Ind. Manag. Persp. 2023, 13(4), 179-207; doi: 10.48308/JIMP.13.4.179

Industrial Management Perspective

Journal hompage: https://jimp.sbu.ac.ir/?lang=en

Original Article

The Multi-period Portfolio Optimization Using Possibilistic Entropy and Particle Swarm Optimization(PSO)

Marzieh Mazheri Zaveh*, Amir Mohammad Fakoor Saghih**, Omid Soleimani Fard***

Abstract

In this research, multi-period stock portfolio selection was modeled and solved under uncertainty and considering transaction costs. A possibilistic mean-semivariance-entropy model for multi-period portfolio selection by taking into account four criteria viz., return, risk, diversification degree of portfolio and transaction cost was introduced. In this model, the return level by the possibilistic mean value of return, the risk level by the lower possibilistic semivariance of return, and the diversification degree of portfolio was quantified by the possibilistic entropy. We used fuzzy theory in order to consider uncertainty in proposed model and considered asset returns as trapezoidal fuzzy numbers. MOPSO algorithm was used to solve the model. In order to evaluate the proposed models performance, a similar model including proportional entropy was modeled and solved and its results were compared with the possibilistic entropy model. The results of this comparison showed that the possibilistic entropy model is better than the proportional entropy model because it provides better efficiency frontier. Regarding the optimized portfolios in one-time implementation of the algorithm on the possibilistic entropy model in third-time period, the highest percentage of stocks selected in the optimal portfolio of risk seeker, risk averse and risk neutral investor is respectively kagol,hakeshti and shekhark.

Keywords: Multi-Period Portfolio; Multi Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO); Possibilistic Entropy; Proportional Entropy; Terminal Wealth.

How to Cite: Mazheri Zaveh, Marzieh; Fakoor Saghih, Amir Mohammad; Soleimani Fard, Omid (2023). The Multi-period Portfolio Optimization Using Possibilistic Entropy and Particle Swarm Optimization(PSO), *Ind. Manag. Persp.*, 13(4), 179-207 *(In Persian)*.

Received: Jul. 09, 2022; Revised: Aug. 16, 2023; Accepted: Oct. 30, 2023; Published Online: Nov. 15, 2023.

* Master's degree, Department of Management, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Ferdowsi University of Mashhad.

** Associate Professor, Department of Management, Faculty of Economics and Administrative Sciences,Ferdowsi University of Mashhad.

Corresponding author. Email: amf@um.ac.ir

*** Associate Professor, Department of Applied Mathematics, Faculty of Mathematical Sciences, Ferdowsi University of Mashhad.

Copyright: © 2023 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

چشم‌انداز مدیریت صنعتی، ۱۴۰۲، دوره ۱۳، شماره ۴، صص ۱۷۹ – ۲۰۷، doi: 10.48308/JIMP.13.4.179

چشم‌انداز مدیریت صنعتی

Journal hompage: https://jimp.sbu.ac.ir/?lang=fa

نوع مقاله: پژوهشی

بهینه‌سازی سبد سهام چنددوره‌ای با استفاده از آنتروپی امکانی و الگوریتم ازدحام ذرات

مرضیه مظاهری زاوه*، امیرمحمد فکور ثقیه**، امید سلیمانی‌فرد***

چکیده

در این پژوهش، انتخاب سبد سهام چند دوره‌ای درحالت عدم‌قطعیت و با درنظرگرفتن هزینه‌های معاملاتی، مدل‌سازی و حل شد. به‌منظور انتخاب سبد سهام چنددوره‌ای با چهار معیار بازده، ریسک، درجه تنوع‌بخشی سبد سهام و هزینه معاملاتی، یک مدل میانگین–نیم‌واریانس–آنتروپی امکانی معرفی شد. در این مدل سطح بازده با مقدار میانگین امکانی بازده، سطح ریسک با نیم‌واریانس امکانی پایینی بازده و درجه تنوع‌پذیری سبد سهام به‌وسیله آنتروپی امکانی محاسبه شد. برای درنظرگرفتن عدم‌قطعیت در مدل پیشنهادی، از نظریه فازی استفاده شده و بازده سهام، عدد فازی ذوزنقه‌ای درنظرگرفته شد. باتوجه به پیچیدگی محاسباتی مسئله، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه برای حل مدل به‌کار رفت. به‌منظور ارزیابی عملکرد مدل پیشنهادشده، مدلی مشابه، مشتمل بر آنتروپی تناسبی، مدل‌سازی و حل شد و نتایج آن با مدل آنتروپی امکانی مقایسه شد. نتایج نشان داد که مدل آنتروپی امکانی از مدل آنتروپی تناسبی بهتر است؛ زیرا مرز کارایی بهتری ارائه می‌دهد. با توجه به پرتفوهای بهینه به‌دست‌آمده از یک بار اجرای الگوریتم روی مدل آنتروپی امکانی در دوره‌ی زمانی سوم، بیشترین درصد سهام انتخاب‌شده در سبد بهینه سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر، ریسک‌گریز و بی‌تفاوت نسبت به ریسک، به‌ترتیب کگل، حکشتی و شخارک هستند.

کلیدواژه‌ها: آنتروپی امکانی؛ آنتروپی تناسبی؛ بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه؛ ثروت نهایی؛ سبد سهام چنددوره‌ای.

استناددهی: مظاهری زاوه، مرضیه؛ فکور ثقیه، امیرمحمد؛ سلیمانی‌فرد، امید (۱۴۰۲). بهینه‌سازی سبد سهام چنددوره‌ای با استفاده از آنتروپی امکانی و الگوریتم ازدحام ذرات. *چشم‌انداز مدیریت صنعتی*، ۱۳(۴)، ۱۷۹–۲۰۷.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۴/۱۸، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۱/۰۵/۲۵، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۲/۰۸/۰۸، تاریخ اولین انتشار: ۱۴۰۲/۰۸/۲۴.

* کارشناس ارشد، گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد.

** دانشیار، گروه مدیریت، دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد.

نویسنده مسئول: Email: amf@um.ac.ir

*** دانشیار، گروه ریاضی کاربردی، دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه فردوسی مشهد.

Copyright: © 2023 by the authors. Submitted for possible open access publication under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/).

۱. مقدمه

تشکیل سبد سهام، ساده‌ترین و مؤثرترین راه برای کاهش ریسک و افزایش بازده سرمایه‌گذاری است. سبد سهام، ترکیبی مناسب از سهام یا سایر دارایی‌ها است که یک سرمایه‌گذار آن‌ها را خریداری می‌کند. هدف از تشکیل سبد سهام، تقسیم‌کردن ریسک سرمایه‌گذاری بین چند سهم است؛ بدین ترتیب سود یک سهام می‌تواند ضرر سهام دیگر را جبران کند که فلسفه‌ی نخستین قاعده مدیریت سبد سهام یعنی متنوع‌سازی[1] است [۳].

مسئله بهینه‌سازی سبد سهام یکی از مهم‌ترین و جذاب‌ترین مسائل در بازار سرمایه است. منظور از بهینه‌سازی سبد سهام، تعیین شرکت‌ها و میزان سهمی است که یک سرمایه‌گذار می‌تواند خریداری کند؛ به‌گونه‌ای که در یک بازه زمانی نه‌چندان کوتاه‌مدت بتواند از منافع سرمایه خود استفاده کرده و از خطرهای آن اجتناب کند [۴].

مدل میانگین ـ واریانس مارکویتز[2] به‌عنوان یکی از اصلی‌ترین کارها در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام شناخته می‌شود. مارکویتز در سال ۱۹۵۲ نظریه سرمایه‌گذاری خود را در شرایط عدم‌اطمینان بر مبنای میانگین و ریسک عایدات به‌منظور تصمیم‌گیری درباره خرید سهم بیان کرد. مبنای روش نظریه مدرن پرتفوی بر پایه این استدلال استوار است که احتمال خطر ازدست‌دادن سرمایه یا سود یک نوع سهام در بازار بسیار بیشتر از مجموعه یا ترکیب سهام است و به همین منظور سرمایه‌گذار حرفه‌ای باید در مجموعه‌ای از سهام یا دارایی‌ها سرمایه‌گذاری کند[۷]. هنگامی که بیشتر محدودیت‌های دنیای واقعی با توابع غیرخطی مدل می‌شوند، به‌دلیل پیچیدگی، مدل را برای حل با مشکل مواجه می‌کنند. از جمله مسئله انتخاب سبد پروژه که با توجه به این شرایط می‌تواند در شاخه مسائل $NP-Hard$[3] قرار گیرد [۲۲].

