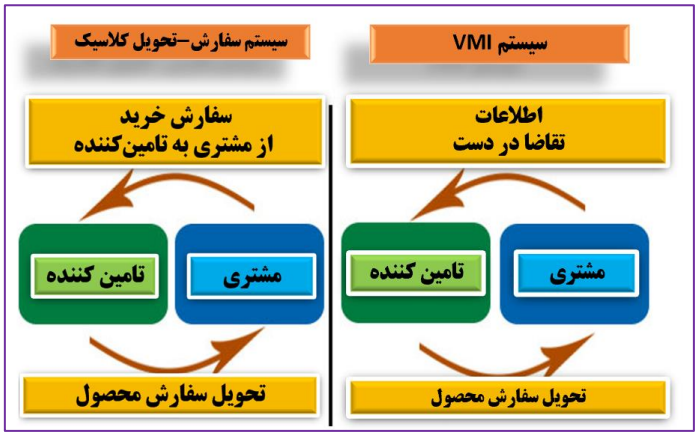
استناددهی: احمدی توتکله، عصمت؛ افشار نجفی، بهروز؛ سیف‌برقی، مهدی (۱۴۰۳). کنترل موجودی محصولات فسادپذیر در یک سیستم VMI با قابلیت جایگزینی محصولات ناموجود: رویکرد برنامه‌ریزی پویا تصادفی. چشم‌انداز مدیریت صنعتی، ۱۴(۲)، ۱۸۱–۲۰۵.

Copyright: © 2024 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

۱. مقدمه

مدیریت موجودی توسط فروشنده یک رویکرد نوآورانه در حوزه مدیریت موجودی در زنجیره تأمین است که سعی در ایجاد تعامل هرچه نزدیک‌تر و هماهنگی هرچه بیشتر میان اعضای زنجیره تأمین دارد. تأمین‌کننده، خریدار و خرده‌فروش سه وجه مهم زنجیره تأمین هستند که موجودی در آن نقش ارتباط‌دهنده را ایفا می‌کند. به‌خاطر پیشرفت نظام مدیریت زنجیره تأمین، پژوهشگران تلاش دارند مسائلی را که مانع کارکرد روان نظام زنجیره تأمین می‌شوند را ریشه‌کن کرده و در زمینه راه‌های افزایش بهره‌وری آن کاوش کنند. همان‌طور که گفته شد، یکی از مهم‌ترین مباحث مرتبط با زنجیره تأمین ایجاد سازوکارهایی برای هماهنگ‌کردن فعالیت‌های اعضای مختلف در زنجیره است. مدیریت موجودی توسط فروشنده، یک استراتژی لجستیکی و کنترل موجودی است که در آن تأمین‌کننده و فروشنده می‌توانند موجودی مشتریان و خریداران را به‌وسیله اطلاعات فراهم‌شده از طرف آن‌ها کنترل و مدیریت کنند. در دنیای رقابتی کنونی مؤسسه‌ها بیشتر به دنبال کاهش هزینه‌ها ازجمله هزینه‌های مربوط به کنترل و نگهداری موجودی هستند. مدیریت موجودی توسط فروشنده نقش اساسی در این مسیر دارد.

در مبانی نظری، مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI)، مدیریت بازپرسازی توسط فروشنده[1] (VMR) نیز نامیده می‌شود. این سیستم از هر سیستم دیگری یکپارچگی بیشتری دارد و نیازمند سطح بالایی از اعتماد بین خریدار و تأمین‌کننده است. ساختار اولیه مفهومی سیستم VMI به این صورت مطرح شده است که چه کسی باید مسئول کنترل موجودی در سیستم زنجیره تأمین باشد. درواقع VMI سیستمی است که طی آن تأمین‌کننده سطوح موجودی خریدار را کنترل می‌کند به‌منظور اینکه سطوح توافقی و ازپیش‌تعیین‌شده خدمات مشتری را ضمانت کند [۸]. گویندان[2] (۲۰۱۳)، رویکرد VMI در دهه ۹۰ توسعه بیشتری در صنایع مختلف و بعدها در بخش‌های متنوعی مانند صنایع خودروسازی، لوازم‌خانگی، فولاد و پتروشیمی به‌کار گرفته شد. مقایسه سیاست مدیریت موجودی توسط فروشنده و کنترل موجودی در زنجیره تأمین سنتی در شکل ۱، ملاحظه می‌شود [۹].



شکل ۱. مقایسه سیاست مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI) و شیوه‌های سنتی

مطابق پژوهش ترنسل و هانسن[3] (۲۰۱۹)، انگیزه اصلی ادغام شبکه توزیع با مدل موجودی مدیریت‌شده توسط فروشنده برای محصولات فاسدشدنی است. یکی از دلایل این است که مدیریت زنجیره تأمین محصولات فاسدشدنی به‌طور قابل‌توجهی پیچیده‌تر از مدیریت زنجیره تأمین محصولات بادوام و فاسدنشدنی است [۲۱]. مطابق دسته‌بندی نهمیاس[4] (۲۰۱۱)، این اقلام عبارت‌اند از: ۱. اقلام فسادپذیر، مانند شیر، پنیر، گوشت‌های فراوری‌شده، دارو که اگر فساد این محصولات به‌محض ورود به سیستم آغاز شود، «کالای فسادپذیر آنی» و اگر بعد از زمان مشخصی شروع شود، «کالای فسادپذیر غیرآنی» نامیده می‌شود؛ ۲. اقلام فناپذیر یا زوال‌پذیر که مقدار کاهش موجودی آن‌ها تابعی از مقدار موجودی در دست است و معمولاً از تابع نمایی پیروی می‌کند مانند الکل، نفت، نفتالین که مقدارشان با گذشت زمان کاهش می‌یابد و نرخ ثابتی از موجودی کالا در واحد زمان از بین می‌رود؛ ۳. محصولات منسوخ‌شدنی که به

1. Vendor Management Replenishment
2. Govindan
3. Transchel & Hansen
4. Nahmias

دلیل تغییرات سریع فناوری یا تولید محصولات جدید توسط رقبا، ارزش خود را از دست می‌دهد و یا باید با قیمت بسیار پایین فروخته شوند و یا از بین بروند، مانند تلفن‌های همراه [۱۵].

هنگامی که مصرف‌کنندگان خواهان محصول خاصی هستند و با کمبود مواجه می‌شوند، می‌دانند که محصول به‌سرعت تأمین نمی‌شود و اقدام به جایگزینی می‌نند. برای یک خرده‌فروش، معمول است که محصولات جایگزین متعددی داشته باشد (مانند انواع محصولات لبنی، گوشت‌های فراوری‌شده، انواع نان). در چنین حالتی، هنگامی که کالای درخواستی مشتری موجود نباشد، ممکن است مشتری قبل از ترک فروشگاه به دنبال خرید محصول دردسترس به‌عنوان کالای جایگزین برود. این پدیده جایگزینی در مبانی نظری، «جایگزینی کالای ناموجود» نامیده می‌شود. به‌طورکلی تعیین مقادیر بهینه کنترل موجودی در سیستم‌هایی که جایگزینی کالا دارند، پیچیده است. در مرور مبانی نظری موضوع، سه نوع جایگزینی وجود دارد: ۱. نخستین مکانیسم، جایگزینی در صورت کمبود است؛ ۲. برای مصرف‌کننده، یک محصول نسبت به دیگری ارجحیت دارد؛ ۳. جایگزینی بر اساس قیمت، در حالتی که مصرف‌کننده، محصول ارزان‌تر را ترجیح دهد [۱۹].

در مدل‌های موجودی محصولات فسادپذیر از سیاست‌های FIFO[1] و LIFO[2] برای جوابگویی به تقاضای مشتریان استفاده می‌شود. اگرچه در سراسر جهان (برای مثال خواروبار) معمولاً از سیاست تلفیقی استفاده می‌شود [۱۲]. پژوهش‌های زیادی وجود دارد که به بررسی جایگزینی محصولات در حالتی که فساد وجود ندارد، پرداخته است؛ بااین‌حال برخی از پژوهشگران، مدل مقدار سفارش اقتصادی را برای کالاهای فسادپذیر با لحاظ‌کردن قابلیت جایگزینی توسعه دادند. پژوهش حاضر، توسعه مدل ارائه‌شده توسط کراما و همکاران[3] (۲۰۱۸) است. آن‌ها به بررسی مسیریابی محصولات فسادپذیر تحت سیستم VMI پرداختند و از سیاست FIFO برای تأمین تقاضای مشتریان استفاده کرده و از رویکرد SDP برای بهینه‌سازی مدل پیشنهادی استفاده کردند [۷].

لازم به توضیح است که با توجه به هدف اصلی این پژوهش، توسعه رویکرد SDP برای کنترل موجودی محصولات فسادپذیر در یک سیستم VMI با قابلیت جایگزینی محصولات ناموجود، سؤال‌هایی که در پژوهش به آن پرداخته می‌شود عبارت‌اند از: ۱. اجزا، نحوه فرمولاسیون و اجرای رویکرد SDP برای بهینه‌سازی تصمیمات سیستم VMI چندمحصولی فسادپذیر تحت عدم‌قطعیت تقاضا و خاصیت جایگزینی چگونه است؟ ۲. مزیت درنظرگرفتن قابلیت جایگزینی محصول چیست و تأثیر عدم‌درنظرگرفتن آن بر هزینه‌ها چیست؟ ۳. اهمیت درنظرگرفتن فسادپذیری (طول عمر متناهی) و هزینه وابسته به تازگی چیست و چگونه در مدل‌سازی مسئله تأثیرگذار هستند؟

با توجه به موارد بالا، نوآوری پژوهش حاضر، به‌کارگیری سیستم VMI در یک زنجیره تأمین دوسطحی (یک فروشنده - چند خریدار) چنددوره‌ای، تحت عدم‌قطعیت تقاضای تصادفی، با درنظرگرفتن تخفیف و هزینه نگهداری وابسته به طول عمر باقی‌مانده از محصول، برای مدیریت موجودی محصولات فاسدشدنی است. در این پژوهش، محصولات به دو گروه تازه و کهنه دسته‌بندی می‌شوند و با سیاست تلفیقی LIFO و FIFO تقاضای مشتریان پاسخ داده می‌شود و در صورت مواجه با کمبود، مشتریان با احتمال مشخص اقدام به جایگزینی می‌کنند و درنهایت با رویکرد SDP، مسئله پژوهش که یافتن مقدار سفارش محصولات با هدف بیشینه‌کردن سود انتظاری حاصل از فروش محصولات است، بهینه‌سازی می‌شود.

در تصریح روش پژوهش باید اشاره کرد که این پژوهش به‌صورت کتابخانه‌ای است و با بررسی پژوهش‌های مرتبط، شکاف پژوهشی مشخص می‌شود و نوآوری‌های پژوهش در راستای پوشش این شکاف‌ها مطرح می‌شوند. پس از تعریف مسئله، بیان متغیرها و توابع هدف و مفروضات حاکم بر مسئله، از تکنیک‌های کمّی تحقیق در عملیات از جمله بهینه‌سازی مبتنی بر رویکردهای برنامه‌ریزی پویا تصادفی برای مدل‌سازی مسئله استفاده می‌شود. از نرم‌افزارهای متلب و گمز نیز برای اجرای مدل‌های پیشنهادی و تجزیه‌وتحلیل نتایج استفاده می‌شود.

در بخش دوم از مطالعه حاضر، مبانی نظری و پیشینه پژوهش، بیان می‌شود. در بخش سوم، روش‌شناسی پژوهش (تعریف مسئله و مفروضات و رویکرد برنامه‌ریزی پویا تصادفی برای مدل‌سازی مسئله) ارائه خواهد شد؛ در بخش چهارم، تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش (مطالعه عددی و تجزیه‌وتحلیل نتایج) صورت می‌پذیرد و درنهایت بخش پایانی به نتیجه‌گیری و پیشنهادها اختصاص دارد.

