

## توسعه نمودار آماری فرآیند فازی نسبت نقص‌ها برای کنترل مشخصه وصفی

سمیه فدایی\*، علیرضا پویا\*\*، مصطفی کاظمی\*\*\*

### چکیده

کنترل کیفیت آماری رویکرد مهمی است که از ابزارهای آماری برای به‌تصویر کشیدن فرآیند کمک می‌گیرد. نمودارهای کنترل شوهارت یکی از مهم‌ترین روش‌های کنترل کیفیت است که برای نشان دادن انحرافات با دلیل استفاده می‌شود. یکی از انواع نمودارهای کنترل، نمودار کنترل نسبت نقص است که برای کنترل مشخصه‌های وصفی با حجم نمونه‌های متغیر استفاده می‌شود. مشخصه‌های وصفی به دلیل ابهام در میزان عیب در کالا و تصمیم‌گیری توسط بازرس در شرایط فازی قرار دارد. در این پژوهش به طراحی نمودارهای کنترل فازی U با استفاده از روش قوانین فازی پرداخته می‌شود. این رویکرد برای کنترل فازی فرآیند به‌کار می‌رود. قضاوت در کنترل فرآیند نمودار کلاسیک دو نتیجه قطعی بیش‌تر ندارد؛ درحالی‌که در طراحی نمودار کنترل فازی با استفاده از روش قوانین فازی سطوح میانی تصمیم‌گیری نیز وجود دارد. برای بررسی اعتبار مدل طراحی‌شده، این مدل در شرکت «ایمن خودرو شرق» برای مشخصه کیفیت دوخت، اجرا شد و نتایج آن با استفاده از منحنی مشخصه عملکرد با نتایج روش‌های کلاسیک مقایسه شد که نشان‌دهنده عملکرد دقیق‌تر و سریع‌تر نمودار کنترل فازی در شناسایی تغییرات فرآیند است.

**کلید واژه‌ها:** نمودار کنترل فازی؛ اعداد فازی مثلثی؛ نمودار U؛ روش‌های دیفازی.

تاریخ دریافت مقاله: 94/5/9، تاریخ پذیرش مقاله: 94/9/7.

\* دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه فردوسی مشهد.

\*\* دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد (نویسنده مسئول).

E-mail: Alirezapooya@um.ac.ir

\*\*\* دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد.

## 1. مقدمه

روش‌های آماری کنترل کیفیت که برای اولین بار در سال استفاده شدند، هم‌اکنون نیز متداول هستند؛ اما در برخی موارد که اطلاعات موجود به نوعی دارای ابهام و عدم قطعیت هستند، کارایی خود را از دست می‌دهند. در این نمودارها فرض می‌شود که داده‌ها و اطلاعات دقیق و قطعی هستند و نمودارهای کنترل محصولات را به صورت طبقه‌بندی صفر و یک در دو طبقه تحت کنترل و خارج از کنترل قرار می‌دهد [6]؛ در صورتی که بتوان طبقه‌بندی‌های دیگری به صورت حدوسط بین منطبق یا نامنطبق و تحت کنترل یا خارج از کنترل در نظر گرفت، سطح کیفی محصول به صورت واقع‌تری بیان خواهد شد [2]. نمودارهای کنترل کلاسیک نمی‌توانند دانش و تجربه اپراتورها در تعیین کیفیت یک مشخصه کیفی را به طور موثر استفاده کنند؛ ولی نمودارهای فازی با توانمندی که در فرموله کردن تجربه افراد متخصص و استفاده از داده‌های مبهم و نادقیق دارد، توانایی کنترل کیفیت را برای بهبود کیفیت محصولات و خدمات افزایش می‌دهد.

در این پژوهش برای توانمند کردن نمودارهای کنترل آماری از نظریه فازی استفاده می‌شود و نمودارهای آماری فازی برای مشخصه کیفی مورد نظر ارائه می‌شود. به دلیل محدودیت ابزار اندازه‌گیری و عدم قطعیت در سیستم اندازه‌گیری از جمله: اپراتورها، گیج‌ها<sup>1</sup>، شرایط محیطی و غیره، اپراتورها نمی‌توانند برای این مشخصه‌ها یک عدد دقیق ارائه دهند و به ناچار آنها را به صورت تقریبی ثبت می‌کنند. برای مشخصه‌های کیفی نقص‌ها از نمودارهای  $c^2$  و  $u^3$  استفاده می‌شود. با توجه به این که نمودار  $u$  برای حجم نمونه متغیر است و نمودار فازی تحت این شرایط بسط داده نشده است؛ بنابراین پژوهش حاضر به دنبال ارائه نمودارهای کنترل فازی  $u$  است. بررسی‌های انجام شده در این پژوهش حاکی از آن است که بر روی نمودار  $u$  کم‌تر کار شده و نتایج مطالعه زوار سبب و همکاران (2014) نیز این موضوع را تأیید می‌کند. مطالعه آنها نشان می‌دهد، درصد پژوهش‌های انجام شده بر روی نمودار  $c$  با مقدار  $8/4$  درصد تقریباً دو برابر پژوهش‌های صورت گرفته بر روی نمودار  $u$  است و از نظر اجرا در یک مورد مطالعه در بین پژوهش‌های نمودارهای کنترل فازی، نمودار  $c$  با  $4/7$  درصد در یک مورد مطالعه به کار رفته است ولی نمودار  $u$  دارای هیچ مطالعه موردی نبوده است.

در بیش‌تر مقالات برای بناسازی نمودارهای کنترل فازی از روش‌های تبدیل دیفازی استفاده شده است؛ در حالی که این روش‌ها سعی می‌کنند به این سؤال که آیا فرآیند تحت کنترل است یا

1. هر وسیله‌ای که برای دستیابی به اندازه‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد. گاهی اوقات اختصاصاً برای وسایلی که نقش ابزار برو/نرو دارند، به کار می‌رود.

2. Count of Defects

3. Per Unit Count of Defects

خیر؟ پاسخی قطعی بدهند؛ همچنین استفاده از دیفازی‌سازها در نمودارهای کنترل فازی باعث می‌شود مجموعه‌های فازی متناظر با متغیرهای زبانی توسط عملگرهای دیفازی به اعداد قطعی تبدیل شوند و سپس نمودارهای کنترل بنا می‌شود که این امر باعث ازدست‌دادن محتوای اطلاعاتی داده‌های اصلی (مشاهدات فازی) می‌شوند؛ بنابراین در این پژوهش از روش قوانین فازی استفاده می‌شود که قادر است خروجی‌ها را نیز به صورت فازی ارائه دهد.

در این پژوهش در گام اول، پیشینه و مبانی نظری مرتبط با کنترل کیفیت فازی بررسی می‌شود؛ سپس طیف فازی برای جمع‌آوری مشاهدات فازی، طراحی شده و در ادامه نمودار کنترل فازی  $u$  با استفاده از قوانین فازی که خروجی آن به صورت فازی است، بسط داده می‌شود. برای بررسی اعتبار کار، اقدام به اجرای آن در شرکت «ایمن خودرو شرق» برای مشخصه کیفیت دوخت می‌شود و برای تأیید و اعتبارسنجی روش پیشنهادی از مقایسه منحنی OC آن با نمودار کلاسیک استفاده خواهد شد.

## 2. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

**مبانی نظری.** با بالا رفتن نرخ کارایی، رقابت و رضایت مشتری، اغلب سازمان‌ها پی برده‌اند که ارتقاء کیفیت کالا و خدمات شرط لازم و ضروری برای بقا و حضور در بازار و رقابت جهانی است که جز با اجرای یک استاندارد سیستم کیفیت موفق در سازمان امکان‌پذیر نخواهد بود [5]. کنترل کیفیت سیستمی برای رسیدن به سطح مطلوبی از کیفیت یک محصول یا یک فرآیند تولید و نگهداری آن با برنامه‌ریزی دقیق، استفاده از ماشین‌آلات مناسب، بازرسی مستمر و عمل اصلاح‌کننده هرگاه که لازم باشد، است [9]. مجموعه روش‌های آماری مورداستفاده برای کنترل کیفیت محصولات یا خدمات عرضه‌شده را کنترل کیفیت آماری می‌گویند [4]. نمودار کنترل ابزاری برای ارائه تعریفی دقیق از معنای کنترل کیفیت آماری است که کاربردهای گسترده‌ای در نظارت و کنترل فرآیندهای تولید دارد [13].

نمودار کنترل  $u$  تعداد نقص‌ها در هر واحد را نشان می‌دهد. هنگامی که تمام موارد آزمایش شده در تمام زیرگروه‌ها یکسان باشد از نمودار  $c$  استفاده می‌شود [18]. اگر در هر نمونه شامل  $n$  واحد بازرسی تعداد  $c$  نقص پیدا شود؛ در این صورت متوسط تعداد نقص‌ها به‌ازاء هر واحد بازرسی  $u = c/n$  می‌شود [9]؛ سپس حدود کنترل برای نمودار با فرض اینکه تعداد نقص در هر واحد دارای توزیع پواسون با میانگین برابر با  $\bar{u}$  ساخته می‌شود [16].

عسگرزاده (1967) یک مجموعه فازی را برای طبقه‌بندی داده‌های ذهنی معرفی کرد [7]. تئوری فازی یکی از ابزارهای مؤثر برای برخورد با عدم قطعیت و ابهام است [8]. منطق فازی، پایه‌ای سیستماتیک برای مقابله با شرایطی که مبهم بوده یا به‌خوبی مشخص نشده است، ارائه

می‌دهد. کنترل فرآیند آماری یکی از مناطقی است که نظریه مجموعه فازی در مبانی نظری به-کار گرفته شده است [14]. نمودار کنترل فازی همان‌طور که از نام آن مشخص است، زیرمجموعه‌ای از کنترل کیفیت آماری و مجموعه‌های فازی است. نمودارهای کنترل در SPC در عمل، بسیار رایج است؛ اما اگر عدم قطعیت و یا ابهامی در داده‌ها وجود داشته باشد، این فرآیند باید با مجموعه‌های فازی کنترل شود [12].