این مدل زمانی که تعداد دارایی‌های سرمایه‌گذاری‌شده اندک باشد و محدودیت‌های دنیای واقعی در نظر گرفته نشود، قابل‌حل به‌صورت دقیق است؛ اما هنگامی که تناسب بیشتری با دنیای واقعی پیدا می‌کند، باید از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری برای حل آن استفاده کرد [۲]. در مسئله پرتفوی تک‌دوره‌ای، فرض می‌شود که سرمایه‌گذار تصمیم به تخصیص دارایی‌ها برای یک بار و برای N دارایی موجود، در ابتدای دوره موردنظر (برای مثال، یک فصل یا یک سال) و بر اساس ریسک و روابط موجود بین بازده، در طی آن افق سرمایه‌گذاری می‌گیرد. تصمیم‌گیری فقط یک‌بار انجام می‌شود و اجازه بازنگری تا انتهای دوره وجود ندارد و اثر تصمیمات بر دوره‌های بعدی موردتوجه قرار نمی‌گیرد؛ همچنین این مدل بر پایه سه فرض محدودکننده بنا شده است [۳]:

1. Diversification
2. Markowitz
3. Non-deterministic Polynomial-time hard

۱. افق سرمایه‌گذاری کوتاه‌مدت است؛
۲. هزینه معاملات در بازار در نظر گرفته نشده است؛
۳. پارامترهای مسئله به‌صورت قطعی و از قبل معلوم هستند.

طرح مسئله. در دنیای واقعی، سرمایه‌گذار می‌تواند در هر دوره زمانی سبد سرمایه‌گذاری خود را موردبازنگری قرار دهد. به همین دلیل معمولاً استراتژی‌های مدیریت سبد سرمایه‌گذاری به‌صورت چنددوره‌ای در نظر گرفته می‌شوند. مسائل چنددوره‌ای که نخستین بار توسط ماسین[1] (۱۹۶۸) معرفی شدند، حالت کلی‌تری از مسائل تک‌دوره‌ای هستند؛ به‌طوری‌که سرمایه‌گذار به دنبال بهینه‌کردن تخصیص دارایی در هر دوره زمانی است؛ به‌گونه‌ای که امید مطلوبیت ثروت در آخرین دوره زمانی بیشینه شود. این‌گونه مسائل کاربردهای زیادی از جمله مدیریت دارایی و بدهی، پیگیری شاخص و مدیریت سرمایه‌گذاری، در دنیای واقعی دارند [۱۰]. از سوی دیگر یکی از راه‌های کاهش ریسک، تنوع‌بخشی به سبد سهام است. در یک دسته‌بندی کلی، دو نوع از ریسک به نام‌های «ریسک سیستماتیک[2]» و «ریسک غیرسیستماتیک[3]» وجود دارد که ریسک غیرسیستماتیک از طریق تنوع‌بخشی در سبد سهام قابل‌حذف است [۶]. از جمله معیارهایی که به‌منظور اندازه‌گیری درجه تنوع سبد سهام به‌کار می‌رود، آنتروپی است که به‌طور گسترده‌ای موردپذیرش واقع شده و تاکنون بررسی‌های بسیاری پیرامون این معیار در حوزه‌های مختلف علوم انجام شده است. نوع جدیدی از آنتروپی که اخیراً مطرح شده است، «آنتروپی امکانی[4]» نامیده می‌شود که برای بیان ادراک سرمایه‌گذار از سرمایه‌گذاری توزیعی در مقایسه با آنتروپی تناسبی[5] مناسب‌تر است [۹]. آنتروپی امکانی به‌طور هم‌زمان بازده و تغییرپذیری بازده هر سهم را در هنگام توزیع دارایی‌ها برای سرمایه‌گذار لحاظ می‌کند [۱۸].

به دلیل اهمیت بالای بهینه‌سازی سبد سهام، پژوهش‌های بسیاری در این زمینه انجام شده است. برخی از مطالعات افق سرمایه‌گذاری را تک‌دوره‌ای در نظر گرفته‌اند [۲، ۵، ۹، ۱۵، ۱۷، ۲۸]. در برخی مدل بهینه‌سازی به‌صورت تک‌هدفه تعریف شده است [۹، ۱۹، ۲۵، ۲۶، ۲۷]. بسیاری از مطالعات، معیار تنوع‌بخشی را در مدل در نظر نگرفته‌اند [۲، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۲۴، ۲۶، ۲۷]. تعدادی از پژوهشگران نیز معیار تنوع‌بخشی را آنتروپی تناسبی در نظر گرفته‌اند [۵، ۱۰، ۱۷، ۱۹، ۲۱، ۲۳]. تنها در پژوهش ژانگ[6] و همکاران (۲۰۱۲)، مدل میانگین–نیم‌واریانس ـ آنتروپی امکانی استفاده شده که مدل بهینه‌سازی آن به‌صورت تک‌هدفه در نظر گرفته شده است.

1. Mossin
2. systematic risk
3. Unsystematic risk
4. Possibilistic Entropy
5. Proportional Entropy
6. Zhang

در راستای پرکردن شکاف نظری، در این پژوهش کوشیده می‌شود تا مدلی مناسب برای بهینه‌سازی سبد سهام چنددوره‌ای به‌صورت چندهدفه (بیشینه‌سازی ثروت و تنوع و کمّینه‌سازی ریسک) و ابزاری کارآمد برای متنوع‌سازی آن پیشنهاد شود. با توجه به ساختار مسئله از الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه[1] برای بهینه‌سازی مدل چندهدفه غیرخطی استفاده شده است و برای اعتباریابی مدل، نتایج مدل‌های آنتروپی تناسبی و آنتروپی امکانی با هم مقایسه می‌شوند. به این ترتیب سؤال اصلی پژوهش این است که «بهینه‌سازی سبد سهام چنددوره‌ای با استفاده از معیار تنوع‌بخشی آنتروپی امکانی و الگوریتم ازدحام ذرات چندهدفه چگونه است؟»

در این پژوهش پس از بررسی پیشینه، روش پژوهش بررسی می‌شود. در ادامه یافته‌های پژوهش و درنهایت نتیجه‌گیری ارائه شده است. در انتها نیز ضمن بررسی محدودیت‌های پژوهش، پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی آمده است.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

اخیراً سبد سهام چنددوره‌ای به‌علت نزدیک‌تربودن به واقعیت بازار سرمایه‌گذاری موردتوجه پژوهشگران قرار گرفته است. مهم‌ترین پژوهش‌های انجام‌شده در خصوص بهینه‌سازی سبد سهام در جدول ۱، ارائه و با مطالعه حاضر مقایسه شده است.

جدول ۱. مقایسه پژوهش حاضر با مهم‌ترین پژوهش‌های انجام شده

سرمایه‌گذاری افق	تعداد اهداف	روش حل	معیار ریسک	تنوع‌بخشی معیار	نظریه فازی	هزینه معاملاتی	محدودیت کاردینالیتی	منبع
تک‌دوره‌ای	چندهدفه	الگوریتم ژنتیک چندهدفه و ازدحام ذرات چندهدفه	واریانس	–	–	–	–	[۲]
تک‌دوره‌ای	چندهدفه	الگوریتم ژنتیک چندهدفه	ریسک نقدشوندگی	آنتروپی تناسبی	–	–	–	[۵]
چنددوره‌ای	چند هدفه	الگوریتم ازدحام ذرات چندهدفه و تک‌هدفه	نیم‌واریانس	–	–	+	–	[۸]