1. First in–First out
2. Last in-First out
3. Crama, et al.

۲.مبانی نظری و پیشینه پژوهش

این واقعیت که محصولات فاسدشدنی، طول عمر محدود دارند و هنگامی که به انتهای طول عمر خود نزدیک می‌شوند، ممکن است در کیفیت آن‌ها تغییری حاصل شود، نقش اساسی در برنامه‌ریزی تولید و موجودی‌ها دارد. علم مدیریت زنجیره تأمین استراتژی‌های مختلفی از جمله مدیریت موجودی فروشنده (VMI) را جهت مقابله با این چالش‌ها پیشنهاد داده است. در استراتژی VMI فروشنده مسئول مدیریت موجودی خرده‌فروش است و تلاش می‌شود با کاهش موجودی، فساد و زمان تحویل، ناب‌سازی و چابک‌سازی زنجیره تأمین توأمان دنبال شود [۴]. مدیریت زنجیره تأمین این محصولات به‌صورت محسوس از محصولات غیر فاسدشدنی، پیچیده‌تر است. مطالعات اشمان- ویتزل[1] (۲۰۱۸)، نشان داد که بیشتر ضایعات مواد غذایی در فروشگاه‌های خرده‌فروشی، به تاریخ انقضای محصول مرتبط است؛ بنابراین پذیرش مصرف‌کنندگان برای مواد غذایی نزدیک به بهینه را می‌توان از طریق قیمت‌گذاری محصول بر اساس تاریخ انقضا و اطمینان خاطردادن به مصرف‌کنندگان از کیفیت محصول، افزایش داد [۳]. ازآنجاکه در صنعت کالاهای تندمصرف مانند کنسروها، سرعت بالای تأمین محصولات، نقش مهمی در موفقیت شرکت‌ها دارد، هورشاد و همکاران (۲۰۲۳)، زنجیره تأمین کالاهای تندمصرف را بررسی کردند و مدل پیشنهادی در قالب روش‌های فراترکیب و نظریه داده توسعه یافت [۱۱]. در پژوهش زمانی باجگانی و غلامیان (۲۰۱۸)، فروشنده محصول خود را به خریدار می‌فروشد، در مدل پیشنهادی، تقاضا ثابت و افق برنامه‌ریزی نامحدود بوده و کمبود مجاز نیست و از طرفی کالای ارائه‌شده با تابع نمایی به‌صورت ناگهانی منسوخ می‌شود. مسئله در شرایط تورمی توسعه یافته و هدف تعیین مقدار بهینه سفارش برای کمّینه‌کردن هزینه کل دوره‌ها است [۲۲]. حسن‌پور و همکاران (۲۰۱۸)، یک مدل کنترل موجودی و تعیین سفارش اقتصادی برای کالاهای فسادپذیر با درنظرگرفتن تابع تقاضای کوادراتیک (درجه‌ی دوم زمان) و همچنین افزایش در حالتی که کمبود مجاز و قابل‌جبران (سیاست معوقه) است، ارائه کردند؛ همچنین امکان پرداخت هزینه کالاهای خریداری‌شده توسط فروشنده در زمانی دیرتر از زمان بازپرسی کالا (دریافت کالا) وجود داشت [۱۰].

مطابق پژوهش ترنشل[2] (۲۰۱۷)، دو گروه جایگزینی وجود دارد: جایگزینی استاتیک و جایگزینی دینامیک. در حالت نخست، پیشنهاد می‌شود که مصرف‌کنندگان سطوح موجودی را در نظر نگیرند و تصمیماتشان فقط بر اساس موجودی دردسترس باشد؛ درحالی‌که در مدل‌های جایگزینی دینامیک، تصمیمات مصرف‌کننده بر اساس انتخاب مصرف‌کننده است [۲۰]. پژوهش کورن و همکاران[3] (۲۰۲۲)، نشان داد مصرف‌کنندگان بعد از مواجه با کمبود محصول درخواستی، اقدام به خرید آن محصول در رنگ و ورژن متفاوت می‌کنند [۱۳]. به ژانگ و همکاران[4] (۲۰۲۰)، برنامه‌ریزی موجودی توسط خرده‌فروشان صنعت مد، برای تعیین تنوع (مانند رنگ) برای هر دوره فروش به‌کار گرفته می‌شود. رنگ یک عنصر حیاتی در صنعت مد است و به تولید و برنامه‌ریزی موجودی وابسته است. در این صنعت جایگزینی رنگ، امر مهمی است [۲۳].

در پژوهش آباد[5] (۱۹۹۶)، سیاست‌های میزان تولید و قیمت‌گذاری بهینه در مدل مقدار سفارش اقتصادی برای کالاهای فسادپذیر با پس‌افت جزئی توسعه یافت [۲]. گورتلر[6] (۲۰۰۹)، کالاهای مکمل را در نظر گرفت و فرض کرد وقتی مصرف‌کننده تصمیم می‌گیرد کالای اصلی را خریداری کند و تقاضایش برای کالای مکمل ناچیز باشد، در این حالت برای شرکت‌ها مطلوب است که کالاهای مکمل خود را نگهداری کنند [۱۶]. در پژوهش شوندی و همکاران (۲۰۱۲)، یک مدل موجودی و قیمت‌گذاری چندکالایی برای کالاهای فسادپذیر ارائه شده که در آن کالاها ممکن است جانشین، مکمل و یا مستقل از هم باشند. تابع هدف ارائه‌شده در مدل، تصمیم‌گیری روی قیمت‌ها و نیز تصمیمات موجودی و تولید در سفارش برای بیشینه‌سازی سود کل است. مدل از نوع برنامه‌ریزی غیرخطی است که یک الگوریتم ژنتیک برای حل آن توسعه داده شده است [۱۸]. آن‌ها همچنین مدل قیمت‌گذاری و میزان تولید آباد (۲۰۰۳)، را با در- نظرگرفتن کالاهای چندگانه توسعه داده و یک مدل موجودی و قیمت‌گذاری چندکالایی جدید برای کالاهای فسادپذیر ارائه دادند که کالاها ممکن است مکمل، جانشین و یا مستقل از هم باشند. هدف آن‌ها بهینه‌سازی قیمت کالاها و مقدار تولید است، به‌نحوی‌که سود کل بیشینه شود [۱]. در پژوهش مایتی و مایتی[7] (۲۰۰۹)، تولید بهینه برای یک سیستم کنترل موجودی چندکالایی فاسدشدنی با

1. Aschemann-Witzel
2.Transchel
3. Koren, et al.
4. Zhang, et al.
5. Abad
6. Gurtler
7. Maity & Maiti

محدودیت منبع برای کالاهای مکمل یا جانشین توسعه یافت. در این پژوهش نرخ تولید و سقف موجودی متغیر تصمیم هستند؛ همچنین نرخ فسادپذیری هر کالا وابسته یا ثابت و تقاضا وابسته به موجودی است و کمبود در موجودی مجاز نیست [۱۴].

در پژوهش چن و چائو[1] (۲۰۲۰)، یک سیستم کنترل موجودی چندمحصولی با جایگزینی در صورت کمبود موردمطالعه قرار گرفت. تابع هدف مدل پیشنهادی آن‌ها حداکثرکردن سود حاصل بود و تابع توزیع تقاضا و احتمال جایگزینی محصولات به کمک الگوریتم دیتا دریون و با استفاده از آمار فروش دوره‌های گذشته، تخمین زده شد. در این پژوهش در مواجه با جایگزینی، سه مدل توسعه داده شد. در مدل پایه، مشتری هنگام مواجه با کمبود، قبل از ترک فروشگاه، حداکثر یک بار اقدام به جایگزینی می‌کند. در مدل دوم، جایگزینی از زنجیره مارکوف پیروی می‌کند تا تقاضا برآورده شود و یا مشتری بدون خرید، سیستم را ترک کند و در مدل سوم، جایگزینی حداقل یک‌بار مجاز است. چالش موردبررسی در این مطالعه، این بود که سیستم نمی‌توانست بین تقاضای اولیه و تقاضای جایگزین (سرریز) با توجه به اطلاعات فروش هر محصول، تمایز قائل شود و تقاضای ازدست‌رفته قابل‌مشاهده نبود. درنهایت مدل چنددوره‌ای ارائه‌شده با روش SDP بهینه‌سازی شد [۵]. در پژوهش چولودویز و اورلوفسکی[2] (۲۰۲۱)، محصولات فسادپذیر با تابع توزیع تقاضای وایبل و طول عمر تصادفی بررسی و سیاست تلفیقی FIFO و LIFO برای پاسخگویی به تقاضا به‌کار برده شد [۶]. به‌منظور جمع‌بندی از مبانی نظری موضوع، جدول ۱، ارائه شده است.

جدول ۱. مقایسه پژوهش حاضر با پژوهش‌های مرتبط

پژوهش	سیاست کنترل موجودی		تنوع محصولات		افق برنامه‌ریزی		تعداد دوره‌ها		سیاست جوابگویی تقاضا		نوع محصولات		قابلیت جایگزینی
	بستی	VMI	تکی	چندتایی	محدود	نامحدود	یک	چند	LIFO	FIFO	فاسدشدنی	فاسد نشدنی	
[۱]		*	*		*		*					*	
[۲]		*	*		*		*					*	
[۳]	*		*		*			*			*		
[۵]	*			*	*							*	*
[۷]		*	*		*			*		*	*		
[۸]		*	*			*		*			*		
[۹]	*			*	*		*				*		
[۱۰]	*		*		*						*		
[۱۱]	*		*			*		*			*		
[۱۲]	*			*	*		*					*	*
[۱۳]	*			*	*		*					*	*
[۱۴]	*			*	*		*					*	*
[۱۵]	*		*		*		*				*		
[۱۶]	*			*	*							*	*
[۱۷]	*		*		*						*		
[۱۸]	*			*	*						*		*
[۱۹]	*			*	*						*		*
[۲۰]	*			*		*		*				*	*
[۲۱]	*		*			*		*	*	*	*		
پژوهش حاضر		*		*	*			*	*	*	*		*

1. Chen & Chao
2. Chołodowicz and Orłowski

در این پژوهش با تمرکز بر ۵ شکاف پژوهشی موجود، یک سیستم VMI در زنجیره‌ای متشکل از یک تأمین‌کننده/ فروشنده عمده و N خرده‌فروش (فروشگاه محلی) توسعه داده می‌شود که در آن مؤلفه‌های متعددی از جمله ۱. چندمحصولی‌بودن با خاصیت جایگزینی، ۲. فسادپذیری با عمر متناهی، ۳. سیاست‌های ترکیبی پاسخگویی به تقاضا، ۴. عدم‌قطعیت تقاضا و مدل‌سازی با رویکرد SDP و ۵. تازگی محصول و قیمت/ هزینه‌های وابسته به‌تازگی، به‌طور هم‌زمان در مدل پیشنهادی موردتوجه قرار گرفته است.

لازم به توضیح است که اگرچه مدل SDP پیشنهادی این پژوهش، مبانی نظری غنی خاص خود را دارد، اما در خصوص مسئله VMI توسعه‌یافته این پژوهش با خاصیت‌های فسادپذیری، جایگزینی و چندمحصولی و سایر شرایط خاصی که در تبیین مسئله به آن اشاره شد، وجه تمایز و نوآوری این پژوهش در این خصوص بوده است؛ بنابراین هدف اصلی پژوهش، ارتقای رقابت‌پذیری زنجیره تأمین کالای فاسدشدنی از طریق کاهش هزینه‌ها و افزایش پاسخگویی است که درنهایت افزایش سطح رضایت مشتریان را به دنبال خواهد داشت. در پژوهش‌های گذشته استراتژی VMI برای محصولات فاسدشدنی به‌کار گرفته شده، اما درنظرگرفتن تخفیف و هزینه نگهداری وابسته به طول عمر باقی‌مانده از محصول، مسئله‌ای است که در مدل‌های VMI محصولات فاسدشدنی به‌کارگیری نشده است که خود موضوعی جدید در مدیریت زنجیره تأمین است؛ بنابراین نوآوری این پژوهش به‌کارگیری عمر باقیمانده از محصول برای مدیریت موجودی زنجیره تأمین محصول فاسدشدنی است. در این مطالعه، از استراتژی مدیریت موجودی توسط فروشنده برای مدیریت موجودی محصولات فاسدشدنی در یک زنجیره تأمین دوسطحی با یک فروشنده و چند خرده‌فروش ، با خاصیت جایگزینی در حالت مواجه با کمبود استفاده می‌شود.