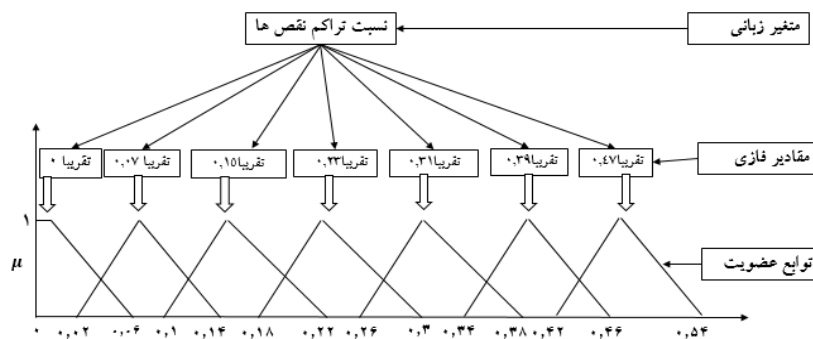
**پیشینه پژوهش.** راز و وانگ (1990) با استفاده از دو روش عضویت و احتمالی، نمودارهای کنترل برای متغیرهای زبانی را توسعه دادند. کایا و قهرمان (2011) قابلیت فرآیند را بر اساس اندازه‌گیری‌های فازی و نمودارهای کنترل تجزیه و تحلیل کردند. برای ایجاد نمودارهای کنترل فازی از روش مد فازی و روش پیشنهادی قوانین فازی استفاده می‌کنند. قهرمان و همکاران (2010) نمودارهای کنترل وصفی فازی شامل:  $\mu$ ,  $c$ ,  $np$ ,  $p$  و  $u$  و نمودارهای کنترل متغیر فازی را برای زمانی که ویژگی‌های کیفیت مبهم و زبانی تعریف شده، به صورت نظری توسعه داده‌اند. ارتگرل و آیتک (2009) نمودارهای کنترل را با استفاده از روش‌های احتمالی و فازی با هدف ترکیب کنترل کیفیت آماری با تئوری مجموعه‌های فازی انجام دادند. گولبای و قهرمان (2007) مقایسه‌ای بین روش‌های فازی مختلف در نمودار کنترل  $c$  با روش ابداعی خود انجام دادند. گولبای و همکاران (2004) نمودارهای کنترل فازی را با استفاده از برش آلفا برای متغیرهای زبانی، ارائه کردند. هسیه و همکاران (2007) برای کاهش هشدارهای کاذب از نظریه فازی برای ساخت یک نمودار کنترل برای کنترل کردن همزمان تعداد نقص و درجه خوشه‌بندی نقص در قالب اعداد فازی مثلثی در شرکت مدارهای مجتمع استفاده کردند. سنتورک و ارنجیل (2009) نمودارهای آماری فازی را برای متغیرها ارائه داده و از روش میان دامنه فازی در سطح آلفا استفاده کرده‌اند. گولبای و قهرمان (2006)، نمودارهای کنترل فازی برای شناسایی عوامل غیرنرمال داده‌هایی که درون حدود کنترل قرار داشتند، ارائه کردند و به معرفی قواعد فازی تشخیص‌دهنده الگوی غیرطبیعی پرداختند. هونگ شو و چانگ وو (2011) رویکرد تسلط فازی را برای داده‌های مبهم در نظارت بر میانگین و واریانس نمودارهای فازی را ارائه کردند. ارنجیل و همکاران، (2011) روشی برای محاسبه انحراف استاندارد فازی به منظور به دست آوردن نمودارهای کنترل فازی  $x-s$  ارائه کردند؛ همچنین ساختار نظری نمودار کنترل فازی  $x-s$  برای مواردی که پارامترهای جامعه شناخته شده‌اند را توسعه دادند. ابراهیمی و همکاران (1391) روشی برای کنترل کیفیت فازی با استفاده از فواصل اطمینان بوت استری و متریائو-ویو که روشی کاملاً آماری است، ایجاد و آن را با سایر روش‌های فازی مقایسه کردند. اسماعیل پور و همکاران (1387) مدل کنترل فرآیند آماری فازی با روش مد فازی برای کنترل تعداد نقص‌های محصول

ارائه کردند. فراز (1389) برای بناسازی نمودارهای کنترل آماری - فازی فرآیند روشی نوین برای پایش و کنترل فرآیندها در حضور دو عدم قطعیت فازی و آماری، پیشنهاد کرده است. سوگندی و همکاران (2014) نمودار کنترل فازی  $p$  برای نظارت بر مشخصه کیفیت وصفی با اندازه نمونه ثابت بر اساس رویکرد میان دامنه فازی در سطح  $\alpha$  را توسعه دادند. محب علیزاده و فاطمی قمی (2011)، توسعه نمودارهای کنترل میانگین و دامنه در محیط فازی با استفاده از روش‌های مختلف دیفازی را انجام دادند. راس (2004) برای هدف توسعه طیف فازی، شش روش برای تخصیص مقادیر عضویت یا توابع عضویت به متغیرهای فازی ارائه کرد. بیلگیک و تورکسن (1999) چندین روش مختلف برای گردآوری اطلاعات در ساخت تابع عضویت ارائه کرده‌اند. در این روش‌ها کاربر موردسؤال قرار می‌گیرد تا اطلاعاتی برای ایجاد توابع عضویت به دست آورده شود. بهمن پور و رنجبر (2008) روش‌های مختلف ایجاد تابع عضویت را بر مبنای نظریه‌های اجتماع ارزیابی کردند.

**جمع‌بندی پیشینه پژوهش:** با توجه به پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه نمودارهای کنترل فازی بیشتر پژوهش‌های انجام شده برای متغیرهای کمی یا برای متغیرهای وصفی عمدتاً روی نمودارهای  $C$  و  $P$  انجام شده است و از آنجاکه در پژوهش‌های بررسی‌شده پژوهش‌های مرتبط با نمودار  $u$  فازی تنها ساختار نظری آن را توسعه داده‌اند؛ بنابراین اجرای نمودار  $u$  فازی که در شرایط اندازه نمونه متغیر است، ضرورت می‌یابد. در برخی پژوهش‌ها از روش‌های دیفازی مد فازی، میان دامنه فازی در سطح  $\alpha$ ، میانه فازی و میانگین فازی استفاده می‌شود. استفاده از روش‌های دیفازی باعث از بین رفتن اطلاعات فازی نمونه‌ها می‌شود؛ بنابراین پژوهش حاضر در پی استفاده از روشی است که بدون دیفازی کردن، کنترل فازی فرآیند را انجام دهد. در این پژوهش تصمیم بر آن شد که با استفاده از قوانین فازی ارائه شده توسط کایا و قهرمان (2011) بدون دیفازی کردن، نمودارهای کنترل طراحی و در مورد وضعیت تحت کنترل بودن فرآیند تولید، تصمیم‌گیری شود. در تعدادی کمی از مقالات ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل فازی انجام شده است که برای این منظور از منحنی مشخصه عملکرد (OC) و منحنی متوسط طول دنباله (ARL) استفاده شده است. برای مثال راز و وانگ (1990) برای مقایسه ارزیابی عملکرد نمودار کنترل  $p$  فازی از معیار OC استفاده کرده‌اند؛ در حالی که سوگندی و همکاران (2014) معیار ARL را به کار برده‌اند. در این پژوهش از معیار استفاده شده توسط راز و وانگ (منحنی مشخصه عملکرد OC) برای ارزیابی مقایسه عملکرد نمودارهای کنترل استفاده شده است. برای طراحی طیف فازی، روش درک مستقیم به کار رفته است که یکی از روش‌های ارائه‌شده راس (2004) در توسعه طیف فازی است.

### 3. روش‌شناسی پژوهش

**روش و ابزار گردآوری داده‌ها:** پژوهش حاضر در شرکت «ایمن خودرو شرق» برای مشخصه کیفیت دوخت در کمربند ایمنی انجام شده است. برای جمع‌آوری داده‌ها از روش مطالعه اسناد استفاده می‌شود که در این پژوهش اسناد فرم‌هایی هستند که بازرسان شرکت از آن برای کنترل نقص‌ها به صورت قطعی استفاده می‌کنند. از کنترل نقص‌ها به صورت قطعی به منظور اعتبارسنجی و مقایسه آن با روش فازی استفاده می‌شود؛ همچنین فرم‌هایی برای کنترل نقص‌ها به صورت فازی طراحی شد که بازرسان کنترل کیفیت شرکت «ایمن خودرو شرق» مشاهدات فازی را در آن ثبت می‌کنند. برای واردکردن مشاهدات فازی نسبت نقص‌ها از طیف فازی مثلثی شکل 1 استفاده می‌شود. این طیف بخشی از ابزار جمع‌آوری داده‌ها است. طیف فازی مثلثی با الگوبرداری از طیف هسیه و همکاران (2007) و با استفاده از داده‌های پژوهش طراحی شده است.