1. Multi Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO)

افق سرمایه‌گذاری	تعداد اهداف	روش حل	معیار ریسک	تنوع‌بخشی معیار	نظریه فازی	هزینه معاملاتی	محدودیت کاردینالیتی	منبع
تک‌دوره‌ای	تک‌هدفه	الگوریتم ژنتیک	واریانس	آنتروپی تناسبی و آنتروپی امکانی	−	+	−	[۹]
چنددوره‌ای	چندهدفه	الگوریتم ازدحام ذرات چندهدفه	ارزش در معرض خطر، ارزش در معرض خطر میانگین و نیم آنتروپی	آنتروپی تناسبی	+	+	+	[۱۰]
تک‌دوره‌ای	چند هدفه	برنامه‌ریزی غیرخطی فازی	واریانس	آنتروپی تناسبی	+	+	−	[۱۷]
چنددوره‌ای	تک‌هدفه	برنامه‌ریزی آرمانی و الگوریتم تکامل تفاضلی	نیم‌واریانس	آنتروپی تناسبی	+	+	+	[۱۹]
چنددوره‌ای	چندهدفه	الگوریتم هوشمند ترکیبی	ریسک تجمعی و آنتروپی	−	+	+	−	[۲۴]
چنددوره‌ای	تک‌هدفه	الگوریتم هوشمند ترکیبی	نیم‌واریانس	آنتروپی تناسبی و آنتروپی امکانی	+	+	−	[۲۵]
چنددوره‌ای	تک‌هدفه	الگوریتم ژنتیک	ارزش در معرض خطر شرطی	−	−	+	−	[۲۶]
چنددوره‌ای	تک‌هدفه	الگوریتم ژنتیک	نیم‌آنتروپی فازی	−	+	+	−	[۲۷]
چنددوره‌ای	چندهدفه	الگوریتم ازدحام ذرات چندهدفه	نیم‌واریانس	آنتروپی تناسبی و آنتروپی امکانی	+	+	+	پژوهش حاضر

با توجه به جدول ۱، نوآوری پژوهش حاضر در کاربرد و بررسی اثر معیار تنوع‌بخشی آنتروپی امکانی در مدل بهینه‌سازی چنددوره‌ای، چندهدفه و فازی با درنظرگرفتن هزینه‌های معاملاتی و محدودیت کاردینالیتی است. با بررسی پیشینه پژوهش مشخص شد که در مطالعات اخیر افزودن معیار آنتروپی به‌منظور تنوع‌بخشیدن به سبد سهام صورت گرفته است [۵، ۹، ۱۰، ۱۷، ۱۹، ۲۵]. آنتروپی امکانی، نوع جدیدی از آنتروپی است که توسط ژانگ و همکاران (۲۰۱۲)، معرفی شد. در این پژوهش مدل میانگین ـ نیم‌واریانس ـ آنتروپی امکانی به‌صورت تک‌هدفه، بدون محدودیت کاردینالیتی و به‌وسیله یک الگوریتم هوشمند ترکیبی حل شده است. در پژوهش‌های داخلی تنها سعیدپور و همکاران (۱۳۹۵)، اثر آنتروپی امکانی را در سبد سهام تک‌دوره‌ای به‌صورت تک‌هدفه، بدون محدودیت کاردینالیتی، با استفاده از الگوریتم ژنتیک و بدون فازی‌سازی مقادیر بازده بررسی کرده‌اند؛ درحالی‌که محاسبه آنتروپی امکانی نیاز به مقادیر میانگین امکانی و واریانس امکانی نرخ بازده فازی دارائی‌ها دارد و بدون فازی‌سازی بازده‌ها اصلاً امکان‌پذیر نخواهد بود.

در بیشتر مطالعاتی که تاکنون در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام انجام شده است، مقدار پولی که به هر دارایی اختصاص داده می‌شود، به‌عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفته شده است؛ درحالی‌که در پژوهش حاضر، وزنی که به هر دارایی اختصاص داده می‌شود به‌عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفته شده است. مزیت اصلی این کار کاهش فضای جواب است که باعث بهبود زمان رسیدن به جواب بهینه می‌شود. از سوی دیگر در صورت درنظرگرفتن مقدار پول اختصاص‌داده‌شده به هر دارایی به‌عنوان متغیر تصمیم با توجه به گذر زمان طی افق سرمایه‌گذاری و درنتیجه کاهش ارزش پول، باید ارزش زمانی پول نیز در نظر گرفته شود که درعمل غیرممکن خواهد بود.

۳. روش‌شناسی پژوهش

از نظر دسته‌بندی پژوهش‌ها بر اساس هدف، این پژوهش، کاربردی به‌شمار می‌رود. برای گردآوری داده‌ها از بررسی اسناد و مدارک مربوط به عملکرد گذشته نمونه موردمطالعه استفاده شده است.

از میان شرکت‌های موجود در «بورس اوراق بهادار تهران»، آن دسته از شرکت‌ها که تحت عنوان «۵۰ شرکت فعال‌تر» توسط «سازمان بورس اوراق بهادار» به‌صورت سه‌ماهه در پایان هر فصل معرفی می‌شوند، جامعه آماری این پژوهش را تشکیل می‌دهند. با درنظرگرفتن شرکت‌های فعال‌تر بورس به‌طور غیرمستقیم نقدشوندگی سهم نیز در انتخاب سبد سهام بهینه دخیل شده است. به‌منظور محدودکردن جامعه آماری پژوهش حاضر، از میان ۵۰ شرکت فعال‌تر بورس اوراق بهادار، کلیه شرکت‌های حائز شرایط زیر، صرف‌نظر از نوع فعالیت، به‌عنوان نمونه انتخاب شدند:

ـ اطلاعات موردنیاز برای متغیرهای پژوهش به‌طور کامل دردسترس باشد؛

ـ طی دوره سرمایه‌گذاری بیش از دو ماه توقف معاملاتی نداشته باشند؛
ـ جزو شرکت‌ها و صندوق‌های سرمایه‌گذاری نباشند[۱].

درنهایت با توجه به شرایط و اعمال محدودیت‌های یادشده، ۱۸ شرکت در محدوده زمانی شش‌ساله پژوهش در بـازه زمـانی ۱۳۹۱/۰۱/۰۱ تا ۱۳۹۶/۱۲/۲۹ انتخاب شدند(جدول۲) و سپس مقادیر بازده این شرکت‌ها در بازه زمانی موردنظر از طریق پایگاه اطلاعات داده «سازمان بورس و اوراق بهادار تهران» و نرم‌افزار بورسی ره‌آورد نوین ۳ جمع‌آوری شد.

جدول ۲. فهرست نام و نماد شرکت‌های انتخابی

نام شرکت	نماد	نام شرکت	نماد
ارتباطات سیار	همراه	فولاد خوزستان	فخوز
ایران ترانسفو	بترانس	فولاد مبارکه اصفهان	فولاد
ایران‌خودرو	خودرو	فولاد خراسان	فخاس
پتروشیمی پردیس	شپدیس	کالسیمین	فاسمین
پتروشیمی خارک	شخارک	کشتیرانی ایران	حکشتی
پتروشیمی شازند	شاراک	گل گهر	کگل
پتروشیمی فناوران	شفن	مخابرات ایران	اخابر
چادرملو	کچاد	ملی صنایع مس ایران	فملی
خدمات انفورماتیک	رانفور	نفت بهران	شبهرن

تشریح مسئله و معرفی مدل. فرض می‌شود یک سرمایه‌گذار قصد دارد ثروت اولیه W_1 خود را میان n دارایی ریسک‌دار برای یک افق T دوره‌ای سرمایه‌گذاری کند. درآمد حاصل از سرمایه‌گذاری در دوره اول به‌طور کامل به‌عنوان سرمایه اولیه برای دوره دوم در نظر گرفته خواهد شد. این روند ادامه می‌یابد تا درنهایت در Tامین دوره سرمایه‌گذار ثروت نهایی خود را در پایان مدت سرمایه‌گذاری به‌دست آورد. با درنظرگرفتن هزینه معاملات، هدف سرمایه‌گذار حداکثرسازی ثروت نهایی در پایان مدت سرمایه‌گذاری است. درعین‌حال تعداد مطلوب دارایی‌ها در پرتفوی نباید خارج از بازه تعداد مجاز باشد. به‌منظور مقایسه، دو مدل با معیارهای تنوع‌بخشی مختلف آنتروپی امکانی و آنتروپی تناسبی اجرا و نتایج با یکدیگر مقایسه می‌شود.

۱. در صورت حذف‌نکردن شرکت‌های سرمایه‌گذاری از جامعه هدف ممکن است سهام یک شرکت هم در شرکت های نمونه باشد و هم شرکت سرمایه‌گذاری در سبد سهام خود انتخاب کرده باشد. در واقع سهام یک شرکت دو بار در محاسبات منظور شده و موجب ایجاد خطا در محاسبات شود.