۳. روش‌شناسی پژوهش

در این بخش، مسئله موردنظر این پژوهش، بهینه‌سازی یک سیستم VMI در زنجیره تأمین دوسطحی شامل یک فروشنده و چند خرده‌فروش (فروشگاه) با دو برند مختلف از یک محصول فاسدشدنی، موردبررسی قرار می‌گیرد. در هر فروشگاه دو برند مختلف از یک محصول عرضه می‌شود و بین فروشگاه‌ها هیچ ارتباطی وجود ندارد. در هر فروشگاه، تابع توزیع تقاضا برای هر دو برند ۱ و ۲ غیرقطعی است و به‌صورت یک متغیر تصادفی بیان می‌شود. برای مثال، به‌منظور برنامه‌ریزی برای N فروشگاه در یک هفته، تأمین‌کننده در ابتدای هر روز، موجودی اولیه هر فروشگاه را بازبینی می‌کند و سپس با توجه به تقاضا، تصمیم به صدور و یا عدم‌صدور سفارش گرفته می‌شود و در صورت سفارش‌دهی، مقدار آن به‌نحوی تعیین می‌شود که در انتهای هفته، سود تمامی فروشگاه‌ها به حداکثر برسد؛ به‌عبارت‌دیگر، متغیر تصمیم در این مسئله تعیین مقدار سفارش در هر فروشگاه است طی هر دوره است. مشتری برای دو برند به‌صورت تصادفی مراجعه می‌کند، ابتدا محصول تازه از برند موردنظر خود را درخواست/ تقاضا می‌کند. در صورت کمبود، با احتمالات جایگزینی، ابتدا محصول تازه برند دیگر را درخواست می‌کند و در صورت نبود محصول تازه برند دیگر، به‌ترتیب محصول غیرتازه/ کهنه برند اصلی و برند جایگزین را درخواست می‌کند؛ همچنین با یک احتمال مشخص هم ممکن است در صورت کمبود محصول تازه برند اصلی موردنظر خود، سیستم را ترک کند و خرید محصول صورت نگیرید و قاعدتاً فروش/ سود ازدست‌رفته رخ می‌دهد.

در مسئله موردنظر این پژوهش، متغیرهای تصمیم‌گیری اصلی مقدار سفارش‌دهی برای هر فروشگاه در ابتدا هر دوره است؛ البته سطح موجودی و کمبود نیز متغیرهای کمکی وابسته به تصمیمات اصلی و مقدار تقاضا است که وضعیت سیستم در هر مرحله/ دوره را مشخص می‌کند. تابع هدف، حداکثرسازی سود انتظاری کل است که از تفاضل مجموع هزینه‌ها از درآمد حاصل از فروش محصولات محاسبه می‌شود.

مفروضات

- ✓ یک سیستم VMI چنددوره‌ای با دو برند مختلف از یک محصول وجود دارد.
- ✓ افق برنامه‌ریزی: T دوره (برای مثال، می‌خواهیم برای یک هفته (هفت روز) برنامه‌ریزی کنیم)
- ✓ تعداد محصولات: دو برند مختلف از یک محصول فسادپذیر
- ✓ نوع محصولات: فسادپذیر با تاریخ انقضای Kروزه (محصولی که منقضی شده باشد، جزو ضایعات محسوب می‌شود)
- ✓ دسته‌بندی محصول: به کمک $T' < K$ محصولات به دو گروه تازه و کهنه دسته‌بندی می‌شوند.

○ برای مثال، اگر $T = 14$ افق برنامه‌ریزی باشد و $K = 5$ عمر محصولات باشد، آنگاه محصول با عمر کمتر $T' = 3$ به‌عنوان محصول تازه در نظر گرفته می‌شود.

✓ ویژگی محصولات کهنه:

- قیمت وابسته به عمر باقیمانده محصول وابسته است و با کاهش عمر محصول، قیمت با ضریب مشخص می‌یابد (برای ترغیب به خرید)؛
- هزینه‌های نگهداری وابسته عمر باقیمانده محصول با ضریب مشخص افزایش می‌یابد (شرایط نگهداری محصول با عمر زیاد، سخت‌تر است).

✓ ویژگی محصولات تازه:

- قیمت فروش محصولات تازه با عمرهای متفاوت، یکسان است؛
- هزینه نگهداری محصولات تازه با عمرهای متفاوت، یکسان است؛

✓ در پاسخ تقاضا به‌ترتیب موارد زیر محتمل هستند:

۱) تقاضا با محصول تازه برند اصلی پاسخ داده می‌شود؛
۲) تقاضا با محصول تازه برند جایگزین پاسخ داده می‌شود؛
۳) تقاضا با محصول غیرتازه برند اصلی پاسخ داده می‌شود؛
۴) تقاضا با محصول غیرتازه برند جایگزین، پاسخ داده می‌شود؛
۵) تقاضا پاسخ داده نمی‌شود و فروش ازدست‌رفته رخ می‌شود.

✓ ترتیب جوابگویی به تقاضا در هر فروشگاه با سیاست FIFO در محصولات تازه و سپس LIFO در محصولات کهنه است.

✓ محدودیت فضای انبار برای هر فروشگاه وجود دارد.

✓ موجودی باقیمانده در آخرین دوره، به نصف قیمت خرید فروخته می‌شود.

✓ محصولات پس از پایان دوره مصرف، ضایعات محسوب می‌شوند و دورریز می‌گردند.

✓ تقاضا غیرقطعی است و برای آن یک توزیع احتمال در نظر گرفته می‌شود.

رویکرد برنامه‌ریزی پویا تصادفی برای مدل‌سازی مسئله. با توجه به آنکه در مسئله موردنظر این پژوهش، تقاضا و سیستم موجودی در طی زمان و به‌صورت پویا/ چنددوره‌ای در نظر گرفته می‌شود و همچنین مقدار تقاضا در هر دوره به‌صورت تصادفی است، می‌توان از مدل‌های مبتنی بر رویکرد برنامه‌ریزی پویا تصادفی یا SDP برای مدل‌سازی و حل مسئله استفاده کرد؛ بنابراین در این بخش، ابتدا روش SDP در حالت کلی توضیح داده شده و سپس مدل پیشنهادی این پژوهش با به‌کارگیری رویکرد SDP ارائه می‌شود.

رویکرد برنامه‌ریزی پویا تصادفی (SDP). در حالت کلی، درصورتی‌که طی یک فرایند تصمیم‌گیری چندمرحله‌ای، داده‌های ورودی و همچنین خروجی هر تصمیم/ اقدام در هر وضعیت به‌صورت تصادفی باشد، خروجی نهایی به‌صورت یک فرآیند تصادفی/ احتمالی[1] خواهد بود. یکی از محبوب‌ترین رویکردهای مدل‌سازی این نوع سیستم‌های تصمیم‌گیری، رویکرد SDP است [۲۴، ۱۷]. اگر فرض شود که تغییر وضعیت سیستم تصمیم‌گیری طی مراحل/ بازه‌های زمانی تصمیم‌گیری از خاصیت بی‌حافظه‌گی[2] پیروی می‌کند و وضعیت سیستم در مرحله بعد فقط به وضعیت حال حاضر و اقدام انجام‌شده در آن بستگی دارد، آنگاه می‌توان آن را به‌صورت یک فرآیند مارکوفی (MDP[3]) مدل‌سازی کرد [۲۵].

1. Probabilistic/Stochastic/Random Process
2. Memory-Less
3. Markov Decision Process

در یک مسئله که با رویکرد SDP مدل‌سازی می‌شود، شش مؤلفه اصلی در مدل‌سازی باید مشخص شوند به‌صورت زیر هستند:

۱. مجموعه مراحل/ دوره‌های تصمیم‌گیری،

Stage/Time set ($\mathcal{T}$)

۲. فضای وضعیت در ابتدای هر دوره،

State space ($\mathcal{S}$)

۳. مجموعه تصمیمات/اقدامات ممکن در هر وضعیت،

Decision set ($\mathcal{D}_s$)

۴. ماتریس احتمالات انتقال/تغییر وضعیت (که احتمال قرار گرفتن در دوره بعدی در وضعیت $s' \in \mathcal{S}$ را بیان می‌کند؛ مشروط به آنکه در دوره جاری ($t \in \mathcal{T}$) در وضعیت $s \in \mathcal{S}$ تصمیم $d \in \mathcal{D}_s$ اخذ شود)

Transition probabilities Matrix ($\mathbb{P}_t(s'|s,d)$)

۵. عایدی/ هزینه در دوره $t \in \mathcal{T}$ تحت وضعیت $s \in \mathcal{S}$ با تصمیم/ اقدام $d \in \mathcal{D}_s$

Reward/Cost ($\theta_t(s,d)$)

۶. رابطه بازگشتی محاسبه عایدی/ هزینه دوره (متوسط خروجی سیستم در دوره $t \in \mathcal{T}$ است مشروط به آنکه در آن تحت وضعیت $s \in \mathcal{S}$ تصمیم $d \in \mathcal{D}_s$ اخذشده باشد)

Expected Reward/Cost ($\mathcal{F}_t(s,d) = \theta_t(s,d) + \mathbb{E}_{\mathbb{P}_t(s'|s,d)}[\mathcal{F}^*_{t+1}(s')]$)

حال، بر اساس مؤلفه‌های اصلی بالا، گام‌های به‌کارگیری از رویکرد SDP به‌صورت زیر است:

گام صفر در SDP: دریافت ورودی‌ها شامل دوره‌ها/مراحل ($\mathcal{T}$)، وضعیت‌های محتمل در هر دوره ($\mathcal{S}$)، اقدامات ممکن در هر وضعیت ($\mathcal{D}_s$)، ماتریس احتمال انتقال ($\mathbb{P}_t(s'|s,d)$) و درنهایت تابع هزینه برای هر تصمیم در هر وضعیت از هر دوره ($\theta_t(s,d)$)

گام ۱ در SDP: ابتدا، با توجه به آنکه عمدتاً از یک رویه بازگشتی رو به عقب[1] در محاسبه هزینه در SDP استفاده می‌شود، اقدام/ تصمیم بهینه در دوره آخر ($T \in \mathcal{T}$) تحت وضعیت $s \in \mathcal{S}$ به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\mathcal{F}^*_T(s) = \min_{d \in \mathcal{D}_s} \theta_t(s,d)$$

در رابطه بالا T نشان‌دهنده آخرین دوره است و مدل بهینه‌سازی بالا برای هر وضعیت $s \in \mathcal{S}$ در آخرین دوره حل می‌شود تا $\delta^*_T(s) = \operatorname{argmin}_{d \in \mathcal{D}_s} \theta_T(s,d)$ به‌عنوان تصمیم بهینه در هر وضعیت از دوره پایانی ($t = T$) به‌دست آورده شود.

گام ۲ در SDP: با استفاده از رابطه بازگشتی، هزینه در هر دوره (به جزء دوره پایانی) به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\mathcal{F}_t(s,d) = \theta_t(s,d) + \mathbb{E}_{\mathbb{P}_t(s'|s,d)}[\mathcal{F}^*_{t+1}(s')] \quad \forall\, t \in T\ , t \neq T$$

گام ۳ در SDP: مقدار بهینه هزینه در هر دوره ($\mathcal{F}^*_t(s)$) و همچنین تصمیم بهینه در هر دوره ($\delta^*_t(s)$)، مبتنی بر تابع هزینه محاسبه‌شده در گام ۲، برای هر وضعیت $s \in \mathcal{S}$ به‌صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\mathcal{F}^*_t(s) = \min_{d \in \mathcal{D}_s} \mathcal{F}_t(s,d) \qquad \forall\, t \in T\ , t \neq T$$
$$\delta^*_t(s) = \operatorname*{argmin}_{d \in \mathcal{D}_s} \mathcal{F}_t(s,d) \quad \forall\, t \in T\ , t \neq T$$

گام ۴ در SDP: با حل هر مدل بهینه‌سازی گام ۳، درنهایت مقدار بهینه تابع هدف برابر با $\mathcal{F}^*_1(\overline{s})$ می‌شود که در آن $\overline{s}$ وضعیت اولیه سیستم در دوره $t = 1$ است.

1. Backward Regression

درنهایت $\delta^* = [\delta_1^*(\overline{s}), \delta_1^*(s), \dots, \delta_T^*(s)]$ به‌عنوان بردار اقدامات بهینه (مقدار بهینه متغیرهای تصمیم‌گیری) در هر وضعیت $s \in \mathcal{S}$ در هر دوره، به‌عنوان خروجی SDP به‌دست آورده می‌شود.