شکل 1. توابع عضویت برای نسبت نقص‌ها

در این مطالعه از روش «درک مستقیم» راس (2004) در طراحی طیف فازی و برای معتبرسازی طیف ارائه‌شده از روش «همه‌پرسی» بیلگیگ و تورکسن (1999) استفاده شد. مجموعه مرجع متغیر زبانی نسبت نقص‌ها، با توجه به مشاهدات اسناد از حداکثر و حداقل نسبت نقص‌ها بین صفر تا 0/56 به دست آمده است. در روش درک مستقیم بر اساس نظر خبره برای به دست آوردن دامنه‌های فازی ابتدا فاصله 0 تا 0/56 بر 7 واژه زبانی تقسیم می‌شود که مقدار هر کدام برابر با 0/08 است و با الگوبرداری از مقاله هسیه و همکاران (2007) مقدار هم‌پوشانی نصف مقدار به دست آمده انتخاب می‌شود، آنگاه برای به دست آوردن دامنه هر مجموعه فازی مقدار هم‌پوشانی به مقدار 0/08 اضافه می‌شود. که 0/12 دامنه هر یک و مقدار هم‌پوشانی هر کدام 0/04 است. با روش همه‌پرسی از کارشناسان کنترل کیفیت سؤالی با یک فرم کلی سؤال شد که آیا با طیف ارائه شده موافق هستند که نتیجه تأییدکننده طیف طراحی شده است. شکل 1 طیف

فازی نسبت نقص ها برای نمودار کنترل  $u$  را نشان می دهد. از آنجا که اپراتورها با تعداد نقص ها سروکار دارند؛ در نتیجه طیف فازی تعداد نقص ها با توجه به اندازه نمونه ها (۵۰، ۶۰ و ۷۰) از طیف فازی نسبت نقص ها برای آنها ایجاد شد.

**طراحی نمودار کنترل فازی.** طراحی نمودار کنترل فازی  $u$  در ۴ گام خلاصه می شود. در گام اول داده های فازی مطابق با طیف معرفی شده، جمع آوری شده؛ در گام دوم طراحی نمودار آزمایشی و در گام سوم قراردعی نمونه ها بر روی نمودار و بررسی تحت کنترل بودن یا خارج از کنترل بودن با استفاده از قوانین فازی هفت گانه و در گام ۴ طراحی نمودار نهایی انجام می شود. اگر در گام ۳ همه داده ها تحت کنترل باشند، توقف و در غیر این صورت پس از حذف داده های خارج از کنترل به گام ۲ برمی گردد.

**گام اول: جمع آوری داده های فازی.** داده های فازی نسبت نقص های کیفیت دوخت مطابق با طیف معرفی شده، جمع آوری می شود و تعداد نامنطبق ها در هر واحد بازرسی به صورت یک عدد فازی مثلثی  $(u_{1j}, u_{2j}, u_{3j})$  بیان می شود.

**گام دوم: طراحی نمودار آزمایشی.** در طراحی نمودار آزمایشی ابتدا مقادیر میانگین فازی نسبت نقص ها به صورت رابطه ۱ محاسبه می شود.

$$\bar{u}_1 = \sum u_{1j} / m, \quad \bar{u}_2 = \sum u_{2j} / m, \quad \bar{u}_3 = \sum u_{3j} / m \quad (1)$$

سپس خط مرکزی نمودار کنترل فازی  $u$  با فرمول ۲ به دست می آید.

$$\widetilde{CL}_u = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3) \quad (2)$$

حدود نمودار کنترل فازی  $\bar{u}$  با استفاده از فرمول های زیر که از مطالعه قهرمان و همکاران (۲۰۱۰) اقتباس شده، به دست می آید که حدود کنترل آزمایش نامیده می شود.

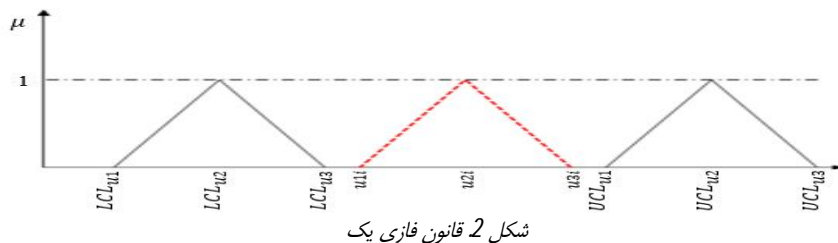
$$\begin{aligned} \widetilde{UCL}_u &= (\bar{u}_1 + 3\sqrt{\frac{\bar{u}_1}{n_j}}, \bar{u}_2 + 3\sqrt{\frac{\bar{u}_2}{n_j}}, \bar{u}_3 + 3\sqrt{\frac{\bar{u}_3}{n_j}}) \\ \widetilde{LCL}_u &= (\bar{u}_1 - 3\sqrt{\frac{\bar{u}_3}{n_j}}, \bar{u}_2 - 3\sqrt{\frac{\bar{u}_2}{n_j}}, \bar{u}_3 - 3\sqrt{\frac{\bar{u}_1}{n_j}}) \end{aligned} \quad (3)$$

$u_j$ : نشان‌دهنده تعداد نامنطبق‌ها در هر واحد بازرسی.  
 $\bar{u}$ : متوسط نامنطبق‌ها در هر واحد بازرسی.  
 $n_j$ : اندازه نمونه.  
 $m$ : دفعات نمونه‌گیری.

**گام سوم: قراردعی نمونه‌ها در نمودار و بررسی تحت کنترل بودن یا خارج از کنترل بودن با استفاده از قوانین فازی هفت‌گانه.** پس از رسم نمودار کنترل فازی  $u$  و قرارگیری نمونه‌ها در آن، تحت کنترل بودن یا خارج کنترل بودن با استفاده از قوانین فازی بررسی می‌شود. استفاده از این رویکرد برای کنترل فازی فرآیند انجام می‌شود.

این روش بر اساس تعدادی قوانین که برای الگوهای محتمل از یک فرآیند بوده، تعریف شده است. در این بخش، پنج قانون تعریف شده کایا و قهرمان (2011) برای کنترل فازی نمودارهای  $X$  بار و  $R$  با اعداد فازی مثلثی، برای کنترل فازی نمودار  $u$  ارائه می‌شود و مقدار  $\beta$  با توجه به مقالات بررسی شده و نظر خبره، 70 درصد در نظر گرفته شده است. لازم به ذکر است که قوانین ارائه شده آنها با توجه به این که برخی از الگوهای فرآیند را نادیده گرفته، ناقص است؛ بنابراین در پژوهش حاضر این قوانین اصلاح شده و برای الگوهای نادیده گرفته شده، قوانین فازی توسعه داده می‌شود.

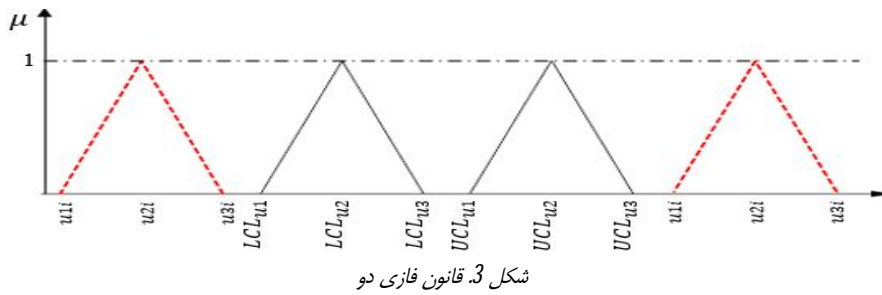
**قانون 1:** مواردی که نسبت نقص‌ها در نمونه داخل حدود کنترل قرار دارد در شکل 2 نشان داده شده است. در این حالت فرآیند تحت کنترل است.



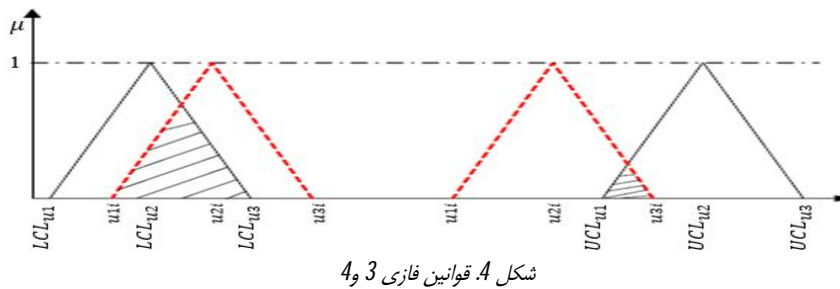
شکل 2. قانون فازی یک

**قانون 2:** مواردی که نسبت نقص‌ها در نمونه خارج از  $U_{\tilde{C}L}$  و  $L_{\tilde{C}L}$  مانند شکل 3 قرار گرفته باشد، در این حالت فرآیند خارج از کنترل است.

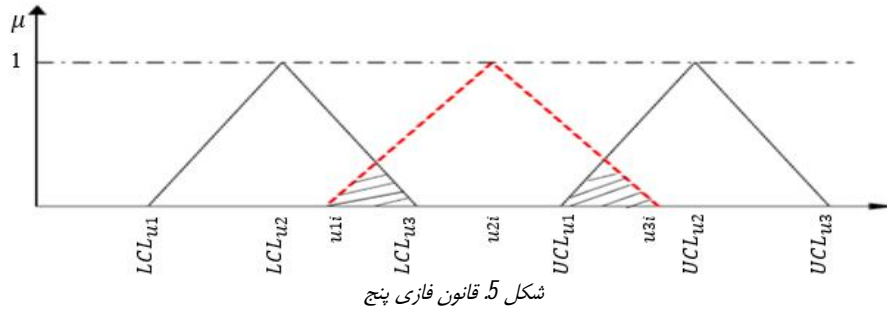




قانون 3 و 4: مواردی که نسبت نقص ها به صورت جزئی روی یکی از حدود کنترل قرار گرفته باشد، همان طور که در شکل 4 دیده می شود. در این حالت بر اساس درصد ناحیه ای از نسبت نقص های نمونه که داخل حدود کنترل فازی باقیمانده است، برخی واژه های زبانی تصمیم گیری مانند «تحت کنترل» و «نسبتاً تحت کنترل» ساخته می شود. اگر درصد ناحیه ای از نمونه که داخل حدود کنترل فازی باقیمانده است، برابر یا بیش تر از درصد از پیش تعریف شده  $\beta$  باشد؛ بنابراین فرآیند به عنوان تحت کنترل پذیرفته می شود و در غیر این صورت می توان آن را به عنوان نسبتاً تحت کنترل معرفی کرد.