مفروضات مدل‌سازی. مفروضات درنظرگرفته‌شده در مدل‌سازی مسئله عبارت‌اند از:

۱. سرمایه‌گذار تمایلی به سرمایه‌گذاری جزئی و خرد ندارد[۱]؛

۲. معاملات و تغییر ارزش دارایی پرتفوی فقط در اول هر دوره است؛

۳. کل فرآیند سرمایه‌گذاری خودتامین مالی[۲] است؛ یعنی سرمایه‌گذار در طول مدت سرمایه‌گذاری، سرمایه اضافی وارد فرآیند سرمایه‌گذاری نمی‌کند.

۴. نقدشوندگی در بازار بسیار بالا است[۳].

متغیرهای مدل. متغیرهایی که در مدل استفاده شده است به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$w_{t,i}$: نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی ریسک‌دار i در دوره t، i=1,2,…,n ; t=1,2,…,T

w_i: نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی ریسک‌دارiام در حالت تک‌دوره‌ای

W_{t+1}: میزان ثروت نهایی سرمایه‌گذار در انتهای دوره t؛ t=1,…,T

$z_{t,i}$: متغیر باینری که نشان می‌دهد دارایی i در پرتفوی t وجود دارد یاخیر؟

$$z_{t,i} = \begin{cases} 0 & if \quad w_{t,i} = 0 \\ 1 & if \quad w_{t,i} \neq 0 \end{cases}$$

پارامترهای مدل. پارامترهایی که در مدل استفاده شده است به‌صورت زیر تعریف می‌شوند:

$w_{0,i}$: نسبت سرمایه‌گذاری اولیه در دارایی ریسک‌دار i که برابر با صفر است ، i=1,2,…,n

$r_{t,i}$: بازده دارایی ریسک‌دار i در دوره t، i=1,2,…,n ; t=1,2,…,T

$\mu_{t,i}$: میانگین بازده فازی دارایی ریسک‌دار i در دوره t، i=1,2,…,n ; t=1,2,…,T

r_f : نرخ بازده بدون ریسک

$R_{N,t}$: نرخ بازده خالص پرتفوی w_t در دوره t، t=1,2,..,T

W_1: میزان ثروت اولیه سرمایه‌گذار در ابتدای دوره اول

c: نرخ ثابت هزینه معاملاتی برای دارایی‌های ریسکی

h: حداکثر تعداد دارایی که می‌تواند در پرتفوی وجود داشته باشد.

l: حداقل تعداد دارایی که می‌تواند در پرتفوی وجود داشته باشد.

---

۱. در صورتی‌که سرمایه‌گذار به سرمایه‌گذاری جزئی و خرد تمایل داشته باشد، تنها شرکت‌هایی که قیمت سهام آن‌ها پایین‌تر از سقف موردنظر سرمایه‌گذار باشد، انتخاب می‌شوند.

2 Self-financing

۳. درغیراین‌صورت باید ریسک نقدشوندگی را نیز در مدل‌سازی در نظر گرفت.

اهداف مدل

حداکثرسازی ثروت نهایی. فرض می‌شود که کل فرآیند سرمایه‌گذاری خودتأمین مالی است؛ یعنی سرمایه‌گذار در طول مدت سرمایه‌گذاری، سرمایه اضافی وارد فرآیند سرمایه‌گذاری نمی‌کند. میانگین امکانی نرخ بازده دارایی‌های به‌دست‌آمده در دوره مالی t برای پرتفوی $w_t = (w_{t,1}, w_{t,2}, \dots, w_{t,n})$ با رابطه رابطه ۱، بیان می‌شود:

$$\sum_{i=1}^{n} w_{t,i}\mu_{t,i}$$ رابطه (۱)

در شرایط واقعی باید هزینه معاملاتی را نیز در نظر گرفت. این هزینه باعث کاهش در بازده سرمایه‌گذاری می‌شود؛ بنابراین نیاز است که در اهداف، حداقل‌سازی هزینه معاملاتی را نیز در نظر گرفت. نرخ بازده خالص پرتفوی $\mathbf{w_t} = (\mathbf{w_{t,1}}, \mathbf{w_{t,2}}, \dots, \mathbf{w_{t,n}})$ در دوره مالی t بعد از پرداخت هزینه به‌صورت رابطه ۲، بیان می‌شود [۲۱]:

$$R_{N,t} = \sum_{i=1}^{n} w_{t,i}\mu_{t,i} - \sum_{i=1}^{n} c\left|w_{t,i} - w_{t-1,i}\right|$$ رابطه (۲)

از سوی دیگر میزان ثروت نهایی سرمایه‌گذار در پایان دوره t از طریق رابطه زیر قابل‌دستیابی است [۲۵]:

$$W_{t+1} = W_t\left(1 + R_{N,t}\right)$$ رابطه (۳)

لذا به‌صورت بازگشتی از رابطه ۲ و رابطه ۳، ثروت نهایی در انتهای دورهT به‌صورت رابطه ۴، خواهد بود:

$$W_{T+1} = W_1 \prod_{t=1}^{T}\left(1 + \sum_{i=1}^{n}\left(w_{t,i}\mu_{t,i} - c\left|w_{t,i} - w_{t-1,i}\right|\right)\right)$$ رابطه (۴)

حداقل‌سازی ریسک سیستماتیک. برای محاسبه ریسک سیستماتیک معیارهای متعددی وجود دارد. در این پژوهش از معیار ریسک نیم‌واریانس که در پژوهش ژانگ و همکاران (۲۰۱۲)، استفاده شده است، بهره‌گیری می‌شود. نیم‌واریانس امکانی پایینی برای پرتفوی w_t به‌صورت رابطه ۵، است:

$$\sum_{i=1}^{n} w_{t,i}^2 var^{-}(\mu_{t,i}) + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{i<j=1}^{n} w_{t,i}w_{t,j} cov^{-}(\mu_{t,i},\mu_{t,j}) \qquad \text{رابطه (۵)}$$

در رابطه ۵، $\mathrm{var}^{-}(\mu_{t,i})$ نیم‌واریانس امکانی پایینی $\mu_{t,i}$ و $\mathrm{cov}^{-}(\mu_{t,i},\mu_{t,j})$ نیم‌کوواریانس امکانی پایینی بین $\mu_{t,i}$ و $\mu_{t,j}$ است.

حداکثرسازی تنوع. آنتروپی معیاری برای اندازه‌گیری درجه تنوع سبد سهام است که اخیراً بسیار موردتوجه و پذیرش قرار گرفته است. بر اساس اصول آنتروپی، هر چقدر سطح آنتروپی بالاتر باشد، درجه تنوع سبد سهام بیشتر خواهد بود. در این پژوهش جواب‌های حاصل از مدل متنوع‌شده به‌وسیله معیار آنتروپی امکانی با جواب‌های حاصل از مدل متنوع‌شده به‌وسیله معیار آنتروپی تناسبی مقایسه می‌شود.

آنتروپی تناسبی. با درنظرگرفتن w_i به‌عنوان نسبت سرمایه‌گذاری در سهم iام داریم:

$$H = -\sum_{i=1}^{n} w_i \ln w_i \qquad \text{رابطه (۶)}$$

در رابطه بالا، H «آنتروپی تناسبی» نامیده می‌شود. می‌توان ثابت کرد که آنتروپی تناسبی دارای ویژگی‌های زیر است:

۱. ارزش آنتروپی به حداقل مقدار خود یعنی صفر می‌رسد؛ اگر و تنها اگر یک شاخص k وجود داشته باشد؛ به‌طوری‌که $w_k = 1$. این مطلب نشان می‌دهد که اگر مقدار آنتروپی تناسبی صفر شود، سرمایه‌گذاری تنها بر روی یک سهم متمرکز است.

۲. زمانی که برای تمامی i=1,2,…,n، $w_i = \frac{1}{n}$ باشد، مقدار آنتروپی به حداکثر مقدار خود، یعنی $\ln n$ می‌رسد؛ به‌عبارت‌دیگر درجه تنوع‌بخشی سبد سهام حداکثر است. درواقع نشان می‌دهد که اگر آنتروپی تناسبی مقدار حداکثر $\ln n$ را داشته باشد، سرمایه به‌طور یکسان به تمام سهم‌ها تخصیص داده شده است. مقدار بالاتر آنتروپی تناسبی نشان‌دهنده تخصیص متنوع‌تر

سرمایه به سهم‌های موجود در سبد سهام است [۱۶].