فرمولاسیون و حل مسئله مبتنی بر رویکرد SDP

جدول ۲. نماد و علائم به‌کارگرفته‌شده در مدل SDP پیشنهادی

نماد	توضیح
N	تعداد فروشگاه
T	تعداد دوره
L	طول عمر محصول
$i \in \{1,2,\dots,N\}$	اندیس شمارنده فروشگاه‌ها
$t \in \{1,2,\dots,T\}$	اندیس شمارنده دوره‌های برنامه‌ریزی (مراحل)
$k \in \{1,2,\dots,L\}$	اندیس طول عمر باقیمانده محصولات
$j \in \{f_1, f_2\}$	اندیس برندها (قسمت محصولات تازه برندها)
$j' \in \{o_1, o_2\}$	اندیس برندها (قسمت محصولات کهنه برندها)
P_j	قیمت فروش هر واحد محصول تازه j
α	نرخ کاهش قیمت محصولات کهنه
β	نرخ افزایش هزینه نگهداری محصولات کهنه
h	هزینه نگهداری هر واحد محصول تازه
c_j	قیمت خرید هر واحد محصول j
T'	زمان افراز محصولات به نوع تازه و کهنه بر اساس طول عمر آن‌ها
V_i	ظرفیت فروشگاه i
A_{tij}	هزینه‌های سفارش‌دهی محصول j در فروشگاه i در دوره t
D_{tij}	تقاضای محصول jام در فروشگاه iام در دوره tام
ω_j	احتمال مراجعه مشتری برای برند j
$\pi^{jj'}$	احتمال جایگزینی برند j با j'
π^{jo}	احتمال اینکه مشتری بدون اقدام به جایگزینی، سیستم را ترک کند.
$(x_k)_{tij}$	تعداد محصولات j در فروشگاه i که در زمان t از طول عمر آن‌ها k روز باقیمانده است.
$[\boldsymbol{x}]_{tij} = [x_1, x_2, \dots x_{L-1}]_{tij}$	تعداد محصولات j در فروشگاه i که در زمان t از هر طول عمر. (فضای حالت)
y_{tij}	مقدار سفارش در هر مرحله/ دوره برای فروشگاه i برای برند j (متغیر تصمیم/ اقدام)

در مدل پیشنهادی، یک زنجیره تأمین دوسطحی با یک فروشنده وN فروشگاه وجود دارد و در هر کدام از فروشگاه‌ها، دو برند مختلف از یک محصول تحت سیاست VMI عرضه می‌شود. محصول یادشده فاسدشدنی و دارای مدت انقضا و طول عمر محدود L است و بعد از سپری‌شدن آن، محصول فاسدشده و دورریز می‌شود. در مورد برخی محصولات از جمله محصولات لبنی، نمی‌توان مشتری را ملزم به استفاده از محصولاتی کرد که زمان کمی از تاریخ‌مصرف آن‌ها باقی مانده است؛ بنابراین برای ترغیب مشتریان به خرید محصولات با طول عمر کمتر (کهنه‌تر)، از سیاست تخفیف وابسته به عمر باقیمانده محصول برای محصولاتی که مدت‌زمان کمتری از عمر آن‌ها باقی مانده، استفاده شده است. در این راستا محصولات در دو گروه تازه و کهنه قرار می‌گیرند و برای محصولات کهنه، تخفیف در قیمت فروش لحاظ شده است. برای نزدیک‌شدن به شرایط دنیای واقعی، مانند دمای نگهداری، هزینه نگهداری محصولات کهنه، بیشتر از محصولات تازه در نظر گرفته‌شده و به طول عمر باقیمانده منوط شده است.

برای محاسبه ضریب کاهش قیمت فروش و ضریب افزایش هزینه نگهداری، فرض می‌شود که قیمت فروش در آخرین روز مصرف، نصف قیمت فروش محصولات تازه و هزینه نگهداری در آخرین روز عمر محصول،۲۰ درصد بیشتر از محصولات تازه است؛ بنابراین:

$$\alpha = \frac{P}{2 \times (T' - 1)} \qquad (۱)$$

$$\beta = \frac{0.2 * h}{(T' - 1)} \quad (۲)$$

مقدار بهینه در آخرین مرحله، تحت هر وضعیت (سطح موجودی محصولات در فروشگاه‌های مختلف و در عمر مختلف)، با فرض آنکه موجودی باقیمانده در آخرین دوره به نصف قیمت خرید فروخته می‌شود و همچنین با محاسبه کل موجودی به‌صورت $I_{tij} = \sum_{k=1}^{L-1}(x_k)_{tij}$، به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$f^*_{T+1}\left((x_1, x_2, \dots x_{L-1})_{T+1,i,j}\right) = \sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{2}\frac{c_j}{2} I_{T+1,i,j} \quad (۳)$$

در این مدل از سیاست تلفیقی LIFO-FIFO برای جوابگویی به تقاضای مشتریان استفاده شده است. فرض شده اولویت مشتریان برای انتخاب محصول، ابتدا محصولات تازه با سیاست $FIFO$ و سپس محصولات کهنه با سیاست $LIFO$ است؛ به‌عبارت‌دیگر ترتیب خروج محصول از سیستم موجودی با توجه به متغیر حالت $[x]_{tij}$ به‌صورت زیر است و ملاحظه می‌شود که ابتدا محصولات تازه با سیاست FIFO و در صورت نیاز، محصولات کهنه با سیاست LIFO تحویل مشتریان می‌شود.

$$\begin{aligned} &FIFO: (x_{T'})_{tij} \rightarrow (x_{T'+1})_{tij} \rightarrow \cdots \rightarrow (x_L)_{tij} \\ &LIFO: (x_{T'-1})_{tij} \rightarrow (x_{T'-2})_{tij} \rightarrow \cdots \rightarrow (x_1)_{tij} \end{aligned} \quad (۴)$$

برای ساده‌سازی، محصولات تازه با $I^F_{tij} = \sum_{k=T'}^{L-1}(x_k)_{tij}$ و کهنه با $I^d_{tij} = \sum_{k=1}^{L-1}(x_k)_{tij}$ نشان داده‌می‌شود.

لازم به توضیح است که مشتریان در صورت مواجهه با کمبود با احتمال مشخص اقدام به جایگزینی کرده $\sum_{j\neq j'}\pi^{jj'} \leq 1$ و یا سیستم را ترک می‌کنند $\pi^{jo} = 1 - \sum_{j\neq j'}\pi^{jj'}$ و همچنین داریم $\pi^{jj} = 0$.

برای محاسبه سود در هر دوره با توجه به حالات محتمل وقوع تقاضا به‌ترتیب زیر عمل می‌شود:

ابتدا محاسبه سود در حالتی که تقاضا با محصولات تازه برند اصلی پاسخ داده می‌شود: R^1_{tij} درآمد حاصل از فروش، در حالتی است که محصول اول، برند اصلی و R^2_{tij} میزان درآمد، زمانی است که محصول دوم برند اصلی می‌باشد.

$$R^1_{tij} = \sum_{d=0}^{I^F_{ti1}+y_{ti1}} Prob(D_{tij} = d).\left(P_1.d + f^*_{t+1,i,j}\left(x^1_{t+1,i,j}\right)\right) \quad (۵)$$

$$R^2_{tij} = \sum_{d=0}^{I^F_{ti2}+y_{ti2}} \text{Prob}\,(D_{tij} = d)(P_2.d + f^*_{t+1,i,j}\left(x^2_{t+1,i,j}\right) \quad (۶)$$

در این حالت پس از برآورده‌شدن تقاضا، موجودی برای هر دو برند برای هر دو حالت که محصول اول و یا دوم، برند اصلی باشد، به کمک روابط زیر برای دوره بعد به‌روزرسانی می‌شود:

$$(x^1_k)_{t+1,i,1} = \left\{\begin{array}{c} ((x_{k+1})_{ti1} - (d - \sum_{k'=T'}^{k+1}(x_{k'})_{ti1})^+)^+ \quad ; k = T'-1, T', \dots, L-1 \\ (x_{k+1})_{ti1} \quad ; k = 1,2, \dots, T'-2 \end{array}\right\} \quad (۷)$$

$$(x^1_k)_{t+1,i,2} = (x_{k+1})_{ti2} \quad , k = 1,2, \dots, L-1 \quad (۸)$$

$$(x_k^2)_{t+1,i,2} = \begin{Bmatrix} ((x_{k+1})_{ti2} - (d - \sum_{k'=T'}^{k+1} (x_{k'})_{ti2})^+)^+ & ; k = T'-1, T', \dots, L-1 \\ (x_{k+1})_{ti2} & ; k = 1,2, \dots, T'-2 \end{Bmatrix} \quad (۹)$$

$$(x_k^2)_{t+1,i,1} = (x_{k+1})_{ti1} \quad , k = 1,2, \dots, L-1 \quad (۱۰)$$

محاسبه سود در حالتی که تقاضا با محصول تازه برند جایگزین پاسخ داده می‌شود: R_{tij}^3 میزان درآمد حاصل از فروش تمام محصولات تازه اول و میزان موردنیاز از محصولات تازه برند جایگزین است و همچنین R_{tij}^4 درآمد حاصل از فروش تمام محصول تازه دوم و تعداد موردنیاز از محصول اول است.

$$R_{tij}^3 = \sum_{d=I_{ti1}^F + y_{ti1} + 1}^{I_{ti1}^F + I_{ti2}^F + y_{ti1} + y_{ti2}} \text{Pro}b\,(D_{tij} = d)(P_1.(I_{ti1}^F + y_{ti1}) + \pi^{f_1 f_2}.P_2\,(d - I_{ti1}^F - y_{ti1}) \quad (۱۱)$$

$$+ f_{t+1,i,j}^*(x_{t+1,i,j}^3))$$

$$R_{tij}^4 = \sum_{d=I_{ti2}^F + y_{ti2} + 1}^{I_{ti1}^F + I_{ti2}^F + y_{ti1} + y_{ti2}} \text{Prob}\,(D_{tij} = d)(P_2.(I_{ti2}^F + y_{ti2}) + \pi^{f_2 f_1}.P_1 \cdot (d - I_{ti2}^F - y_{ti2}) \quad (۱۲)$$

$$+ f_{t+1,i,j}^*(x_{t+1,i,j}^4))$$

در مواجه با این شرایط و پس از جوابگویی تقاضا، سیستم موجودی با استفاده از روابط زیر به دوره بعد منتقل می‌شود. در روابط ۱۳ و ۱۴، محصول اول، برند اصلی و در روابط ۱۵ و ۱۶، محصول دوم، برند اصلی است.

$$(x_k^3)_{t+1,i,1} = \begin{Bmatrix} (x_{k+1})_{ti1} & ; k = 1,2, \dots, T'-2 \\ 0 & ; k = T'-1, T', \dots, L-1 \end{Bmatrix} \quad (۱۳)$$

$$(x_k^3)_{t+1,i,2} = \begin{Bmatrix} ((x_{k+1})_{ti2} - (d - I_{ti1}^F - y_{ti1} - \sum_{k'=T'}^{k+1} (x_{k'})_{ti2})^+)^+ & ; k = T'-1, T', \dots, L-1 \\ (x_{k+1})_{ti2} & ; k = 1,2, \dots, T'-2 \end{Bmatrix} \quad (۱۴)$$

$$(x_k^4)_{t+1,i,2} = \begin{Bmatrix} (x_{k+1})_{ti2} & ; k = 1,2, \dots, T'-2 \\ 0 & ; k = T'-1, T', \dots, L-1 \end{Bmatrix} \quad (۱۵)$$

$$(x_k^4)_{t+1,i,1} = \begin{Bmatrix} ((x_{k+1})_{ti1} - (d - I_{ti1}^F - y_{ti1} - \sum_{k'=T'}^{k+1} (x_{k'})_{ti1})^+)^+ & ; k = T'-1, T', \dots, L-1 \\ (x_{k+1})_{ti1} & ; k = 1,2, \dots, T'-2 \end{Bmatrix} \quad (۱۶)$$

$$R_{tij}^5 = \sum_{d=I_{ti1}^F + I_{ti2}^F + y_{ti1} + y_{ti2} + 1}^{I_{ti1}^F + I_{ti2}^F + y_{ti1} + y_{ti2} + I_{ti1}^d} \text{Prob}\,(D_{tij} = d)(P_1.(I_{ti1}^F + y_{ti1}) + \pi^{f_1 f_2}.P_2(I_{ti2}^F + y_{ti2})$$