قانون 5: مواردی که نسبت نقص ها در نمونه به صورت جزئی در هر دو حدود کنترل قرار می گیرد را تجزیه و تحلیل می کند؛ همان طور که در شکل 5 مشاهده می شود. در این حالت وضعیت فرآیند به عنوان «تحت کنترل» یا «نسبتاً تحت کنترل» تعریف می شود.



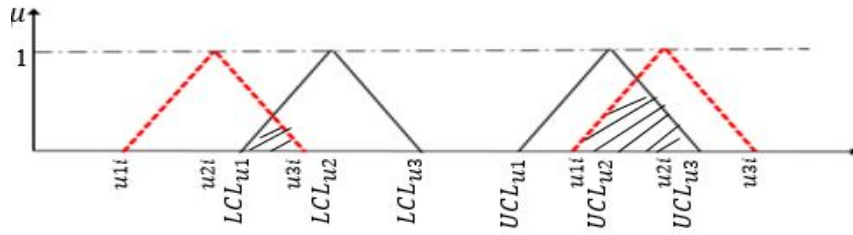
سپس وضعیت فرآیند برای نمودار کنترل  $\bar{u}$  به صورت  $(C_{ui})$  به شرح زیر تعریف می‌شود:

$$C_{ui} = \begin{cases} 1; & \text{اگر } (u_{3i} \leq UCL_{u1}) \wedge (u_{1i} \geq LCL_{u3}) \\ 0; & \text{اگر } (u_{1i} > UCL_{u3}) \vee (u_{3i} < LCL_{u1}) \\ 1 - \frac{(u_{3i} - UCL_{u1})}{(u_{3i} - u_{1i})} & \text{اگر } (u_{3i} > UCL_{u1}) \\ 1 - \frac{(LCL_{u3} - u_{1i})}{(u_{3i} - u_{1i})} & \text{اگر } (u_{1i} < LCL_{u3}) \\ \min \left\{ 1 - \frac{(u_{3i} - UCL_{u1})}{(u_{3i} - u_{1i})}, 1 - \frac{(LCL_{u3} - u_{1i})}{(u_{3i} - u_{1i})} \right\} & \text{اگر } (u_{3i} > UCL_{u1}) \wedge (u_{1i} < LCL_{u3}) \end{cases} \quad (4)$$

و در نهایت تصمیم‌های کنترل فرآیند به صورت رابطه 5 تعریف می‌شود:

$$\text{فرآیند کنترل} = \begin{cases} \text{تحت کنترل;} & \text{اگر } (C_{ui} = 1) \\ \text{خارج کنترل;} & \text{اگر } (C_{ui} = 0) \\ \text{تحت کنترل;} & \text{اگر } (C_{ui} \geq \beta) \\ \text{نسبتاً تحت کنترل;} & \text{اگر } (C_{ui} < \beta) \end{cases} \quad (5)$$

در این بخش قوانین کایا و قهرمان (2011) برای حالت‌های دیگر که آنها به آن اشاره نداشتند، توسعه داده می‌شود (شکل 6) که به صورت قوانین 6 و 7 است.



شکل 6. قوانین 6 و 7 فازی (قوانین توسعه داده شده)

قانون 6 و 7: مواردی که نسبت نقص‌ها در نمونه به صورت جزئی در یکی از حدود کنترل قرار گرفته و باقیمانده آن خارج از حدود کنترل است (شکل 6). در این حالت بر اساس درصد ناحیه‌ای از نسبت نقص‌های نمونه که خارج از حدود کنترل فازی قرار گرفته، واژه‌های تصمیم‌گیری «نسبتاً خارج از کنترل» و «خارج از کنترل» ساخته می‌شود. اگر درصد این ناحیه که خارج از حدود کنترل فازی قرار گرفته است از مقدار بتا کمتر باشد؛ فرایند «نسبتاً خارج از کنترل» پذیرفته می‌شود و اگر درصد ناحیه‌ای از نسبت نقص‌ها که خارج از حدود کنترل فازی قرار گرفته است، بیش‌تر از بتا باشد؛ در این صورت فرایند خارج از کنترل است. وضعیت فرایند نمودار کنترل  $\bar{u}$  برای قوانین شش و هفت به شرح رابطه 6 تعریف می‌شود:

$$Cu_i = \begin{cases} 1 - \frac{(UCL_{u3} - u_{1i})}{(u_{3i} - u_{1i})}; & \text{اگر } (u_{3i} > UCL_{u3}) \\ 1 - \frac{(u_{3i} - LCL_{u1})}{(u_{3i} - u_{1i})}; & \text{اگر } (u_{1i} < LCL_{u1}) \end{cases} \quad (6)$$

و تصمیم‌های کنترل فرایند برای قانون شش و هفت به صورت رابطه 7 تعریف می‌شود:

$$\text{فرایند کنترل} = \begin{cases} \text{نسبتاً خارج کنترل}; & \text{اگر } (C_{ui} < \beta) \\ \text{خارج کنترل}; & \text{اگر } (C_{ui} \geq \beta) \end{cases} \quad (7)$$

**گام چهارم: طراحی نمودار کنترل نهایی.** اگر در گام 3 همه داده‌ها تحت کنترل بودند، توقف و در غیر این صورت پس از حذف داده‌های خارج از کنترل به گام 2 برمی‌گردد. این عمل تا فرارگرفتن کلیه نقاط بین حدود کنترل ادامه می‌یابد تا حدود مناسب برای کنترل وضعیت فعلی فرایند تولید به دست آید و از آن برای طراحی نمودار نهایی استفاده شود.

**اعتبارسنجی مدل فازی.** به‌منظور بررسی اعتبار، دو روش کنترل آماری کلاسیک و کنترل آماری فازی از نظر معیار عملکرد با یکدیگر مقایسه می‌شود. احتمال خطای نوع دو برای نمودار کنترل کلاسیک نسبت نقص‌ها در واحد  $u$  با فرمول 8 محاسبه می‌شود (نقندریان، 1387).

$$OC(u) = \beta(u) = P(c < nUCL | \bar{u}) - P(c \leq nLCL | \bar{u}) \quad (8)$$

در نمودار کنترل  $u$  فازی حدود کنترل به‌صورت اعداد فازی مثلثی هستند؛ اما در منحنی  $OC$  اعداد قطعی لازم است؛ همچنین در بررسی مقالات، پژوهشی با اعتبارسنجی با استفاده از منحنی  $OC$  فازی پیدا نشد؛ بنابراین ابتدا حدود کنترل فازی نمودار  $u$  با روش‌های دیفازی موجود به‌صورت قطعی تبدیل می‌شوند و سپس منحنی آن رسم می‌شود؛ همچنین چون هر دو منحنی  $OC$  نمودار کنترل کلاسیک و فازی در حالت قطعی ارائه می‌شود، قابل مقایسه برای تعیین عملکرد نیز است. روش‌های دیفازی شامل میانه و میان دامنه فازی در سطح آلفا، میانگین و مد فازی است.

محب‌علیزاده و فاطمی قمی (2011) احتمال خطای نوع دو با هر یک از روش‌های دیفازی را بدین شرح محاسبه کرده‌اند که در فرمول مربوطه به جای قرارگیری اعداد قطعی، اعداد دیفازی شده مربوط به هر یک از روش‌ها را قرار داده و نتایج آنها را با هم مقایسه کرده‌اند؛ بنابراین پژوهش حاضر نیز در محاسبه احتمال خطای نوع دو برای نمودار کنترل فازی نسبت نقص‌ها مقادیر دیفازی شده به‌وسیله هر یک از روش‌ها را قرار می‌دهد؛ بنابراین فرمول 8 منحنی  $OC$  به‌صورت رابطه‌های 9 تا 12 برای روش‌های دیفازی میان دامنه فازی، میانه، مد و میانگین برای نمودار کنترل فازی قابل استفاده است.

$$OC(u) = \beta(u) = P(c_{med}^{\alpha} < nUCL_{med}^{\alpha} | \bar{u}) - P(c_{med}^{\alpha} \leq nLCL_{med}^{\alpha} | \bar{u}) \quad (9)$$

$$OC(u) = \beta(u) = P(c_{mid}^{\alpha} < nUCL_{mid}^{\alpha} | \bar{u}) - P(c_{mid}^{\alpha} \leq nLCL_{mid}^{\alpha} | \bar{u}) \quad (10)$$

$$OC(u) = \beta(u) = P(c_{mod} < nUCL_{mod} | \bar{u}) - P(c_{mod} \leq nLCL_{mod} | \bar{u}) \quad (11)$$

$$OC(u) = \beta(u) = P(c_{avg} < nUCL_{avg} | \bar{u}) - P(c_{avg} \leq nLCL_{avg} | \bar{u}) \quad (12)$$

#### 4. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

**طراحی نمودار کنترل فازی:** طراحی نمودار کنترل فازی  $u$  در 4 گام زیر انجام می‌شود.  
**گام اول: داده‌های جمع‌آوری شده.** برای جمع‌آوری داده‌ها از طیف فازی طراحی شده استفاده شده است. ویژگی‌های موردبررسی در کیفیت دوخت شامل: 1. نخ‌کش شدن دوخت؛ 2. کشیدگی

دوخت؛ 3. پاره‌گی دوخت؛ 4. تمیزی دوخت؛ 5. شلی بخیه‌های دوخت؛ 6. عدم جمع‌شدگی نخ و 7. طول دوخت مناسب است؛ اما این موارد کیفی بوده و به‌صورت چشمی و بر مبنای قضاوت اپراتور است. برای مثال قضاوت اپراتور برای مقدار کشیدگی دوخت دارای عدم قطعیت و ابهام در ثبت تعداد نقص‌ها برای آن است و نمی‌تواند مطمئن باشد که تعداد نقص دارای مقداری واضح، برای مثال: 5 است؛ بنابراین داده‌ها به‌صورت فازی و با استفاده از اعداد تقریبی ثبت می‌شود. اپراتورها کلیه مغایرت‌هایی که ممکن است در ظاهر دوخت به‌وجود بیاید را به‌صورت فازی با توجه به طیف ارائه‌شده به آنها ثبت می‌کنند. جدول 1 نمونه‌ای از داده‌های فازی مورد استفاده در طراحی نمودار فازی U را نشان می‌دهد.