آنتروپی امکانی. در آنتروپی تناسبی بیشترین میزان تنوع در سبد سهام زمانی اتفاق می‌افتد که از هر یک از سهام منتخب به میزان برابر در سبد سهام در نظر گرفته شود؛ در صورتی که سرمایه‌گذاران اکثراً مایل نیستند ثروت خود را به‌طور مساوی در بین کلیه سهام منتخب سرمایه‌گذاری نمایند؛ به‌خصوص زمانی که سرمایه‌گذار پیش‌بینی می‌کند که نرخ بازده دارایی i (r_i) کمتر از نرخ بازده بدون ریسک (r_f) است و درنتیجه در دارایی i سرمایه‌گذاری نمی‌کند. در این‌گونه موارد، استفاده از آنتروپی تناسبی با تنوع مطلوب سرمایه‌گذار در تناقض خواهد بود. به‌منظور غلبه بر کاستی‌های آنتروپی تناسبی مطرح‌شده، یک معیار آنتروپی جدید به نام «آنتروپی امکانی» توسط ژانگ و همکاران (۲۰۱۲)، برای اندازه‌گیری درجه تنوع‌بخشی سبد سهام معرفی شد که در حالت تک‌دوره‌ای به‌صورت رابطه ۷، است.

$$PE(w) = -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{w_i\theta(w_i)}{2} ln\left(\varepsilon + \frac{w_i\theta(w_i)}{2}\right) + \left(1 - \frac{w_i\theta(w_i)}{2}\right) ln\left(1 - \frac{w_i\theta(w_i)}{2}\right)\right] \quad \text{رابطه (۷)}$$

دررابطه ۷، ε یک عدد مثبت بسیار کوچک، $\frac{max\{E(r_i)-r_f,0\}}{Var(r_i)}$ نشان‌دهنده نرخ پاداش تنوع دارایی i، $\theta(w_i) = \frac{max\{E(r_i)-r_f,0\}}{Var(r_i)} \Big/ \sum_{i=1}^{n} \frac{max\{E(r_i)-r_f,0\}}{Var(r_i)}$ ضریب تعدیل w_i، w_i نسبت سرمایه‌گذاری دارایی i (i=1,2,…,n)؛ $E(r_i)$ و $Var(r_i)$ به‌ترتیب مقدار میانگین امکانی و واریانس امکانی نرخ بازده فازی دارائیi هستند. از معادله ذکرشده به‌راحتی می‌توان نتیجه گرفت که یک دارایی با نرخ پاداش تنوع بزرگ‌تر، سهم بزرگ‌تری (نسبت بزرگ‌تری) در توزیع خواهد داشت. به‌طور خاص اگر $E(r_i) < r_f$ باشد، سپس $w_i = 0$ خواهد بود؛ بنابراین آنتروپی امکانی به‌منظور بیان توجه سرمایه‌گذار به سرمایه‌گذاری توزیعی، از آنتروپی تناسبی مناسب‌تر است [۲۵].

آن‌ها همچنین رابطه تعمیم‌یافته‌ای به‌منظور اندازه‌گیری درجه تنوع مسئله انتخاب سبد سهام چنددوره‌ای نیز به‌صورت زیر مطرح کردند:

$$PE(w_T) = -\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{w_{t,i}\theta(w_{t,i})}{2} ln\left(\varepsilon + \frac{w_{t,i}\theta(w_{t,i})}{2}\right) + \left(1 - \frac{w_{t,i}\theta(w_{t,i})}{2}\right) ln\left(1 - \frac{w_{t,i}\theta(w_{t,i})}{2}\right)\right] \quad \text{رابطه (۸)}$$

در رابطه ۸، $\frac{max\{E(r_{t,i})-r_f(t),0\}}{Var(r_{t,i})}$ نشان‌دهنده نرخ پاداش تنوع دارایی i در دوره t، $\theta(w_{t,i}) = \frac{max\{E(r_{t,i})-r_f(t),0\}}{Var(r_{t,i})} \Big/ \sum_{i=1}^{n} \frac{max\{E(r_{t,i})-r_f(t),0\}}{Var(r_{t,i})}$ ضریب تعدیل $w_{t,i}$، $w_{t,i}$ نسبت سرمایه‌گذاری دارایی i در دوره t (i=1,2,…,n; t=1,2,…,T)، $r_f(t)$ نرخ بازده بدون ریسک سبد سهام در دوره t، $E(r_{t,i})$ و $Var(r_{t,i})$ به‌ترتیب به مقدار میانگین امکانی و واریانس امکانی نرخ بازده فازی دارایی i در دوره t اشاره دارد. آن‌ها همچنین از پایگاه‌های داده بورس اوراق بهادار شانگ‌های به‌منظور ایجاد دو مثال برای آزمودن اثربخشی رویکرد مطرح شده و سازگاری الگوریتم طراحی شده استفاده کردند. نتایج مقایس دو مثال نشان داد که آنتروپی امکانی طراحی‌شده یک نمادگذاری مؤثر برای سرمایه‌گذاری توزیعی است [۲۵].

مدل بهینه‌سازی سبد سهام متنوع شده با آنتروپی امکانی. در این پژوهش از مدل ارائه‌شده توسط ژانگ و همکاران (۲۰۱۲)، استفاده می‌شود؛ ولی با این تفاوت که مدل به مدل سه‌هدفه تبدیل خواهد شد که به‌صورت زیر است:

$$Max \quad W_{T+1} = W_1 \prod_{t=1}^{T}\left(1 + \sum_{i=1}^{n}\left(w_{t,i}\mu_{t,i} - c\left|w_{t,i} - w_{t-1,i}\right|\right)\right) \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$Min \quad \sum_{t=1}^{T}\left(\sum_{i=1}^{n} w_{t,i}^2 var^{-}(\mu_{t,i}) + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{i<j=1}^{n} w_{t,i}w_{t,j}cov^{-}(\mu_{t,i},\mu_{t,j})\right) \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$Max \quad -\sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{w_{t,i}\theta(w_{t,i})}{2} ln\left(\varepsilon + \frac{w_{t,i}\theta(w_{t,i})}{2}\right) + \left(1 - \frac{w_{t,i}\theta(w_{t,i})}{2}\right) ln\left(1 - \frac{w_{t,i}\theta(w_{t,i})}{2}\right)\right] \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$s.t. \quad l \leq \sum_{i=1}^{n} z_{t,i} \leq h\ , \qquad t = 1,2,\dots,T \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

$$\sum_{i=1}^{n} w_{t,i} = 1\ , \qquad t = 1,2,\dots,T \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

$$w_{t,i} \geq 0 \ , \quad t = 1,2,\dots,T \ ; \ i = 1,2,\dots,n$$ رابطه (۱۴)

$$z_{t,i} \epsilon \{0,1\} \ , \ t = 1,2,\dots,T \ ; \ i = 1,2,\dots,n$$ رابطه (۱۵)

مدل بهینه‌سازی سبد سهام متنوع شده با آنتروپی تناسبی. به‌منظور بررسی عملکرد مدل بهینه‌سازی سبد سهام با معیار تنوع‌بخشی آنتروپی امکانی مدل زیر ارائه می‌شود و نتایج دو مدل با یکدیگر مقایسه خواهد شد.

$$Max \quad W_{T+1} = W_1 \prod_{t=1}^{T} \left(1 + \sum_{i=1}^{n} \left(w_{t,i}\mu_{t,i} - c\left|w_{t,i} - w_{t-1,i}\right|\right)\right)$$ رابطه (۱۶)

$$Min \quad \sum_{t=1}^{T} \left(\sum_{i=1}^{n} w_{t,i}^2 var^{-}(\mu_{t,i}) + 2 \sum_{i=1}^{n} \sum_{i<j=1}^{n} w_{t,i} w_{t,j} cov^{-}(\mu_{t,i}, \mu_{t,j}) \right)$$ رابطه (۱۷)

$$Max \quad -\sum_{t=1}^{T} \sum_{i=1}^{n} w_{t,i} \ln w_{t,i}$$ رابطه (۱۸)

$$s.t. \quad l \leq \sum_{i=1}^{n} z_{t,i} \leq h \ , \qquad t = 1,2,\dots,T$$ رابطه (۱۹)

$$\sum_{i=1}^{n} w_{t,i} = 1 \ , \qquad t = 1,2,\dots,T$$ رابطه (۲۰)

$$w_{t,i} \geq 0 \ , \qquad t = 1,2,\dots,T \ ; \ i = 1,2,\dots,n$$ رابطه (۲۱)

$$z_{t,i} \epsilon \{0,1\} \ , \qquad t = 1,2,\dots,T \ ; \ i = 1,2,\dots,n$$ رابطه (۲۲)