$$+\pi^{f_2 o_1}.\Big(\sum_{k=T_1+1}^{T'-1}(x_k)_{ti1}.(P_1-\alpha(T'-k)^+)+(d-I_{ti1}^F-I_{ti2}^F-y_{ti1}-y_{ti2}-\sum_{k=T_1+1}^{T'-1}(x_k)_{ti1}).(P_1-\alpha(T'-T_1)^+))+f_{t+1,i,j}^*\left(x_{t+1,i,j}^5\right)\Big) \quad (۱۷)$$

$$R_{tij}^6=\sum_{d=I_{ti1}^F+I_{ti2}^F+y_{ti1}+y_{ti2}+1}^{I_{ti1}^F+I_{ti2}^F+y_{ti1}+y_{ti2}+I_{ti2}^d}\text{Prob}\left(D_{tij}=d\right)P_2.(I_{ti2}^F+y_{ti2})\Big)\pi^{f_2 f_1}.P_1(I_{ti1}^F+y_{ti1})+\pi^{f_1 o_2}.\Big(\sum_{k=T_3+1}^{T'-1}(x_k)_{ti2}.(P_2-\alpha(T'-k)^+)+(d-I_{ti1}^F-I_{ti2}^F-y_{ti1}-y_{ti2}-\sum_{k=T_3+1}^{T'-1}(x_k)_{ti2}).(P_2-\alpha(T'-T_3)^+))+f_{t+1,i,j}^*\left(x_{t+1,i,j}^6\right)\Big) \quad (۱۸)$$

$$\sum_{k=T_1}^{T'-1}(x_k)_{ti1}\geq d-(I_{ti1}^F+I_{ti2}^F+y_{ti1}+y_{ti2}) \quad (۱۸)$$

$$(x_k^5)_{t+1,i,1}=\left\{\begin{array}{ll}((x_{k+1})_{ti1}-(d-I_{ti1}^F-I_{ti2}^F-y_{ti1}-y_{ti2}-\sum_{k'=k+1}^{T'-1}(x_{k'})_{ti1})^+)^+ & ;k=1,2,\dots,T'-2\\ 0 & ;k=T'-1,T',\dots,L-1\end{array}\right\} \quad (۱۹)$$

$$(x_k^5)_{t+1,i,2}=\left\{\begin{array}{ll}(x_{k+1})_{ti2} & ;k=1,2,\dots,T'-2\\ 0 & ;k=T'-1,T',\dots,L-1\end{array}\right\} \quad (۲۰)$$

$$\sum_{k=T_3}^{T'-1}(x_k)_{ti2}\geq d-(I_{ti1}^F+I_{ti2}^F+y_{ti1}+y_{ti2}) \quad (۲۱)$$

$$(x_k^6)_{t+1,i,2}=\left\{\begin{array}{ll}((x_{k+1})_{ti2}-(d-I_{ti1}^F-I_{ti2}^F-y_{ti1}-y_{ti2}-\sum_{k'=k+1}^{T'-1}(x_{k'})_{ti2})^+)^+ & ;k=1,2,\dots,T'-2\\ 0 & ;k=T'-1,T',\dots,L-1\end{array}\right\} \quad (۲۲)$$

$$(x_k^6)_{t+1,i,1}=\left\{\begin{array}{ll}(x_{k+1})_{ti1} & ;k=1,2,\dots,T'-2\\ 0 & ;k=T'-1,T',\dots,L-1\end{array}\right\} \quad (۲۳)$$

$$R_{tij}^{7}=\sum_{I_{ti1}^{F}+I_{ti2}^{F}+y_{ti1}+y_{ti2}+I_{ti1}^{d}+1}^{I_{ti1}^{F}+I_{ti2}^{F}+y_{ti1}+y_{ti2}+I_{ti1}^{d}+I_{ti2}^{d}}\mathrm{Prob}(D_{tij}=d).\Bigg[P_1.(I_{ti1}^{F}+y_{ti1})+\pi^{f_1f_2}P_2.(I_{ti2}^{F}+y_{ti2})+\pi^{f_2o_1}\Big(\sum_{k=1}^{T'-1}(x_k)_{ti1}.(P_1-\alpha(T'-k)^{+})\Big)+\pi^{o_1o_2}\Bigg(\sum_{k=T_{2+1}}^{T'-1}(x_k)_{ti2}\Bigg)\Bigg(P_{12}.\alpha(T'-k)^{+})+\Bigg(d-I_{ti2}^{F}-I_{ti1}^{F}-y_{ti1}-y_{ti2}-I_{ti1}^{d}-\sum_{k=T_4+1}^{T'-1}(x_k)_{ti2}).(P_2-\alpha(T'-T_2)^{+})\Bigg)\Bigg)+f_{t+1,i,j}^{*}\big(x_{t+1,i,j}^{7}\big)\Bigg] \tag{۲۵}$$

$$R_{tij}^{7}=\sum_{I_{ti1}^{F}+I_{ti2}^{F}+y_{ti1}+y_{ti2}+I_{ti2+1}^{d}}^{I_{ti1}^{F}+I_{ti2}^{F}+y_{ti1}+y_{ti2}+I_{ti1}^{d}+I_{ti2}^{d}}\mathrm{Prob}(D_{tij}=d).\Bigg[P_2.(I_{ti2}^{F}+y_{ti2})+\pi^{f_2f_1}P_1.(I_{ti1}^{F}+y_{ti1})+\pi^{f_1o_2}.(\sum_{k=1}^{T'-1}(x_k)_{ti2}.(P_2-\alpha(T'-k)^{+}))+\pi^{o_2o_1}((\sum_{k=T_{4+1}}^{T'-1}(x_k)_{ti1}).(P_1.\alpha(T'-k)^{+})+(d-I_{ti2}^{F}-I_{ti1}^{F}-y_{ti1}-y_{ti2}-I_{ti2}^{d}-\sum_{k=T_4+1}^{T'-1}(x_k)_{ti1}).(P_1-\alpha(T'-T_4)^{+}))+f_{t+1,i,j}^{*}\big(x_{t+1,i,j}^{8}\big))\Bigg] \tag{۲۴}$$

درنهایت، محاسبه سود در حالتی که تقاضا با محصول کهنه برند اصلی پاسخ داده می‌شود: R_{tij}^{5} میزان درآمد حاصل از فروش تمام محصولات تازه اول و دوم و مقدار موردنیاز از محصول کهنه برند اول و R_{tij}^{6} درآمد حاصل از فروش تمام محصولات تازه اول و دوم و قسمتی از کهنه برند دوم است.

به کمک روابط ۱۹و ۲۲، تعداد موردنیاز از محصول کهنه اول و دوم، برای پاسخ به تقاضا مشخص می‌شود؛ همچنین روابط ۲۰ و ۲۱، سیستم موجودی را زمانی که محصول اول، برند اصلی و روابط ۲۳، ۲۴، زمانی که محصول دوم، برند اصلی است، برای انتقال به دوره بعد به‌روزرسانی می‌کنند.

محاسبه سود در حالتی که تقاضا با محصول کهنه برند جایگزین پاسخ داده می‌شود: در حالتی که برند اول، برند انتخابی اصلی باشد، R_{tij}^{7} نشانگر درآمد حاصله از فروش تمام محصولات تازه و محصول کهنه اول و تعداد موردنیاز از کهنه دوم است و R_{tij}^{8} درآمد ناشی از فروش تمام محصولات تازه و محصولات کهنه دوم و قسمتی از محصولات کهنه اول است.

روابط ۲۷ و ۳۲، تعداد موردنیاز محصولات کهنه برند دوم و اول برای پاسخگویی به تقاضا را نشان می‌دهند. روابط ۲۸ و ۲۹، وضعیت موجودی سیستم در دوره بعدی در حالتی که برند اول، اصلی است و روابط ۳۰ و ۳۱، وضعیت را با اصلی‌بودن برند دوم، نشان می‌دهند.

$$\sum_{k=T_2}^{T'-1}(x_k)_{ti2} \geq d - (I_{ti1}^F + I_{ti2}^F + y_{ti1} + y_{ti2} + I_{ti1}^F) \quad (۲۵)$$

$$(x_k^7)_{t+1,i,1} = 0 \qquad ; k = 1,2, \dots L-1 \quad (۲۶)$$

$$(x_k^7)_{t+1,i,2} = \left\{ \begin{array}{c} ((x_{k+1})_{ti2} - (d - I_{ti1}^F - I_{ti2}^F - y_{ti1} - y_{ti2} - I_{ti1}^d - \\ \sum_{k'=k+1}^{T'-1}(x_{k'})_{ti2})^+)^+ \quad ; k = 1,2, \dots, T'-2 \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad ; k = T'-1, T', \dots, L-1 \end{array} \right\} \quad (۲۷)$$

$$(x_k^8)_{t+1,i,2} = 0 \qquad ; k = 1,2, \dots L-1 \quad (۲۸)$$

$$(x_k^8)_{t+1,i,1} = \left\{ \begin{array}{c} ((x_{k+1})_{ti1} - (d - I_{ti1}^F - I_{ti2}^F - y_{ti1} - y_{ti2} - I_{ti2}^d - \\ \sum_{k'=k+1}^{T'-1}(x_{k'})_{ti1})^+)^+ \quad ; k = 1,2, \dots, T'-2 \\ 0 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad ; k = T'-1, T', \dots, L-1 \end{array} \right\} \quad (۲۹)$$

$$\sum_{k=T4}^{T'-1}(x_k)_{ti1} \geq d - \left(I_{ti1}^F + I_{ti2}^F + y_{ti1} + y_{ti2} + I_{ti2}^d\right) \quad (۳۲)$$

به‌منظور تعیین مقدار سفارش بهینه هر فروشگاه برای بیشینه‌کردن سود موردانتظار سیستم، با توجه به درآمد حاصل از فروش و هزینه‌های سیستم موجودی که شامل هزینه‌های نگهداری، سفارش‌دهی و خرید است، رابطه بازگشتی به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{aligned} f_{tij}(x_{tij}, y_{tij}) = {} & \omega^1[R_{tij}^1 + R_{tij}^3 + R_{tij}^5 + R_{tij}^7] + (1-\omega^1)\left[R_{tij}^2 + R_{tij}^4 + R_{tij}^6 + R_{tij}^8\right] - A_{tij} - c.y_{tij} \\ & - h\sum_{k=T'}^{L-1}(x_k)_{tij} - \sum_{k=1}^{T'-1}(x_k)_{tij}.(h + \beta(T' - k)^+) \end{aligned} \quad (۳۳)$$

درنهایت، $\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{2} f_{tij}(x_{tij}, y_{tij})$ مقدار تابع هدف مسئله پیشنهادی است که پژوهش در پی آن است با بررسی وضعیت‌های مختلف و مقادیر متفاوت سفارش، حداکثرسازی سود محقق شود. با توجه به این نکته که مقدار سفارش باید قیود زیر را ارضا کند.

$$y_{tij} \leq V_i - I_{tij} \qquad ; \forall\, t, i, j \quad (۳۴)$$

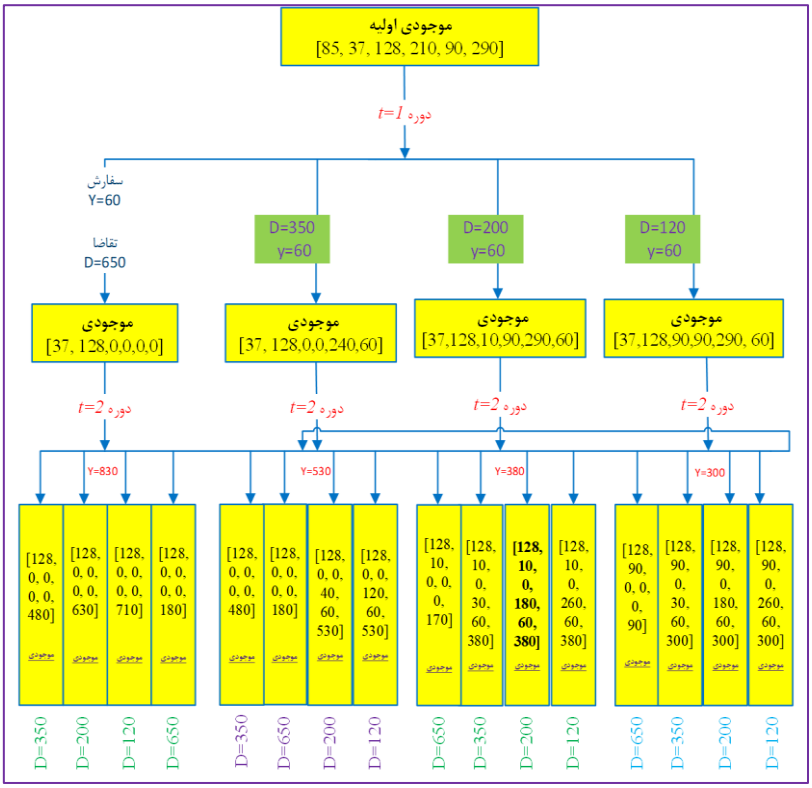
$$(x_k)_{tij} \ , \ y_{tij} \geq 0 \qquad ; \forall\, t, i, j \quad (۳۵)$$