جدول 1. خلاصه داده‌های فازی جمع‌آوری شده

شماره گروه	اندازه نمونه n	تعداد تقریبی نقص مشاهده شده (Ci)	اعداد فازی متناظر با نسبت نقص ها
1	70	تقریباً 33	(0/42 0/47 0/54)
2	70	تقریباً 16	(0/18 0/23 0/3)
3	70	تقریباً 7	(0/1 0/15 0/22)
4	50	تقریباً 12	(0/18 0/23 0/3)
⋮	⋮	⋮	⋮
30	50	تقریباً 11	(0/1 0/15 0/22)

**گام دوم: طراحی نمودار آزمایشی.** برای طراحی نمودار کنترل فازی u ابتدا حدود آزمایشی به‌دست آورده می‌شود. برای به‌دست آوردن خط مرکزی ابتدا مقادیر میانگین فازی نسبت نقصها از رابطه 1 محاسبه می‌شود که برای مورد مطالعه عبارت است از:

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &= \sum u_{1j} / m = 4.28 / 30 = 0.1506 \\ \bar{u}_2 &= \sum u_{2j} / m = 5.94 / 30 = 0.2006 \\ \bar{u}_3 &= \sum u_{3j} / m = 10.81 / 30 = 0.271 \end{aligned}$$

سپس خط مرکزی نمودار کنترل فازی u با فرمول 2 بدست می‌آید:

$$\widetilde{CL}_u = (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3) = (0.15, 0.2, 0.27)$$

و حدود نمودار کنترل فازی  $\bar{u}$  با استفاده از فرمول 3 به دست می‌آید. با توجه به اندازه نمونه حدود کنترل نیز تغییر می‌کند که برای اندازه نمونه 50، 60 و 70 به شرح زیر است:

$$\widetilde{UCL}_u = (\bar{u}_1 + 3\sqrt{\frac{\bar{u}_1}{n_j}}, \bar{u}_2 + 3\sqrt{\frac{\bar{u}_2}{n_j}}, \bar{u}_3 + 3\sqrt{\frac{\bar{u}_3}{n_j}})$$

$$\widetilde{UCL}_{u70} = (0.2898, 0.3612, 0.456)$$

$$\widetilde{UCL}_{u60} = (0.301, 0.3741, 0.4726)$$

$$\widetilde{UCL}_{u50} = (0.3153, 0.3907, 0.4918)$$

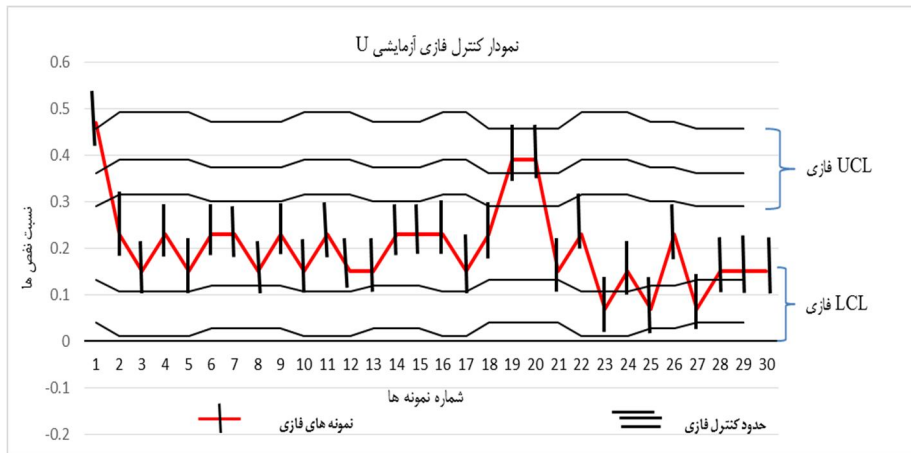
$$\widetilde{LCL}_u = (\bar{u}_1 - 3\sqrt{\frac{\bar{u}_3}{n_j}}, \bar{u}_2 - 3\sqrt{\frac{\bar{u}_2}{n_j}}, \bar{u}_3 - 3\sqrt{\frac{\bar{u}_1}{n_j}})$$

$$\widetilde{LCL}_{u70} = (0, 0.040, 0.1318)$$

$$\widetilde{LCL}_{u60} = (0, 0.0271, 0.1206)$$

$$\widetilde{LCL}_{u50} = (0, 0.0106, 0.103)$$

گام سوم: قراردعی نمونه‌ها در نمودار آزمایشی و بررسی تحت کنترل بودن یا خارج کنترل بودن نقاط با استفاده از قوانین هفت گانه. با استفاده از حدود به دست آمده در گام قبلی و قراگیری نمونه‌ها، نمودار کنترل فازی U همان طور که در شکل 7 نشان داده شده رسم می‌شود.



شکل 7. نمودار کنترل فازی

با رسم نمونه‌ها، مشاهده می‌شود که کلیه نقاط داخل حدود کنترل فازی قرار ندارند؛ بنابراین با توجه به قوانین فازی وضعیت نمونه‌های فازی مورد بررسی قرار می‌گیرد. با توجه به قانون

فازی 6 نمونه یک خارج از کنترل است؛ زیرا درصد ناحیه از نمونه که خارج از حدود کنترل فازی قرار گرفته بیش تر از بتا است.

$$Cu_i = 1 - \frac{(UCL_{u3} - u_{1i})}{(u_{3i} - u_{1i})}; \quad \text{اگر } (u_{3i} > UCL_{u3})$$

$$Cu_{70\%} = 1 - \frac{(0.456 - 0.42)}{(0.54 - 0.42)} = 0.71; \quad \text{پس } (0.54 > 0.456)$$

$$\text{خارج کنترل} = \{ \text{فرایند کنترل} \}; \quad \text{اگر } (0.71 \geq \beta = 0.70)$$

نمونه نوزدهم و بیستم بنا به قانون 6 تقریباً خارج از کنترل است؛ زیرا درصد ناحیه این نمونه که خارج از حدود کنترل فازی قرار گرفته کم تر از بتا است.

$$Cu_{70\%} = 1 - \frac{(0.456 - 0.34)}{(0.46 - 0.34)} = 0.033; \quad \text{پس } (0.46 > 0.456)$$

$$\text{نسبتاً خارج کنترل} = \{ \text{فرایند کنترل} \}; \quad \text{پس } (0.033 < 0.70)$$

بر اساس قانون 3 نمونه های دوم و بیست و دوم تحت کنترل هستند؛ زیرا درصد ناحیه ای از این نمونه ها که داخل حدود کنترل فازی باقیمانده؛ بیش تر از مقدار بتا است.

$$Cu_{70\%} = 1 - \frac{(0.3 - 0.2859)}{(0.3 - 0.18)} = 0.8825 \quad \text{پس } (0.3 > 0.2859)$$

$$\text{تحت کنترل} = \{ \text{فرایند کنترل} \}; \quad \text{پس } (0.8825 \geq 0.70)$$

نمونه های 10 و 8 در اندازه نمونه 60 تایی و 21 با اندازه نمونه 70 تایی بر اساس قانون 4 تحت کنترل هستند.

$$Cu_{60\%} = 1 - \frac{(0.12 - 0.1)}{(0.14 - 0.02)} = 0.83 \quad \text{پس } (0.1 < 0.12)$$

$$Cu_{70\%} = 1 - \frac{(0.13 - 0.1)}{(0.14 - 0.02)} = 0.75 \quad \text{پس } (0.1 < 0.12)$$

$$\text{تحت کنترل} = \{ \text{فرایند کنترل در نمونه های 60} \}; \quad \text{پس } (0.83 \geq 0.70)$$

$$\text{تحت کنترل} = \{ \text{فرایند کنترل در نمونه های 70} \}; \quad \text{پس } (0.75 \geq 0.70)$$

و نمونه‌های 23، 25 بر اساس قانون 4 تقریباً تحت کنترل قرار می‌گیرند.

$$Cu_{.50} = 1 - \frac{(0.10 - 0.02)}{(0.14 - 0.02)} = 0.33 \quad \text{پس } (0.02 < 0.10)$$

; نسبتاً تحت کنترل = فرایند کنترل  $(0.33 < 0.70)$  پس

و نمونه 27 بر اساس قانون 4 تقریباً تحت کنترل قرار می‌گیرد.

$$Cu_{.50} = 1 - \frac{(0.12 - 0.02)}{(0.14 - 0.02)} = 0.166 \quad \text{پس } (0.02 < 0.12)$$

; نسبتاً تحت کنترل = فرایند کنترل  $(0.166 < 0.70)$  پس

سایر نقاط با توجه به قانون یک تحت کنترل هستند.