در این دو مدل محدودیت اول، محدودیت کاردینالیتی است که تعداد نوع سهام انتخابی در سبد بهینه را محدود می‌کند. یک کارکرد مهم آن، محدودکردن هزینه معامله است؛ بنابراین با محدودکردن تعداد سهم‌های خریداری‌شده، تعداد معاملات لازم نیز محدود می‌شوند؛ همچنین از اختصاص بودجه ناچیز به خرید تعداد زیادی سهم مختلف جلوگیری می‌شود. محدودیت دوم، محدودیت میزان سرمایه است؛ بدین معنا که مجموع نسبت سرمایه‌گذاری در دارایی‌ها در هر دوره برابر یک است؛ یعنی سرمایه‌گذار قصد دارد تا صد درصد از سرمایه خود را سرمایه‌گذاری کند. محدودیت سوم محدودیت عدم‌فروش استقراضی است. در بازارهای سرمایه پیشرفته، سرمایه‌گذار می‌تواند پیشنهاد فروش سهامی را بدهد که مالک آن نیست. این عمل را «فروش استقراضی[1]» می‌نامند که در دو مدل بالا این عمل منع شده است. این محدودیت حداقل وزن

1. Short sale

هر سهم در هر دوره را در سبد سهام برابر صفر در نظر می‌گیرد و اعداد منفی را رد می‌کند.

روش حل مدل. مسئله انتخاب سبد سهام با اضافه‌کردن محدودیت‌ها و افزایش توابع هدف، پیچیده‌تر می‌شود. برای مثال ثابت شده است که مسئله مارکویتز همراه با محدودیت کاردینالیتی دارای پیچیدگی محاسباتی است [۲۰]؛ بنابراین برای حل آن نمی‌توان از روش‌های دقیق ریاضی استفاده کرد. یکی از روش‌های کارا برای حل چنین مسئله‌های پیچیده‌ای استفاده از روش‌های فراابتکاری است. پژوهشگران از روش‌های فراابتکاری مختلفی برای حل مدل‌های توسعه‌یافته مارکویتز استفاده کرده‌اند. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان به الگوریتم ژنتیک، شبیه‌سازی تبرید فلزات، جست‌وجوی ممنوعه، بهینه‌سازی ازدحام ذرات، کلونی مورچه‌ها و غیره اشاره کرد.

یکی از بهترین روش‌ها با توجه به ماهیت غیرخطی و چندهدفه مدل توسعه‌داده‌شده، الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه (MOPSO) است.

یکی از ویژگی‌های برتر الگوریتم ازدحام ذرات که در سایر الگوریتم‌های تکاملی، به‌ویژه الگوریتم ژنتیک، وجود ندارد، این است که پاسخ‌ها در هر تکرار دارای حافظه هستند و از تجربه قبلی و اطلاعات و دانش گذشته خود برای رسیدن به پاسخ بهتر استفاده می‌کند. در ضمن این تجربه شخصی با دیگر پاسخ‌ها به اشتراک گذاشته می‌شود. تبادل تجربه‌های به‌اشتراک گذاشته‌شده بین پاسخ‌ها به روند همگرایی سریع الگوریتم کمک می‌کند. بررسی پژوهش‌های مختلف در زمینه بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری، در بیشتر موارد برتری روش ازدحام ذرات را نشان می‌دهد [۲،۸،۱۰،۲۸]؛ بنابراین در این پژوهش تنها به بررسی نتایج الگوریتم MOPSO پرداخته شده است.

الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات (MOPSO). این الگوریتم توسط کوئلو (۲۰۰۴) معرفی شد [۱۴]. درواقع این الگوریتم تعمیمی است از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات[1] که برای حل مسائل چندهدفه به‌کار می‌رود. در الگوریتم MOPSO، مفهومی به نام «آرشیو یا مخزن[2]» نسبت به الگوریتم PSO اضافه شده است[۱] که به «تالار مشاهیر[3]» نیز معروف است. انتخاب بهترین جواب کلی و بهترین خاطره شخصی برای هر ذره گامی مهم و اساسی در الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه ازدحام ذرات است.

هنگامی که ذرات می‌خواهند حرکتی انجام دهند یک عضو از مخزن را به‌عنوان لیدر یا رهبر انتخاب می‌کنند. اعضای مخزن نمایانگر جبهه پارتو و شامل ذرات نامغلوب هستند؛ بنابراین به‌جای Gbest یکی از اعضای مخزن انتخاب می‌شود. علت نبود مخزن در PSO این است که

1. Particle Swarm Optimization (PSO)
2. Repository
3. Hall of Fame

در آن تنها یک هدف وجود دارد و یک ذره است که بهترین است؛ اما در MOPSO چند ذره وجود دارند که نامغلوب هستند و در مجموعه جواب جای دارند. برای مقایسه بهترین بردار خاطره شخصی به شکل زیر عمل می‌شود:

۱. اگر موقعیت جدید بهترین خاطره را مغلوب کند؛ آنگاه موقعیت جدید جای بهترین خاطره را می‌گیرد؛

۲. اگر موقعیت جدید توسط بهترین خاطره مغلوب شد، کاری انجام نمی‌شود؛

۳. اگر هیچ‌کدام یکدیگر را مغلوب نکنند، به تصادف یکی به‌عنوان بردار بهترین خاطره درنظر گرفته می‌شود.

مراحل الگوریتم MOPSO به شرح زیر است:

گام اول: تعیین پارامترهای موردنیاز برای اجرای الگوریتم: حداکثر تکرار برای اجرای الگوریتم، اندازه جمعیت، اندازه مخزن، مقادیر C1، C2 و ...؛

گام دوم: ایجاد جمعیت اولیه (به‌صورتی که شدنی باشند و در محدودیت‌های مدل صدق کنند)؛

گام سوم: جدا کردن اعضای نامغلوب جمعیت و ذخیره آن‌ها در مخزن؛

گام چهارم: جدول‌بندی فضای هدف کشف‌شده؛

گام پنجم: هر ذره از میان اعضای مخزن، رهبری انتخاب کرده و حرکت می‌کند (یعنی سرعت و موقعیت آن به‌روز می‌شود)؛

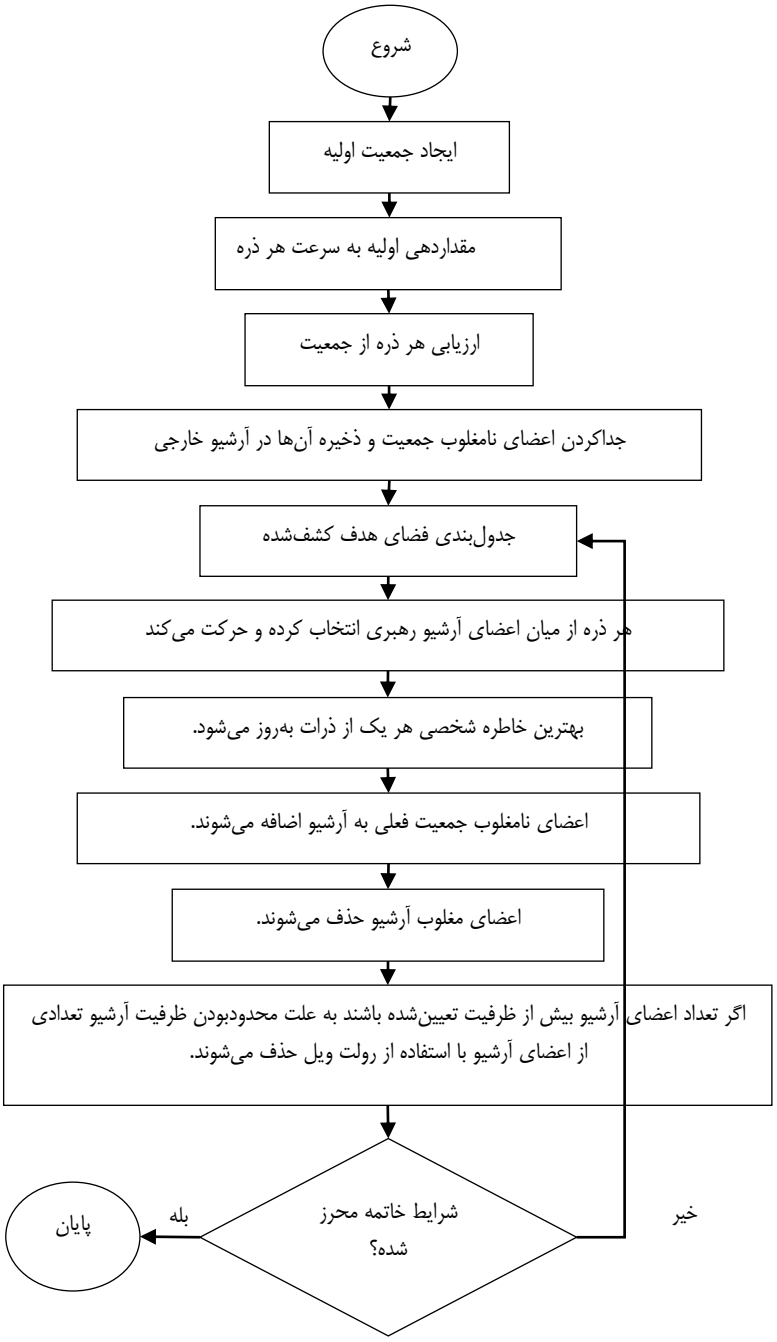
گام ششم: بهترین خاطره شخصی هر یک از ذرات به‌روز می‌شود؛