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

مطالعه عددی. در این پژوهش، مدل پیشنهادی با رویکرد SDP حل و در آن از درخت تصمیم برای لحاظ‌کردن حالات محتمل استفاده شده است. در درخت تصمیم (شکل ۲)، گره‌ها نمایانگر موجودی ابتدای دوره و شاخه‌ه نمایانگر سناریوهای مختلف تقاضا (۴ حالت) با تابع احتمالات مشخص هستند. برای مثال اگر موجودی ابتدای دوره برند اول (گره شروع)، $[x_1 = 85;\ x_2 = 37;\ x_3 = 128;\ x_4 = 210;\ x_5 = 90;\ x_6 = 290]$ با احتمال $[0.2,\ 0.3,\ 0.2,\ 0.3]$ باشد، اعداد به‌ترتیب نشان‌دهنده تعداد موجودی با تاریخ انقضا یک تا شش روز هستند و تعدادی که تصمیم گرفته می‌شود سفارش داده شود، دارای تاریخ انقضای ۷ روز است. فرض می‌شود T'=4 است؛ یعنی محصولات با تاریخ انقضای ۴ تا ۷ روز، محصولات تازه و محصولاتی که ۱

تا ۳ روز از تاریخ‌مصرف آن‌ها باقی مانده است، کهنه در نظر گرفته می‌شود. در این مثال چهار سناریوی مختلف برای تقاضا در نظر گرفته شده است (D=120 , D=200, D=350, D=650)، متناسب با وقوع هر یک از حالات تقاضا و مقدار سفارش مطابق رابطه ۴، جوابگویی به تقاضا اتفاق خواهد افتاد. برای مثال، چنانچه D=650 و y=60 باشد، ترتیب جوابگویی با مقادیر [219, 90, 290, 60] است. در این حالت تعداد محصولات تازه، جوابگوی تقاضا است و نیازی به استفاده از محصولات کهنه نیست. در دوره دوم (T=2) برای دستیابی به موجودی ابتدای دوره، موجودی دوره اول پس از جوابگویی تقاضا، به‌روزرسانی می‌شود. یادآوری می‌شود محصولی که در دوره اول، یک روز تاریخ انقضا دارد، منقضی شده و دورریز می‌شود. در حالت D=650 و y=60، موجودی در ابتدای دوره دوم [37, 128, 0, 0, 0, 0] خواهد بود. در این دوره ۱۶ حالت برای تقاضا در نظر گرفته می‌شود. در هر دوره تعداد شاخه‌ها (حالت‌های تقاضا) $1\times D^T$ است. پس از ترسیم درخت تصمیم، باید با استفاده از روش SDP، مقادیر سفارش بهینه در هر دوره برای هر فروشگاه به نحوی تعیین شود که مقدار تابع هدف رابطه ۳۳، بیشینه شود.

در راستای حل مدل، هزینه نگهداری هر واحد ۱۰ دلار، قیمت خرید هر واحد ۸۰ و تعداد دوره‌های موردبررسی ۲ و ظرفیت هر فروشگاه ۱۰۰۰ محصول و موجودی اولیه، صفر لحاظ شده است. مقادیر بهینه سفارش در دوره اول و دوم به‌ترتیب ۶۰ و۳۸۰ است که سود کل با وقوع D= 200 در دوره اول و دوره دوم به عدد ۱۱۳۲۰۰ می‌رسد.

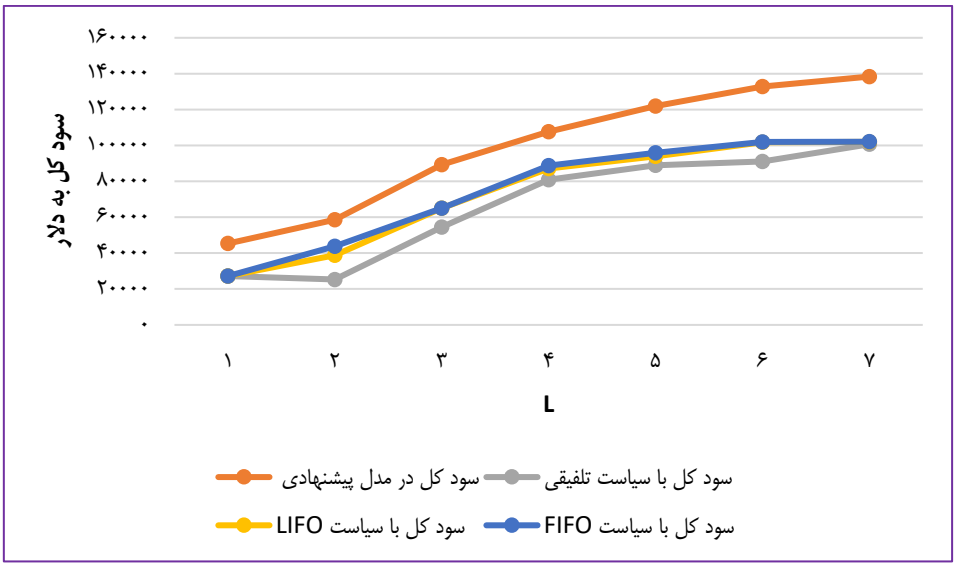


شکل۲. پاسخ بهینه در مثال عددی

نتایج و تجزیه‌وتحلیل. به‌منظور حل مدل و ارائه یک مثال عددی، مدل پیشنهادی در بخش ۲ با استفاده اطلاعات ورودی موجود در بخش ۳ با رویکرد SDP حل شده و نتایج آن در این بخش بررسی می‌شود. روابط ۳۳ تا ۳۵، در نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی و اجرا شده است. چنانچه در مدل پیشنهادی T'=1 و β=α=۰ لحاظ شود، سیاست جوابگویی به تقاضا به FIFO و اگر T'=L باشد، سیاست مورداستفاده به LIFO تغییر خواهد کرد و از آن برای مقایسه نتایج، استفاده می‌شود. مطابق جدول ۲ اثر تغییرات طول عمر محصول (L) در میزان سود کل موردانتظار، بررسی شده و با میزان سود مدل با سیاست FIFO، مدل با سیاست LIFO، مدل تلفیقی LIFO-FIFO با یک برند، مقایسه شده است.

جدول ۲. تأثیر (L) بر میزان سود کل

عمر محصول (L)	سود کل با استراتژی FIFO	سود کل با استراتژی LIFO	سود کل با سیاست تلفیقی	سود کل با سیاست تلفیقی و جایگزینی برند (مدل پیشنهادی)
۱	۲۷۲۰۰	۲۷۲۰۰	۲۷۲۰۰	۴۵۳۶۰
۲	۴۳۸۶۰	۳۸۸۶۰	۲۵۳۳۶	۵۸۶۵۰
۳	۶۵۰۸۰	۶۵۰۲۰	۵۴۵۰۰	۸۹۲۳۶
۴	۸۸۷۸۰	۸۷۱۵۰	۸۰۹۹۷	۱۰۷۶۰۰
۵	۹۵۹۸۰	۹۴۰۲۰	۸۹۰۰۸	۱۲۱۹۴۰
۶	۱۰۲۰۴۰	۱۰۱۸۰۰	۹۱۷۰۳	۱۳۲۸۹۰
۷	۱۰۲۰۸۰	۱۰۲۰۲۰	۱۰۰۶۷۰	۱۳۸۳۹۶

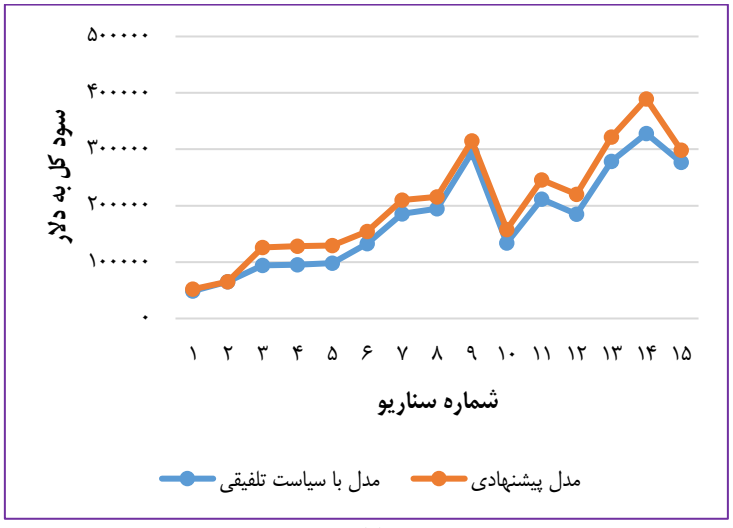


شکل ۳. تأثیر عمر محصول (L) بر سود کل

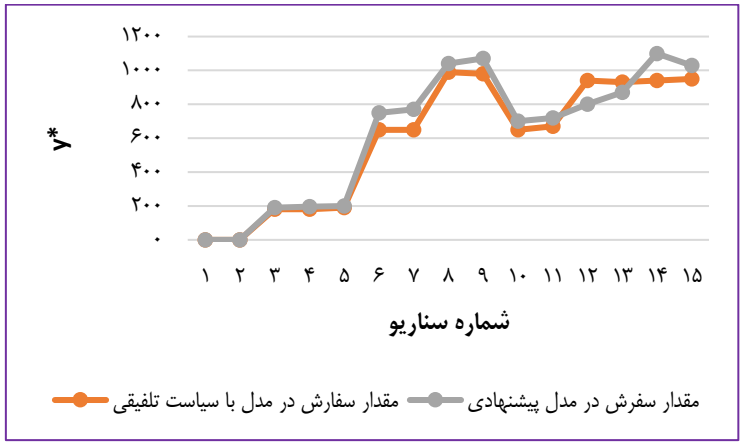
بر اساس نتایج جدول ۲ و رفتار تابع هدف با سیاست‌های مختلف مطابق شکل ۳، نشان‌دهنده این مطلب است که مقدار سود کل در مدل پیشنهادی به‌ترتیب بیشتر از مدل با سیاست FIFO، سیاست تلفیقی و سپس LIFO است. به جهت مقایسه عملکرد مدل پیشنهادی با مدل‌های قبلی، ۱۵ مسئله با سایز و پیچیدگی‌های متفاوت مطابق جدول ۲، به‌صورت تصادفی تولید و حل شده و نتایج به کمک شکل ۴(a) و ۴(b) با هم مقایسه می‌شود. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، با افزایش متغیر تصمیم (مقدار سفارش)، سود کل افزایش می‌یابد؛ اما سود کل مدل پیشنهادی در مقایسه با مدل تلفیقی کمتر است؛ زیرا مدل پیشنهادی با گزینه جایگزینی برند برای مشتریان از خروج درصدی از آن‌ها جلوگیری می‌کند؛ بنابراین مقدار فروش و سود افزایش می‌یابد.