$$C_{ii} = 1 \quad (u_{3i} \leq UCL_{u1}) \wedge (u_{1i} \geq LCL_{u3}) \quad \text{تحت کنترل} \quad \text{فرایند کنترل}$$

**گام چهارم: طراحی نمودار نهایی.** در این مرحله با توجه به نمودار کنترل فازی رسم شده که دارای نقاط خارج کنترل و تقریباً خارج از کنترل است حدود کنترل آزمایشی مورد تجدیدنظر قرار می‌گیرد، این نقاط حذف شده و با استفاده از نقاط باقیمانده حدود کنترل آزمایش دوباره محاسبه می‌شود؛ سپس دوباره تحت کنترل بودن نقاط باقیمانده بررسی می‌شود. با حذف نمونه‌های 1، 19 و 20، خط مرکزی و حدود کنترل فازی اصلاح شده به شرح زیر است.

$$\begin{aligned} \widetilde{CL}_u &= (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3) = (0.1266, 0.1766, 0.247) \\ \widetilde{UCL}_{u70} &= (0.2542, 0.3273, 0.4247) \\ \widetilde{UCL}_{u60} &= (0.2645, 0.3394, 0.4390) \\ \widetilde{UCL}_{u50} &= (0.2776, 0.3549, 0.4573) \\ \widetilde{LCL}_{u70} &= (0, 0.0259, 0.1190) \\ \widetilde{LCL}_{u60} &= (0, 0.0138, 0.10) \\ \widetilde{LCL}_{u50} &= (0, 0, 0.0956) \end{aligned}$$

این حدود بر روی نمودار کنترل فازی  $u$  مطابق شکل 8 رسم می‌شود و مجدداً موقعیت نقاط در رابطه با این حدود بررسی می‌شود. پس از بررسی نقاط با قوانین هفت‌گانه، وضعیت فرایند برای نمونه 2 و 22 با اندازه نمونه هفتادتایی و نمونه‌های 7-9-14-15-16 و 26 با اندازه



نمونه شصت تایی و نمونه های 4-6-11 و 18 با اندازه نمونه پنجاه تایی بر اساس قانون 3 به شرح زیر است.

$$\begin{aligned} \text{Cu}_{70 \text{ تایی}} &= 1 - \frac{(0.3 - 0.2542)}{(0.3 - 0.18)} = 0.618; && \text{پس } (0.3 > 0.2542) \\ \text{Cu}_{60 \text{ تایی}} &= 1 - \frac{(0.3 - 0.2645)}{(0.3 - 0.18)} = 0.704; && \text{پس } (0.3 > 0.2645) \\ \text{Cu}_{50 \text{ تایی}} &= 1 - \frac{(0.3 - 0.2729)}{(0.3 - 0.18)} = 0.813; && \text{پس } (0.3 > 0.2776) \end{aligned}$$

و تصمیمات کنترل فرآیند برای این نمونه ها به صورت ذیل می باشد.

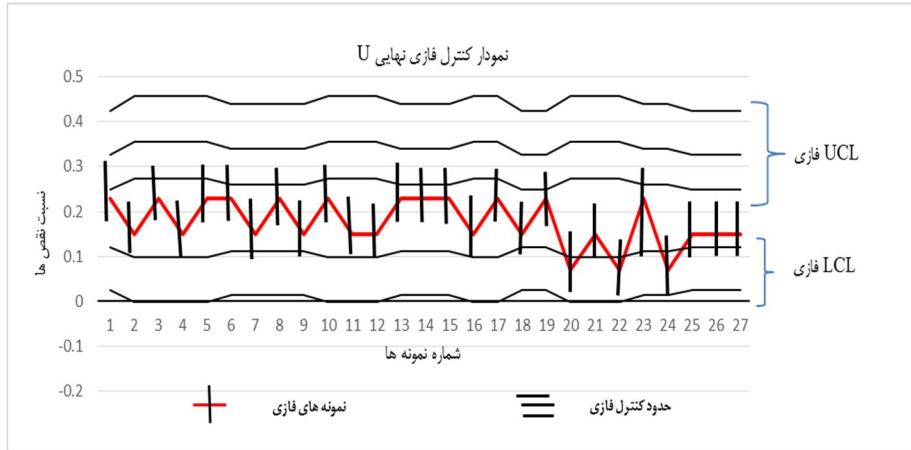
$$\begin{aligned} & \text{نسبتا تحت کنترل} \Leftarrow \text{فرایند کنترل در نمونه های 70} && \text{پس } (0.618 < 0.70) \\ & \text{تحت کنترل} \Leftarrow \text{فرایند کنترل در نمونه های 60} && \text{پس } (0.704 \geq 0.70) \\ & \text{تحت کنترل} \Leftarrow \text{فرایند کنترل در نمونه های 50} && \text{پس } (0.813 \geq 0.70) \end{aligned}$$

وضعیت نمونه 21 در اندازه نمونه 70 تایی و نمونه 27 در اندازه نمونه 60 تایی و نمونه های 23 و 25 با اندازه نمونه 50 تایی بر اساس قانون 4 به شرح زیر می باشد.

$$\begin{aligned} \text{Cu}_{70 \text{ تایی}} &= 1 - \frac{(0.119 - 0.1)}{(0.14 - 0.02)} = 0.84 && \text{پس } (0.1 < 0.119) \\ \text{Cu}_{60 \text{ تایی}} &= 1 - \frac{(0.10 - 0.02)}{(0.14 - 0.02)} = 0.33 && \text{پس } (0.02 < 0.10) \\ \text{Cu}_{50 \text{ تایی}} &= 1 - \frac{(0.0956 - 0.02)}{(0.14 - 0.02)} = 0.37 && \text{پس } (0.02 < 0.0956) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \text{تحت کنترل} \Leftarrow \text{فرایند کنترل در نمونه های 70} && \text{پس } (0.84 \geq 0.70) \\ & \text{نسبتا تحت کنترل} \Leftarrow \text{فرایند کنترل در نمونه های 60} && \text{پس } (0.33 < 0.70) \\ & \text{نسبتا تحت کنترل} \Leftarrow \text{فرایند کنترل در نمونه های 50} && \text{پس } (0.37 < 0.70) \end{aligned}$$

نقاط باقیمانده بر اساس قانون 1 تحت کنترل هستند.



شکل 8. نمودار کنترل فاززی نهایی

از آنجاکه با این حدود همه نقاط تحت کنترل یا تقریباً تحت کنترل مشاهده شدند، می‌تواند برای کنترل وضعیت فعلی یا آینده تولید مناسب باشد؛ بنابراین از این حدود فاززی در نمودار کنترل نهایی شکل 8 استفاده می‌شود.

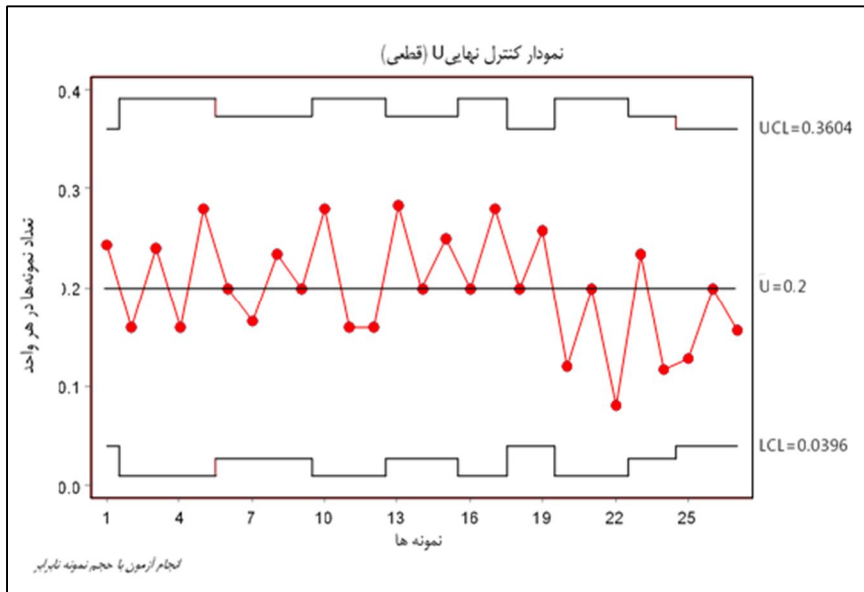
**اعتبارسنجی مدل فاززی.** به منظور بررسی اعتبارسنجی، دو روش کنترل آماری شوهارت و کنترل آماری فاززی از نظر معیار عملکرد با یکدیگر مقایسه می‌شود. به این منظور ابتدا نمودار کنترل U در حالت قطعی طراحی می‌شود. خط مرکزی و حدود کنترل آزمایشی نمودار کنترل U کلاسیک به شرح زیر به دست آمده است.

$$\bar{u} = \sum_{j=1}^m u_j / m \quad CL_u = \bar{u} = 0.226$$

$UCL_{70} = 0.3964$	$UCL_{60} = 0.4101$	$UCL_{50} = 0.4277$
$LCL_{70} = 0.0555$	$LCL_{60} = 0.0419$	$LCL_{50} = 0.0243$

با این حدود در نمودار کنترل U دو نقطه مربوط به نمونه‌های یک و نوزده، خارج از حدود کنترل قرار می‌گیرند؛ بنابراین این دو نمونه حذف می‌شود و حدود کنترل آزمایشی اصلاح می‌شود و دوباره تحت کنترل بودن نقاط باقیمانده بررسی شده و مشاهده می‌شود با این حدود اصلاح شده نقطه مربوط به نمونه بیست خارج از حدود کنترل قرار می‌گیرد که با حذف این نقطه نمودار اصلاح می‌شود و حدود اصلاح شده نهایی به شرح زیر است.