گام هفتم: اعضای نامغلوب جمعیت جدید به مخزن اضافه می‌شوند؛

گام هشتم: اعضای مغلوب مخزن حذف می‌شوند؛

گام نهم: اگر تعداد اعضای مخزن بیش از ظرفیت تعیین‌شده باشد، اعضای اضافی حذف می‌شوند (اندازه آرشیو محدود است)؛

گام دهم: اگر شرایط خاتمه محقق نشده باشد، به گام چهارم باز گشته می‌شود و در غیر این صورت کار پایان می‌یابد [۸].



شکل ۱. الگوریتم ازدحام ذرات چندهدفه

عملگرهای الگوریتم. عملگرهای الگوریتم MOPSO به شرح جدول ۳، تنظیم می‌شوند.

جدول ۳. عملگرهای الگوریتم ازدحام ذرات

عملگر	مقدار
حداکثر تعداد تکرار	۲۰۰
اندازه جمعیت	۲۰۰
ظرفیت مخزن	۵۰
نرخ جهش	۰/۳
ضریب یادگیری شخصی و جمعی	۲

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این پژوهش، دوره‌های معاملاتی به‌صورت دوساله در نظر گرفته شده است و بازده شرکت‌ها در هر دوره با عدد فازی ذوزنقه‌ای با پارامترهای a، b، α و β تقریب زده شده است. به این صورت که ابتدا در هر دوره بازده‌های ماهانه هر یک از شرکت‌ها طبقه‌بندی شد و پس از به‌دست‌آوردن فراوانی مطلق هر طبقه، طبقه یا طبقاتی که بیشترین فراوانی را داشت، مشخص شده و ابتدا و انتهای آن به‌عنوان a و b معرفی شدند. پس از آن برای به‌دست‌آوردن α و β، ابتدا بیشترین (max) و کمترین (min) بازده ماهانه هر سهم مشخص شد و سپس با استفاده از فرمول‌های زیر α و β به‌دست آمد.

$$\alpha = a - min$$
$$\beta = max - b$$

رابطه(۲۳)

برای مثال، پارامترهای بازده فازی ذوزنقه‌ای دو مورد از شرکت‌های نمونه برای دوره اول در جدول ۴، آورده‌شده‌اند.

جدول ۴. بازده سهام شرکت‌ها برای دوره اول در محیط فازی

نماد	A	B	α	β
همراه	-۰/۰۴۶۴	۰/۰۳۰۲	۰/۰۴۳۶	۰/۱۱۹۸
خودرو	-۰/۲۰۱۶	۰/۰۳۴۲	۰/۰۰۸۴	۰/۴۷۵۸

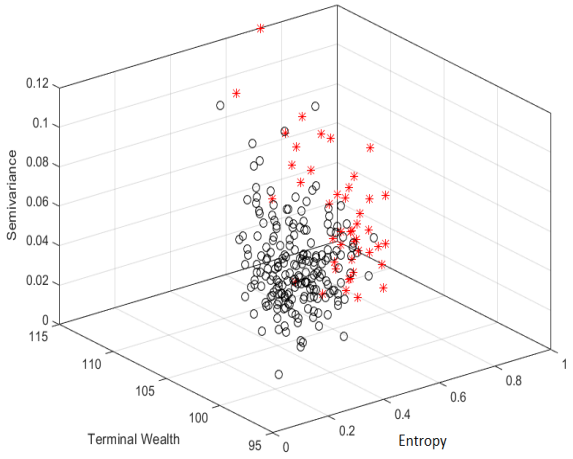
آماره‌های توصیفی فازی مدل. پس از محاسبه بازده‌های فازی دارایی‌ها، نوبت به محاسبه آماره‌های توصیفی فازی دارایی‌ها در هر دوره می‌رسد. مقادیر میانگین بازده، نیم‌واریانس و نیم‌کوواریانس امکانی برای عدد فازی ذوزنقه‌ای A=(a,b,α,β) با دامنه تغییرات $[a,b]$ و حد چپ α و حد راست β از طریق رابطه ۲۴، محاسبه می‌شود [۲۵].

$$E(A)=\frac{a+b}{2}+\frac{\beta-\alpha}{6}$$
$$var^{-}(A)=\left(\frac{b-a}{2}+\frac{\alpha+\beta}{6}\right)^{2}+\frac{\alpha^{2}}{18}$$
$$cov^{-}(A_1,A_2)=\frac{(\beta_1+\alpha_1)(\beta_2+\alpha_2)}{36}+\frac{(b_1-a_1)(\beta_2+\alpha_2)+(b_2-a_2)(\beta_1+\alpha_1)}{12}+\frac{(b_1-a_1)(b_2-a_2)}{4}+\frac{\alpha_1\alpha_2}{18}$$

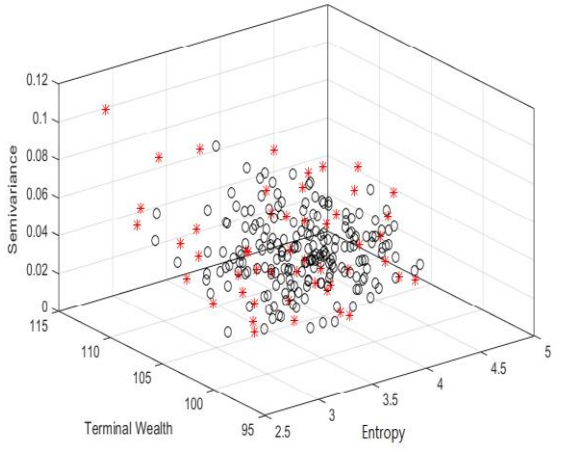
رابطه (۲۴)

تنظیم پارامترهای مسئله. در این بخش مدل بهینه‌سازی سبد سهام سه‌هدفه با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه برای ۱۸ شرکت ذکرشده حل می‌شود.

بازده سهام شرکت‌ها در همه دوره‌ها به‌صورت عدد فازی ذوزنقه‌ای در نظر گرفته شده است. افق سرمایه‌گذاری به‌صورت ۳ دوره دوساله در نظر گرفته شده و قیمت‌های بسته‌شدن ماهانه لحاظ شده است. حداقل و حداکثر تعداد سهامی که می‌تواند در پرتفوی در هر دوره وجود داشته باشد، طبق نظر «شرکت کارگزاری بورس اقتصاد بیدار» به‌ترتیب ۳ و ۵ است. ثروت اولیه سرمایه‌گذار ۱۰۰ واحد پولی و هزینه‌های معاملاتی خریدوفروش هر سهم ۱/۵ درصد در نظر گرفته شده است. برای محاسبه نرخ بهره بدون ریسک، با استفاده از نرخ سود سپرده بلندمدت بانکی که از طریق سایت «بانک مرکزی» قابل‌دسترسی است، میانگین نرخ سود سپرده بلندمدت بانکی در هر دوره معاملاتی محاسبه شد که به‌ترتیب عبارت‌اند از: ۲۰، ۲۰/۵ و ۱۵ درصد. ازآنجاکه داده‌های این پژوهش به‌صورت ماهانه بودند، این اعداد بر ۱۲ تقسیم شدند و میانگین نرخ بازده بدون ریسک در ۳ دوره سرمایه‌گذاری به‌ترتیب معادل ۱/۶۷، ۱/۷۱و ۱/۲۵ درصد به‌دست آمد؛ سپس الگوریتم ازدحام ذرات چندهدفه با استفاده از نرم‌افزار MATLAB R2018b کدنویسی و در رایانه با مشخصات CPU=Intel Core i3-3217U, 1/8GHz و RAM = 4 GB تحت سیستم‌عامل Windows 7 اجرا شد.