جدول ۳. نتایج مسائل طراحی‌شده

شماره سناریو	اندازه مسئله	مدل پیشنهادی		مدل با سیاست تلفیقی	
	(i, T, T', L, P)	سود کل (دلار)	مقدار سفارش (y*)	سود کل (دلار)	مقدار سفارش (y*)
۱	(۱، ۲، ۳، ۶۰)	۵۲۰۰۰	۰	۴۸۶۸۰	۰
۲	(۱، ۲، ۳، ۸۰)	۶۵۴۸۰	۰	۶۵۰۸۰	۰
۳	(۱، ۳، ۴، ۵، ۹۰)	۱۲۶۲۰۰	۱۹۰	۹۴۲۵۰	۱۸۰
۴	(۱، ۴، ۴، ۶، ۹۰)	۱۲۸۴۰۰	۱۹۵	۹۵۲۰۰	۱۸۰
۵	(۱، ۵، ۴، ۶، ۹۰)	۱۲۹۷۰۰	۲۰۰	۹۸۴۰۰	۱۹۰
۶	(۲، ۲، ۳، ۶۰)	۱۵۴۳۰۰	۷۵۰	۱۳۲۸۰۰	۶۵۰
۷	(۲، ۳، ۲، ۸۰)	۲۱۰۰۰۰	۷۷۰	۱۸۵۶۰۰	۶۵۰
۸	(۲، ۳، ۳، ۵، ۹۰)	۲۱۵۷۰۰	۱۰۴۰	۱۹۴۸۰۰	۹۹۰
۹	(۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲۰)	۳۱۵۰۰۰	۱۰۷۰	۲۹۴۵۶۰	۹۸۰
۱۰	(۲، ۴، ۲، ۲، ۶۰)	۱۵۷۸۰۰	۷۰۰	۱۳۴۲۰۰	۹۵۰
۱۱	(۲، ۴، ۲، ۲، ۹۰)	۲۴۵۶۰۰	۷۲۰	۲۱۲۰۰۰	۶۷۰
۱۲	(۲، ۴، ۳، ۶، ۹۰)	۲۲۰۰۰۰	۸۰۰	۱۸۴۸۰۰	۹۴۰
۱۳	(۲، ۵، ۳، ۶، ۹۰)	۳۲۱۹۰۰	۸۷۰	۲۷۸۶۰۰	۹۳۰
۱۴	(۲، ۵، ۵، ۷، ۱۲۰)	۳۸۹۵۰۰	۱۱۰۰	۳۲۸۰۰۰	۹۴۰
۱۵	(۲، ۵، ۴، ۶، ۹۰)	۲۹۸۷۰۰	۱۰۳۰	۲۷۷۰۰۰	۹۵۰



(a)



(b)

شکل ۴. مقایسه مدل پیشنهادی با مدل با سیاست تلفیقی بر اساس سود کل (a) و مقدار سفارش(b)

در ادامه تحلیل حساسیت بر روی سه پارامتر α، β و T' صورت گرفت. در مثال عددی ارائه‌شده مطابق رابطه ۱، α=۱۳/۳ و مطابق رابطه ۲، β=۶ و $T'=4$ در نظر گرفته شده است. مقدار تابع هدف (رابطه ۳۳)، به‌ازای مقادیر مختلف α و β و T' مطابق جداول ۴، ۵ و ۶، به‌دست آمده و سپس نتایج در شکل‌های ۴ ، ۵ و ۶، نشان داده شده است.

جدول ۴. تحلیل حساسیت بر روی پارامتر α

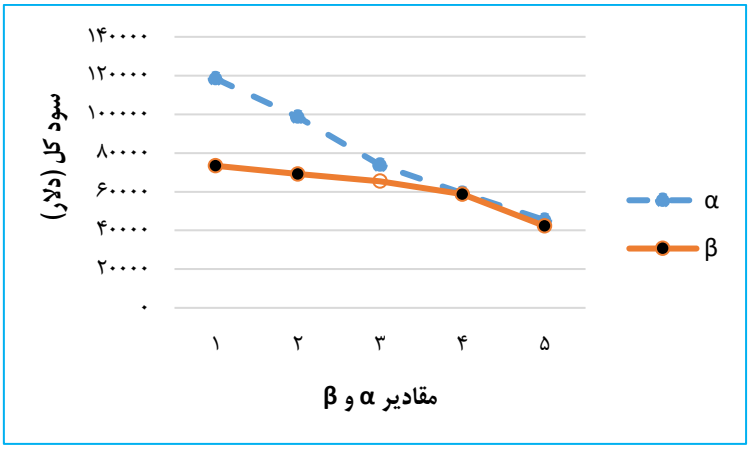
شماره سناریو	α	تابع هدف($)	زمان حل (ثانیه)
C1	۰	۱۱۸۴۰۰	۲۰۲
C2	۵	۹۸۶۰۰	۲۰۵
C3	۱۰	۷۳۸۰۰	۲۰۸
C4	۱۵	۵۹۳۰۰	۲۰۹
C5	۲۰	۴۵۴۰۰	۲۱۱

جدول ۵. تحلیل حساسیت پارامتر β

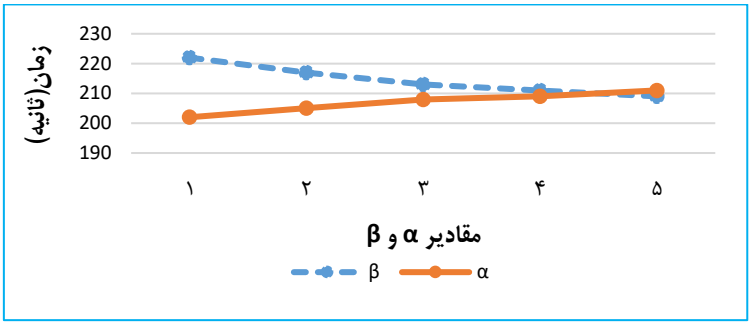
شماره سناریو	β	تابع هدف ($)	زمان حل (ثانیه)
C1	۰	۷۳۴۰۰	۲۲۲
C2	5	۶۹۲۰۰	۲۱۷
C3	۱۰	۶۵۴۰۰	۲۱۳
C4	۱۵	۵۸۸۰۰	۲۱۱
C5	۲۰	۴۲۳۵۰	۲۰۹

جدول ۶ . تحلیل حساسیت پارامتر T'

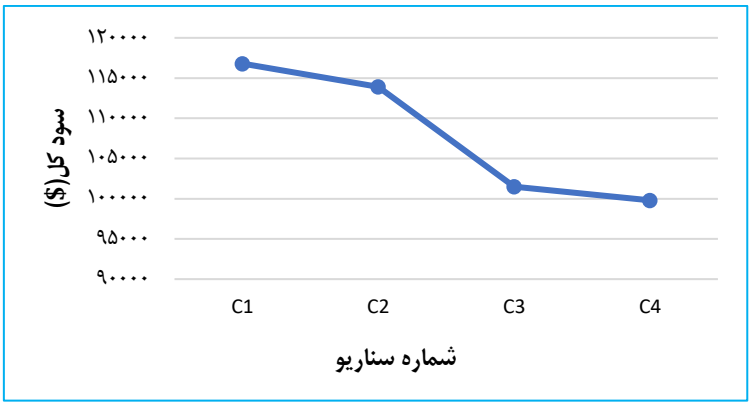
شماره سناریو	T'	تابع هدف ($)	زمان حل (ثانیه)
C1	۱	۱۱۶۸۰۰	۲۰۱
C2	۲	۱۱۳۹۰۰	۲۰۷
C3	۳	۱۰۱۵۰۰	۲۱۳
C4	۴	۹۹۸۰۰	۲۱۸



شکل ۵. تأثیر پارامتر α و β بر روی سود کل



شکل ۶. تأثیر مقادیر α و β بر روی زمان حل SDP



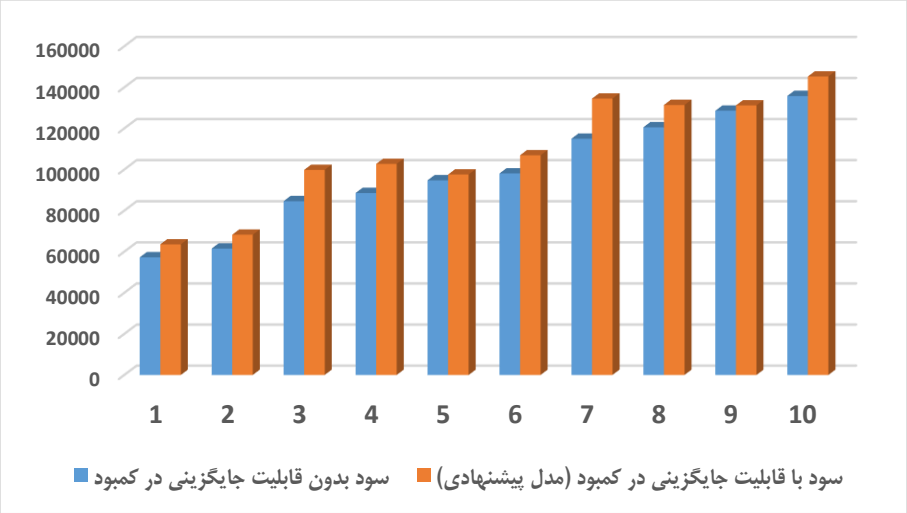
شکل ۷. تأثیر T' بر روی سود کل

با توجه به شکل‌های ۵ و ۶، افزایش پارامترهای α و β موجب کاهش سود کل و افزایش زمان حل می‌شود؛ بااین‌حال درنظرگرفتن مقدار مناسب برای آن‌ها، هرچند موجب کاهش سود کل می‌شود، اما عملکرد سیستم موجودی را به‌همراه دارد. شکل ۷، همچنین گویای این مطلب است که افزایش T' (یعنی تعداد محصولات بیشتری با سیاست LIFO تحویل مشتری شوند)، سود را کاهش و زمان حل را افزایش می‌دهد؛ بنابراین لحاظ مقدار مناسب برای T'، هرچند سود را کاهش می‌دهد، ولی به‌دلیل ارائه تخفیف در قیمت، موجب ترغیب مشتریان به خرید بیشتر و افزایش رضایت‌مندی می‌شود.

درنهایت به‌منظور سنجش ارزش درنظرگرفتن قابلیت جایگزینی در مقایسه به حالتی که این قابلیت در سیستم VMI لحاظ نمی‌شود، چند مسئله آزمایشی در ابعاد مختلف به‌صورت تصادفی تولید شده و سود حاصل از مدل پیشنهادی این پژوهش (با لحاظ‌کردن قابلیت جایگزینی) در مقایسه با حالتی که این خاصیت موردتوجه قرار نگرفته است، مقایسه می‌شود. با توجه به جدول ۷، به‌صورت متوسط این خاصیت موجب به بهبود ۱۰/۵ درصدی در سود شده است. شکل ۸، نتیجه مقایسه سود در مسائل آزمایش مختلف را نشان می‌دهد.

جدول ۷. درصد بهبود سود در مدل پیشنهادی با درنظرگرفتن قابلیت جایگزینی

مسائل آزمایشی			سود بدون قابلیت جایگزینی در کمبود	سود با قابلیت جایگزینی در کمبود (مدل پیشنهادی)	درصد بهبود سود در مدل پیشنهادی
N	T	L			
۵	۴	۲	۵۷۲۵۳.۸۴	۶۳۵۵۱.۷۶	۱۱.۰۰
۵	۵	۲	۶۱۴۹۳.۶۵	۶۸۲۵۷.۹۵	۱۱.۰۰
۱۰	۶	۳	۸۴۵۷۳.۴۱	۹۹۷۹۶.۶۲	۱۸.۰۰
۱۰	۷	۳	۸۸۵۴۳.۶۱	۱۰۲۷۱۰.۵۹	۱۶.۰۰
۱۵	۸	۳	۹۴۷۳۰.۰۴	۹۷۵۷۱.۹۴	۳.۰۰
۱۵	۹	۴	۹۸۰۹۳.۲۹	۱۰۶۹۲۱.۶۹	۹.۰۰
۱۵	۱۰	۴	۱۱۴۹۵۳.۴۸	۱۳۴۴۹۵.۵۷	۱۷.۰۰
۲۰	۱۲	۵	۱۲۰۵۴۳.۸۳	۱۳۱۳۹۲.۷۷	۹.۰۰
۲۰	۱۳	۵	۱۲۸۶۰۳.۶۳	۱۳۱۱۷۵.۷۰	۲.۰۰
۲۰	۱۵	۵	۱۳۵۷۵۹.۵۶	۱۴۵۲۶۲.۷۳	۷.۰۰



شکل ۸. مقایسه سود حاصل‌شده با خاصیت جایگزینی و بدون خاصیت جایگزینی در هنگام کمبود