$UCL_{70} = 0.3604$	$UCL_{60} = 0.3732$	$UCL_{50} = 0.3897$
$LCL_{70} = 0.0396$	$LCL_{60} = 0.0268$	$LCL_{50} = 0.01$



شکل 9. نمودار کنترل نهایی کلاسیک

این حدود بر روی نمودار رسم شده است که در شکل 9 مشاهده می‌شود. مجدداً موقعیت نقاط در رابطه با این حدود بررسی شده و همان‌طور که در نمودار مشاهده می‌شود کلیه نقاط باقیمانده بین حدود کنترل تجدیدنظر شده قرار می‌گیرند؛ در نتیجه از این حدود می‌توان برای کنترل آینده تولید استفاده کرد و حدود نهایی نمودار کنترل U است.

**مقایسه مدل قطعی با مدل فازی.** در این بخش ابتدا نتایج تصمیم‌های کنترل فرایند در نمودارهای کنترل آزمایشی با روش SPC کلاسیک و SPC فازی به‌منظور مقایسه نتایج این دو روش در جدول 2 آورده شده است.

جدول 2. تصمیم‌گیری بر اساس مدل کلاسیک و مدل فازی

نمونه	تصمیم‌گیری با مدل کلاسیک	تصمیم‌گیری با مدل فازی	قانون	مقدار $Cu$
1	خارج از کنترل	خارج از کنترل	6	0/71
2	تحت کنترل	تحت کنترل	3	0/8825
3	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
4	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
5	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
6	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
7	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
8	تحت کنترل	تحت کنترل	4	0/83
9	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
10	تحت کنترل	تحت کنترل	4	0/83
11	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
12	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
13	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
14	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
15	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
16	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
17	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
18	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
19	خارج از کنترل	تقریباً خارج از کنترل	6	0/033
20	خارج از کنترل (دور دوم)	تقریباً خارج از کنترل	6	0/033
21	تحت کنترل	تحت کنترل	4	0/75
22	تحت کنترل	تحت کنترل	3	0/8825
23	تحت کنترل	تقریباً تحت کنترل	4	0/33
24	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
25	تحت کنترل	تقریباً تحت کنترل	4	0/33
26	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
27	تحت کنترل	تقریباً تحت کنترل	4	0/166
28	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
29	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1
30	تحت کنترل	تحت کنترل	1	1

مقایسه مدل قطعی با مدل فازی با استفاده از منحنی OC. از منحنی مشخصه عملکرد به عنوان معیار مقایسه ارزیابی عملکرد نمودار کنترل فازی u با نمودار کنترل کلاسیک u استفاده می شود.

محاسبات لازم برای رسم منحنی OC نمودار کنترل u نهایی قطعی با اندازه نمونه هفتاد تایی  $UCL_{70} = 0.3604$  و  $LCL_{70} = 0.0396$  و  $\bar{u} = 0.2$  در جدول 4 نشان داده شده است. با استفاده از این مقادیر،  $\beta$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$OC(u) = \beta(u) = P(c < nUCL | \bar{u}) - P(c \leq nLCL | \bar{u})$$

$$\beta = p\{c < (70)(0.3604) | \bar{u}\} - p\{c \leq (70)(0.0396) | \bar{u}\}$$

$$\beta = p\{c < (25.228) | \bar{u}\} - p\{c \leq (2.77) | \bar{u}\}$$

با توجه به اینکه مقدار c باید یک عدد صحیح باشد مقدار  $\beta$  عبارت است از:

$$\beta = p\{c < (25) | \bar{u}\} - p\{c \leq (3) | \bar{u}\}$$

مقادیر مختلف این احتمالات در جدول 4 محاسبه شده است. برای رسم منحنی OC نمودار کنترل U فازی ابتدا حدود کنترل آن با روش های دیفازی مرسوم محاسبه می شود که در جدول 3 نشان داده شده است.

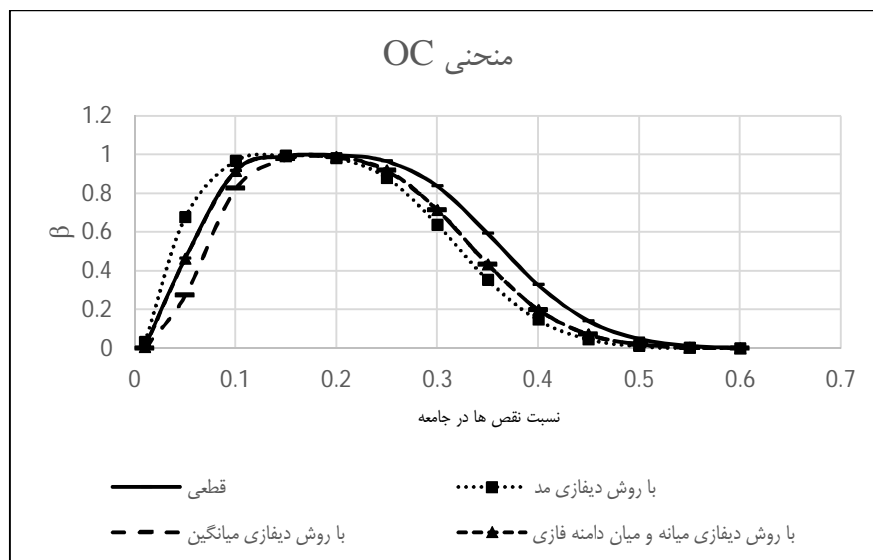
جدول 3. مقادیر دیفازی شده حدود کنترل

میانگین فازی	میان دامنه	میان فازی	مد فازی	
0/335	0/329	0/331	0/327	UCL
0/0488	0/0326	0/0359	0/025	LCL

مقدار  $\beta$  برای هر یک از حدود کنترل دیفازی شده به روش های مختلف جدول 3 محاسبه شده که در جدول 4 ارائه شده است.

جدول 4. محاسبه منحنی OC برای نمودار کنترل فازی  $u$  و نمودار کنترل  $u$  قطعی

$\beta$ با میانگین فازی***	$\beta$ با میانه و میان دامنه فازی**	$\beta$ با مد فازی*	$\beta$ قطعی	$\hat{u}$
0/0008	0/0058	0/0341	0/0058	0/01
0/2746	0/4634	0/6793	0/4637	0/05
0/827	0/9182	0/9704	0/9182	0/1
0/9787	0/9927	0/9976	0/9929	0/15
0/9889	0/9902	0/9836	0/9947	0/2
0/9192	0/9193	0/8815	0/9661	0/25
0/716	0/716	0/6405	0/8377	0/3
0/4328	0/4328	0/3537	0/5926	0/35
0/1998	0/1998	0/1483	0/3272	0/4
0/0719	0/0719	0/0485	0/1412	0/45
0/0208	0/0208	0/0128	0/0486	0/5
0/005	0/005	0/0028	0/0137	0/55
0/001	0/001	0/0005	0/0033	0/6

شکل 10. مقایسه منحنی مشخصه عملکرد نمودار  $u$  کلاسیک با فازی

$$* \quad p\{c < (22) | \hat{u}\} - p\{c \leq (2) | \hat{u}\}$$

$$** \quad p\{c < (23) | \hat{u}\} - p\{c \leq (3) | \hat{u}\}$$

$$*** \quad p\{c < (23) | \hat{u}\} - p\{c \leq (4) | \hat{u}\}$$

با استفاده از مقادیر  $\beta$  به دست آمده با روش‌های دیفازی در جدول 4 و مقدار  $\beta$  نمودار کنترل  $u$  قطعی، منحنی‌های مشخصه عملکرد آنها برای انجام مقایسه مطابق با شکل 10 ترسیم شده است. شکل 10 نشان می‌دهد که نمودار  $U$  فازی در بیش‌تر مقادیر دارای خطای  $\beta$  کم‌تر نسبت به نمودار قطعی است. تنها مورد استثناء در روش دیفازی مد و برای مقادیر نسبت نقص‌های کم‌تر از 0/15 است.

### 5. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

نمودارهای کنترل کلاسیک با استفاده از داده‌هایی که بر اساس ذهنیت نیروی انسانی تعدیل شده و در قالب اعداد قطعی بیان شده است (از ارزش آن کاسته شده است)، محموله‌های تولیدشده را در دو گروه: تحت کنترل یا خارج از کنترل قرار می‌دهد؛ درحالی‌که پیش‌فرض روش کلاسیک کاربرد داده‌های قطعی و معین است که واقعاً دقیق باشند. رویکرد فازی، ذهنیت افراد را در رسم نمودارهای کنترلی فرموله می‌کند. روش قوانین فازی بر اساس درصدی از ناحیه نمونه‌ها که درون یا بیرون حدود کنترل فازی قرار می‌گیرند، میزان تحت کنترل یا خارج از کنترل بودن نمونه‌ها را در قالب چهار اصطلاح زبانی بیان می‌کند. شکستن طبقه‌های کلاسیک و دسته‌بندی آنها در چهار سطح به جای دو سطح، گزینه‌های تصمیم‌گیری بیش‌تری را در اختیار تصمیم‌گیرندگان قرار می‌دهد و به معنای تقسیم‌بندی واقعی‌تر کیفیت محصولات است؛ به عبارتی، اگر فرآیند در حالتی فازی، بین دو حالت قطعی تحت کنترل و خارج از کنترل قرار داشته باشد، می‌توان آن را به منزله یک هشدار در نظر گرفت.