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

رویکرد VMI یکی از رویکردهای کنترل موجودی در زمینه زنجیره تأمین است که با درنظرگرفتن فروشنده به‌عنوان عضو مسئول مدیریت موجودی، به کنترل آن اقدام می‌کند. مسئله کنترل موجودی در زنجیره تأمین محصولات فسادپذیر از اهمیت زیادی برخوردار است؛ زیرا مازاد کالا موجب فساد و هدررفت سرمایه شده و از سوی دیگر، کمبود آن موجب کاهش درآمد می‌شود؛ بنابراین مزایای حاصل از کاربرد VMI در زنجیره تأمین محصولات فاسدشدنی، آشکار و مبرهن است. در این پژوهش، مسئله به‌صورت یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی در یک زنجیره تأمین دوسطحی با یک فروشنده و چند خریدار با دسته‌بندی محصولات به دو گروه تازه و کهنه فرموله شده است. تابع هدف پیشنهادی، حداکثرکردن سود موردانتظار حاصل از فروش محصولات با توجه به هزینه‌های سیستم موجودی مشتمل بر هزینه‌های سفارش‌دهی و نگهداری است. در مدل ارائه‌شده، سنجش ضایعات صورت نمی‌گیرد. با گروه‌بندی محصولات به کمک T' و اعمال سیاست تلفیقی، در محصولات تازه به‌دلیل حساسیت کمتر، با اعمال سیاست FIFO مطابق سلیقه فروشندگان عمل کرده و برای محصولات کهنه که مصرف‌کنندگان تمایلی به آن ندارند، سعی می‌شود با سیاستLIFO و مشوقی مانند تخفیف، قبل از به پایان‌رسیدن تاریخ انقضا آن‌ها را به‌فروش برسانند. از نظر مدیریتی، نادیده‌گرفتن جایگزینی مبتنی بر موجودی انبار در صورت مواجه با کمبود، به عدم‌تطابق شدید عرضه و تقاضا منجر می‌شود؛ زیرا مشتریان علاوه بر انتخاب اول، به‌طور بالقوه مایل به جایگزینی با محصول دیگری هستند. با لحاظ‌کردن جایگزینی در مواجهه با کمبود، مقدار سود کل افزایش می‌یابد. اگرچه پژوهش حاضر فقط به جایگزینی در سیستم کنترل موجودی دو محصولی می‌پردازد، این نتیجه متصور است که عرضه‌کنندگان با درنظرگرفتن جایگزینی مبتنی بر انبار، ممکن است تصمیم به ذخیره‌سازی محصولاتی بگیرند که تقاضای اولیه برای آن‌ها وجود ندارد. دلیل این است که وقتی محصولات با کمبود مواجه می‌شوند، انتخاب‌های ثانویه در اولویت قرار می‌گیرد، بنابراین ذخیره‌سازی محصولات با تقاضای صفر می‌تواند ارزشمند باشد.

برای روشن‌کردن محدودیت‌های این پژوهش می‌توان اشاره کرد که رویکرد SDP در به‌دست‌آوردن پاسخ بهینه و پویای مسائل ابعاد کوچک و متوسط عملکرد قابل‌قبولی دارد و می‌تواند سیاست‌های مختلف و ازپیش‌مشخص را نیز به‌طور صریح در فرآیند بهینه‌سازی لحاظ کند. اگرچه رویکرد SDP معمولاً به سالور تجاری ازجمله CPLEX نیاز ندارد؛ اما محاسبات بازگشتی آن درصورتی‌که تعداد دوره‌ها/ مراحل و یا مجموعه تصمیم در هر مرحله زیاد باشد، زمان‌بر می‌شود و کارایی محاسباتی آن تحت‌الشعاع قرار می‌گیرد؛ بنابراین برای حل کاراتر آن در ابعاد بزرگ، نیاز به روش حل است تا کارایی محاسباتی بیشتر شود. لازم به توضیح است که پاسخ رویکرد SDP دقیق است؛ ولی درصورتی‌که برای مسائل ابعاد بزرگ‌تر صرفاً نیاز به یک پاسخ موجه و سریع (و نه لزوماً بهینه) باشد، می‌توان از الگوریتم‌های فراابتکاری بهره برد.

در پاسخ مستقیم به سؤال‌های پژوهش باید بیان کرد که در این پژوهش برای بهینه‌سازی برای بهینه‌سازی تصمیمات سیستم VMI چندمحصولی فسادپذیر تحت عدم‌قطعیت تقاضا و خاصیت جایگزینی، یک مدل بهینه‌سازی مبتنی بر SDP توسعه داده شده است که در

آن مراحل/ دوره‌ها، فضای حالت، مجموعه اقدام در هر حالت، و درنهایت تابع بازگشتی محاسبه سود/ هزینه مدل‌سازی شده است و بر اساس مدل SDP پیشنهادی، بهینه‌سازی در سیستم VMI در سفارش‌دهی، مقدار سفارش، سطح موجودی و غیره صورت می‌پذیرد. برای مدل‌کردن ویژگی تازگی و فسادپذیری، ابتدا یک طول عمر کامل برای هر محصول تازه تأمین شده و سپس یک مجموعه دوره تعریف می‌شود. به‌ازای هر دوره برنامه‌ریزی، درصورتی‌که محصول به مشتری نهایی تحویل داده نشود (موجودی انبار باشد)، عمر باقی‌مانده آن یک دوره/ روز از عمر اولیه تعریف‌شده کسر می‌شود و به‌مرور از حالت تازه خارج و در دسته محصولات کهنه قرار می‌گیرد که مشمول کاهش قیمت می‌شود. در مزیت درنظرگرفتن قابلیت جایگزینی محصول چیست و تأثیر عدم‌درنظرگرفتن آن بر هزینه‌ها، باید اشاره شود که نخست در صورت کمبود در یک مرکز دیگر و ناتونی تأمین‌کننده برای تأمین آن، مرکز توزیع دیگر موجودی مازاد خود را عرضه کند تا از کمبود جلوگیری شود. دوم، درصورتی‌که موجودی انبار یک مرکز توزیع به تاریخ انقضا نزدیک شود، می‌تواند آن را به مراکز با تقاضای بالاتر عرضه کند تا از فساد آن جلوگیری شود؛ بنابراین به‌طورکلی این امکان موجب کاهش هزینه‌های کمبود و هزینه فسادپذیری می‌شود. و در اهمیت درنظرگرفتن فسادپذیری (طول عمر متناهی) و هزینه وابسته به‌تازگی باید اشاره شود که در صورت لحاظ‌کردن طول عمر باقی‌مانده محصول در سیستم کنترل موجودی مبتنی بر سیستم VMI می‌توان از اطلاعات بین لایه توزیع و تأمین برای کاهش قیمت، جابه‌جایی موجودی آن به یک مرکز دیگر و حتی تغییر سیاست کنترل موجودی استفاده کرد تا نه‌تنها از فسادپذیری محصول جلوگیری شود؛ بلکه از هزینه‌های کمبود و سفارش‌دهی مجدد نیز کاسته شود.

در توسعه این پژوهش می‌توان به استفاده از الگوریتم‌های یادگیری ماشین ازجمله خوشه‌بندی فازی و تخمین توزیع کرنل برای تحلیل داده و یادگیری رفتاری ورودی تقاضا (یعنی توزیع تصادفی تقاضا در دوره‌های مختلف) اشاره کرد؛ همچنین ارتباط بین خرده‌فروشان در شبکه VMI، استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسائل در ابعاد بزرگ، توسعه رویکرد استوار داده‌محور، لحاظ‌کردن عدم‌قطعیت‌های دیگر مانند ظرفیت تأمین و هزینه کمبود برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود.

تعارض منافع. برای ارائه مطالب و نگارش این مقاله هیچ‌گونه کمک مالی از هیچ فرد، نهاد و سازمانی دریافت نشده است و نتایج و دستاوردهای این مقاله به نفع یا ضرر سازمان یا فردی خاص نخواهد بود. حضور نویسندگان در این پژوهش به‌عنوان شاهدی بی‌طرف ولی متخصص بوده است و نویسندگان هیچ‌گونه تعارض منافعی ندارند.

منابع

1. Abad, P. L. (2003). Optimal pricing and lot-sizing under conditions of perishability, finite production and partial backordering and lost sale. *European Journal of Operational Research*, *144(3)*, 677–685.
2. Abad, P. L. (1996). Optimal Pricing and Lot-Sizing Under Conditions of Perishability and Partial Backordering. *Management Science*, *42(8)*, 1093–1104.
3. Aschemann-Witzel, J. (2018). Consumer perception and preference for suboptimal food under the emerging practice of expiration date based pricing in supermarkets. *Food Quality and Preference*, *63*, 119–128.
4. Akbari Kaasgari, M., Imani, D. M., & Mahmoodjanloo, M. (2017). Optimizing a vendor managed inventory (VMI) supply chain for perishable products by considering discount: Two calibrated meta-heuristic algorithms. *Computers and Industrial Engineering*, *103*, 227–241.
5. Chen, B., & Chao, X. (2020). Dynamic inventory control with stockout substitution and demand learning. *Management Science*, *66(11)*, 5108–5127
6. Chołodowicz, E., & Orłowski, P. (2021). *Development of new hybrid discrete-time perishable inventory model based on Weibull distribution with time-varying demand using system*
7. Crama, Y., Rezaei, M., Savelsbergh, M., & Van Woensel, T. (2018). Stochastic inventory routing for perishable products. *Transportation Science*, *52(3)*, 526–546.
8. Disney, S. M. & Towill, D. R. (2003). The effect of vendor managed inventory (VMI) dynamics on the Bullwhip Effect in supply chains. *Int. J. Prod. Econ.*, *85(2)*, 199–215.
9. Govindan, K. (2013).Vendor-managed inventory: A review based on dimensions. *Int. J. Prod. Res.*, *51(13)*, 3808–3835.
10. Hasanpour, J. Hasani, A., Ghodoosi, M. (2018). Delayed Policy in the Inventory Model of Deteriorating Goods with Quadratic Demand in Order to Backlogging Shortage. *The Journal of Industrial Management Perspective***,** *28*, 199–230. (In Persian)
11. Hoorshad, A., Safari, H., Ghasemi, R., (2023). Developing smart supply chain management model in Fast-moving Consumer Goods Industry. *The Journal of Industrial Management Perspective*, *5***,** 91–131. (In Persian)
12. Janssen, L., Claus, T., & Sauer, J. (2016). Literature review of deteriorating inventory models by key topics from 2012 to 2015. In *International Journal of Production Economics*, *182*, 86–112.
13. Koren, M., Perlman, Y., & Shnaiderman, M. (2022). Inventory Management Model for Stockout Based Substitutable Products. *IFAC-PapersOnLine*, *55(10)*, 613–618.
14. Maity, K., & Maiti, M. (2009). Optimal inventory policies for deteriorating complementary and substitute items. *International Journal of Systems Science*, *40(3)*, 267–276.
15. Nahmias, S. (2011). *Perishable Inventory Systems*, 160.
16. Gürtler, O, (2009). On pricing and protection of complementary products. *Rev. Manag. Sci.*, *3(3)*, 209–223. doi: 10.1007/S11846-009-0032-7.
17. Puterman, M. L. (2005). *Markov decision processes discrete stochastic dynamic programming*.
18. Shavandi, H., Mahlooji, H., & Nosratian, N. E. (2012). A constrained multi-product pricing and inventory control.
19. Shin, H., Park, S., Lee, E., & Benton, W. C. (2015). A classification of the literature on the planning of substitutable products. *European Journal of Operational Research*, *246(3)*, 686–699.
20. Transchel, S. (2017). Inventory management under price-based and stockout-based substitution. *European Journal of Operational Research*, *262(3)*, 996–1008.
21. Transchel, S. & Hansen, O. (2019). Supply planning and inventory control of perishable products under lead-time uncertainty and service level constraints. *Procedia Manufacturing*, *39*, 1666–1672.
22. Zamani Bajegani, H., Gholamian, M.R.,(2018). An Inventory Model for Obsolescence Items with Permissible Delay in Payments and Inflation. *Journal of Industrial Management Perspective***,** *28*, 77–105. (In Persian)
23. Zhang, X., Yang, M., Su, J., Yang, W., & Qiu, K. (2020). Research on product color design decision driven by brand image. *Color Research and Application*, *45*(6), 1202–1216.
24. Wal, J. van der. (1980). Stochastic dynamic programming : successive approximations and nearly optimal strategies for Markov decision processes and Markov games.
25. Winston, W. L. (2022). *Operations research: applications and algorithms*. Cengage Learning.