برای تأیید برتری نمودار کنترل فازی  $U$  بر نمودار کنترل قطعی  $U$  مقایسه‌ای بین آنها انجام شد که برای انجام این مقایسه از معیار منحنی مشخصه عملکرد OC استفاده شد. نتایج مقایسه این منحنی در شکل 10 نشان داده شده است و به‌طور کلی نشان می‌دهد که برای نمودار کنترل فازی مقدار احتمال خطای دو پایین‌تر است؛ به این معنا که نمودار کنترل فازی حساسیت بیش‌تری در تشخیص تغییرات فرآیند دارد. نتایج نشان می‌دهد که روش پیشنهادی با کارایی بالا تغییرات در فرآیند را سریع‌تر تشخیص می‌دهد.

بررسی پیشینه پژوهش نشان داد، پژوهش‌هایی که برای نمودار کنترل نقص انجام گرفته عمدتاً برای نمودار کنترل تعداد نقص‌ها بوده است و پژوهش‌هایی که برای نمودار نسبت نقص‌ها انجام گرفته مانند مطالعه قهرمان و همکاران (2010) نیز صرفاً به ارائه روش و فرمول‌های مربوطه پرداخته و آن را بررسی نکرده‌اند. نتایج این بررسی نشان می‌دهد که بیش‌تر پژوهش‌های انجام‌شده مانند مطالعه سوگندی و همکاران (2014)، سنتورک و ارنجیل (2009)، ارنجیل و همکاران (2011) و اسماعیل پور و همکاران (1387) با استفاده از روش‌های دیفازی صورت

گرفته است که استفاده از این روش‌ها باعث از بین رفتن اطلاعات فازی می‌شود؛ بنابراین در پژوهش حاضر از روش قوانین فازی (کایا و قهرمان، 2011) که نمودارهای کنترل را به صورت فازی طراحی می‌کند، استفاده شده است. قوانین کایا و قهرمان (2011) مواردی که نمونه به صورت جزئی در یکی از حدود کنترل فازی قرار گرفته و باقیمانده آن بیرون حدود کنترل فازی باشد را پوشش نمی‌داد و آنها برای این موارد قانونی ارائه نکرده‌اند. با توسعه قوانین آنها در این پژوهش، این قواعد بهبود پیدا کرده است؛ زیرا همواره احتمال رخ دادن این الگو در کنترل فرآیند فازی وجود دارد. بیش‌تر پژوهش‌ها مانند پژوهش کایا و قهرمان (2011)، سنتورک و ارنجیل (2009)، ارنجیل و همکاران (2011)، اسماعیل‌پور و همکاران (1387) و فراز (1389) ارزیابی عملکرد نمودارهای کنترل فازی پیشنهادی را انجام نداده‌اند. در پژوهش حاضر ارزیابی عملکرد با منحنی OC برای نمودار کنترل فازی با استفاده از روش‌های دیفازی انجام و نتایج آن با نتایج نمودار کنترل کلاسیک مقایسه شد که حاکی از برتری در دقت و سرعت روش فازی نسبت به روش قطعی است.

از جمله کاربردهای این پژوهش، می‌توان به استفاده از نمودارهای کنترل فازی در تمام صنایعی که به نوعی وابسته به قضاوت اپراتور است و همچنین مواردی که داده‌های جمع‌آورنده دارای ابهام و عدم قطعیت باشند، اشاره کرد. توسعه نمودارهای کنترل فازی برای نمودارهای کنترل تجمعی چندمتغیره فازی و توسعه نمودارهای کنترل میانگین موزون نمایی فازی می‌توانند ایده‌هایی برای مطالعات آتی در حوزه نمودارهای کنترل و پایش فرآیند باشند.



## منابع

1. ابراهیمی، ابراهیم؛ اکبری، محمد قاسم؛ اطمینان، جواد (1391). نمودار کنترل کیفیت c بر اساس داده‌های فازی با استفاده از فاصله اطمینان بوت‌استرپی و متر یائو-ویو. یازدهمین کنفرانس سیستم‌های هوشمند ایران.
2. اسماعیل‌پور، رضا؛ رضاییان، محمد رحیم؛ کاظم اف، فاروق (1388). ارائه مدل کنترل فرآیند آماری فازی با روش مد فازی برای کنترل تعداد نقص‌های محصول، نشریه مدیریت صنعتی، 2، 18-3.
3. بهمن‌پور، علی؛ رنجبر، فاطمه (2008). تعیین تابع عضویت بهینه در پایگاه‌های داده‌های فازی بر مبنای اجتماع توافقی. اولین همایش ملی مهندسی کامپیوتر، برق و فناوری اطلاعات.
4. پورشمس، مهرداد (1370). استاندارد و کنترل کیفیت آماری. انتشارات آموزش و پرورش منابع ایران.
5. حسینی، یعقوب؛ شفیع، فهیمه؛ دسترنج، میثم (1391). پیش‌بینی موفقیت سازمان‌ها در پیاده سازی سیستم‌های استاندارد ایزو بر پایه روش تحلیل تشخیصی. چشم‌انداز مدیریت صنعتی، 8، 34-9.
6. فراز، علیرضا (1390). بناسازی نمودار کنترل آماری - فازی فرآیند. مجله ریاضیات کاربردی واحد لاهیجان، 2، 45-54.
7. مطهری فریمانی، ناصر؛ مؤمنی، منصور؛ یزدانی، حمیدرضا (1392). تولید قوانین فازی از نمونه‌های آموزشی برای سیستم‌های طبقه‌بندی فازی، چشم‌انداز مدیریت صنعتی 11، 188-163.
8. مروتی شریف‌آبادی، علی؛ کاظمی، فاطمه؛ حیاتی، مژده (1392). انتخاب تامین‌کنندگان با رویکرد MCDM فازی و QFD فازی، مورد مطالعه: شرکت سینو پارس یزد. چشم‌انداز مدیریت صنعتی، 10، 146-129.
9. نقندریان، کاظم (1387). کنترل کیفیت آماری. ویرایش دوم، انتشارات دانشگاه علم و صنعت ایران.
10. Bilgic, T., & Turksen I.B. (1999). *Measurement of Membership Functions. Theoretical and Empirical Work*. Handbook of Fuzzy Sets and Systems Vol 1, Fundamentals Fuzzy Sets, Chapter 3. Kluwer, pp. 195-232.
11. Ertugrul, I., & Aytac, E. (2009). Construction of quality control charts by using probability and fuzzy approaches and an application in a textile company. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 20, 139-149.
12. Erginel, N., Sentürk, S., Kahraman, C., & Kaya, I. (2011). Evaluating the Packing Process in Food Industry Using Fuzzy and [Stilde] Control Charts. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 4 (4), 509-520.
13. Gulbay, M., & Kahraman, C. (2006). Development of fuzzy process control charts and fuzzy unnatural pattern analyses. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51, 434 - 451.
14. Gulbay, M., & Kahraman, C. (2007). An alternative approach to fuzzy control charts: Direct fuzzy approach. *Information Sciences*, 177, 1463-1480.
15. Gulbay, M., Kahraman, C., Ruan, D. (2004). a-Cut Fuzzy Control Charts for Linguistic Data. *International journal of intelligent systems*, Vol. 19, 1173-1195.
- Grayson, J., Runger, G., & Montgomery, M.C. (1995). Average Run Length Performance of the u Chart with Control Limits Based on the Average Sample Size, *Quality Engineering*, 8(1), 117-127

16. rayson.J, Runger.G, Montgomery.M.C.(1995) Average Run Length Performance of the u Chart with Control Limits Based on the Average Sample Size, *Quality Engineering*, 8:1, 117-127
17. Kahraman.C, Gulbay.M, Erginel N. ,Senturk S.(2010). Fuzzy Statistical Process Control Techniques in Production Systems. *Prod. Engr. & Manage., Studfuzz* 252, pp. 431-456.
18. Hart M.K, Hart.R.F. (2007). Introduction to STATISTICAL PROCESS CONTROL TECHNIQUES. Statit Software, Inc 1128 ,NE 2nd Street, Ste 108, Corvallis, Oregon 97330
19. Hsieh.K.L, Tong.L.I., Wang.M.C.(2007). The application of control chart for defects and defect clustering in IC manufacturing based on fuzzy theory. *Expert Systems with Applications*, Vol. 32, pp. 765-776.
20. Hung Shu.M, Chung Wu.H. (2011). Fuzzy X and R control charts: Fuzzy dominance approach. *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 61, pp. 676-685.
21. Ross, T. J. (2004), "Fuzzy Logic with Engineering Applications," Prentice-Hall International Inc., New Jersey, USA.
22. Raz.T and Wang.J.H. (1990). Probabilistic and membership approaches in the construction of control charts for linguistic data. *Production Planning & Control: The Management of Operations*, Vol. 1, No. 3, pp. 147-157.
23. Senturk S., Erginel N. (2009). Development of fuzzy Xbar \_R and Xbar \_S control charts using  $\alpha$ -cuts. *Information Sciences*, Vol. 179, pp. 1542-1551.
24. Kaya I., Kahraman C. (2011). Process capability analyses based on fuzzy measurements and fuzzy control charts. *Expert Systems with Applications*, Vol. 38, pp. 3172-3184.
25. Sogandi F., Mousavi M., Ghanaatiyan.R.(2014). An extension of fuzzy P control chart based on  $\alpha$ -level fuzzy midrange. *Advanced Computational Techniques in Electromagnetics*, Volume 2014, Article ID acte-00177, 8 Pages.
26. Moheb Alizadeha H., Fatemi Ghomib.S.M.T. (2011). Fuzzy development of Mean and Range control charts using statistical properties of different representative values. *Journal of Intelligent & Fuzzy Systems* Vol. 22, PP 253-265
27. ZavvarSabegh.M, Mirzazadeh.A, Salehian.S, Weber.G.W.(2014). A Literature Review on the Fuzzy Control Chart; Classifications & Analysis. *International Journal of Supply and Operations Management*