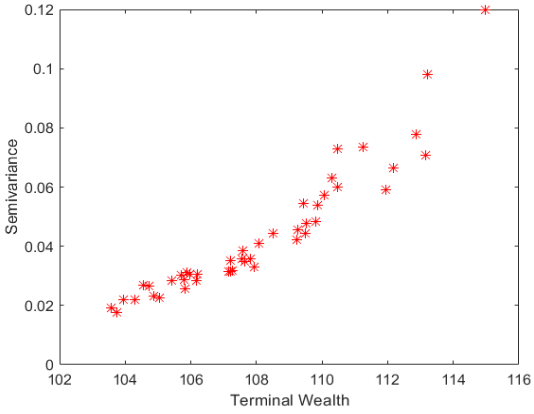


شکل ۲. جبهه پارتو حاصل از حل مدل آنتروپی امکانی

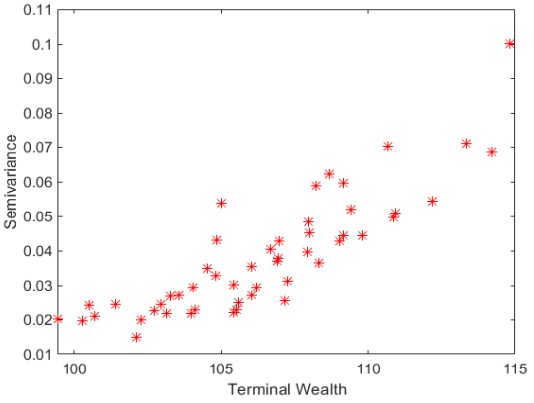


شکل ۳. جبهه پارتو حاصل از حل مدل آنتروپی تناسبی

نتایج حل مدل آنتروپی امکانی و مدل آنتروپی تناسبی. ابتدا مدل آنتروپی امکانی و مدل آنتروپی تناسبی توسط الگوریتم MOPSO در نرم‌افزار متلب اجرا شد. شکل ۴، جبهه پارتو حاصل از اجرای مدل‌ها را نشان می‌دهد.



شکل ۴. جبهه پارتو حاصل از حل مدل آنتروپی امکانی در فضای دوبعدی



شکل ۵. جبهه پارتو حاصل از حل مدل آنتروپی تناسبی در فضای دوبعدی

به‌منظور نمایش رابطه‌ی میان ریسک و بازده، جبهه پارتو شکل‌های ۲ و ۳، بر فضای دوبعدی توابع هدف ثروت نهایی و نیم‌واریانس تصویر می‌شود.

تعداد پرتفوهای نامغلوب به‌دست‌آمده از حل مدل امکانی و تناسبی به‌ترتیب ۴۵ و ۵۰ پرتفو است. تصمیم‌گیرنده این امکان را دارد که از میان جواب‌های به‌دست‌آمده سبدی را که بر اساس اولویت‌های خود ترجیح می‌دهد، انتخاب کند. برای مثال در مدل مارکویتز، سرمایه‌گذار این امکان را دارد که سبدها را با یکدیگر مقایسه کند و تغییرات ریسک و بازده را بسنجد. سرمایه‌گذار می‌تواند سبدی که بیشترین بازده را با توجه به ریسک موردنظر او دارد (یعنی ریسک سبد از ریسک موردنظر او تجاوز نمی‌کند) انتخاب کند.

جدول‌های ۵ و ۶، به‌ترتیب پرتفوهای نامغلوب مدل‌های امکانی و تناسبی و سهم‌های موجود در هر پرتفوی در هر دوره و درصد سرمایه‌گذاری در هر یک و مقادیر توابع هدف آن‌ها را نشان می‌دهند.

جدول ۵. جواب‌های نامغلوب حاصل از حل مدل آنتروپی امکانی

پرتفوی	دوره	اوزان سهم‌های داخل پرتفوی					ثروت نهایی	نیم واریانس	آنتروپی امکانی
۱	دوره۱:	برانس	رانفور	فخاس	کگل		۱۱۳/۱۶۷۸	۰/۰۷۰۶	۰/۷۴۲۹
		۰/۰۰۹۹	۰/۰۷۲۱	۰/۴۴۳۲	۰/۴۷۴۹				
	دوره۲:	برانس	خودرو	کچاد	اخابر				
		۰/۲۴۶	۰/۳۵۱۶	۰/۲۹۷۶	۰/۱۰۴۸				
	دوره۳:	برانس	فولاد	فاسمین					
		۰/۰۲	۰/۷۵۶۹	۰/۲۲۳۱					
...									
۴۵	دوره۱	شاراک	فولاد	فخاس	فاسمین	کگل	۱۰۵/۸۸۷۸	۰/۰۳۱۱	۰/۸۲۲۳
		۰/۰۱۳۹	۰/۴۶۷۹	۰/۲۰۶۱	۰/۱۸۹۶	۰/۱۲۲۵			
	دوره۲	همراه	رانفور	فخاس	کگل				
		۰/۴۵۶۳	۰/۱۱۱۹	۰/۲۹۹۶	۰/۱۳۲۲				
	دوره۳	شاراک	فولاد	کگل					
		۰/۵۵۱۴	۰/۱۳۶۴	۰/۳۱۲۲					

جدول ۶. جواب‌های نامغلوب حاصل از حل مدل آنتروپی تناسبی

پرتفوی	دوره	اوزان سهم‌های داخل پرتفوی					ثروت نهایی	نیم- واریانس	آنتروپی تناسبی
۱	دوره۱:	شپدیس	شخارک	کچاد	رانفور		۱۰۰/۴۹۰۵	۰/۰۲۴۱	۴/۴۱۸۱
		۰/۳۷۸۹	۰/۲۵۳	۰/۱۴۸۹	۰/۲۱۹۳				
	دوره۲:	شپدیس	شخارک	فولاد	فاسمین	شبهرن			
		۰/۲۱۰۲	۰/۱۸۴۵	۰/۲۰۵۱	۰/۱۹۸۸	۰/۲۰۱۴			
	دوره۳:	فخاس	حکشتی	اخابر	فملی	شبهرن			
		۰/۱۰۱۲	۰/۲۴۵۸	۰/۱۸۳۳	۰/۰۹۳۹	۰/۳۷۵۸			
...									
۴۵	دوره۱	شپدیس	فخاس	اخابر			۱۰۶/۹۰۰۶	۰/۰۳۷	۳/۴۸۴۸
		۰/۱۶۶۶	۰/۵۲۹۹	۰/۳۰۳۴					
	دوره۲	خودرو	شخارک	فخوز	فاسمین	حکشتی			
		۰/۱۳۸۸	۰/۳۹۸۷	۰/۰۶۹۹	۰/۰۳۷۱	۰/۳۵۵۵			
	دوره۳	بترانس	کچاد	رانفور	کگل	شبهرن			
		۰/۰۲۷۵	۰/۰۲۳۹	۰/۳۶۶۸	۰/۱۲۲۶	۰/۴۵۹۱			

جدول ۷، مقادیر حداکثر، حداقل، میانگین و انحراف معیار توابع هدف پرتفوی‌های بهینه مدل‌های آنتروپی امکانی و تناسبی را نشان می‌دهد.

جدول ۷. حداکثر، حداقل، میانگین و انحراف معیار توابع هدف پرتفوهای بهینه مدل آنتروپی امکانی و تناسبی

		ثروت نهایی	ریسک	آنتروپی
مدل امکانی	حداقل	۱۰۳/۵۶۵۲	۰/۰۱۷۷	۰/۴۹۷
	حداکثر	۱۱۴/۹۸۵۳	۰/۱۱۹۸	۰/۹۳۸۴
	میانگین	۱۰۸/۰۷۲۶	۰/۰۴۳۶	۰/۷۳۶۷
	انحراف استاندارد	۲/۸۴۸	۰/۰۲۱۵	۰/۰۹۵
مدل تناسبی	حداقل	۹۹/۴۵۷۴	۰/۰۱۴۹	۲/۸۳۸۱
	حداکثر	۱۱۴/۸۳۰۶	۰/۱۰۰۳	۴/۶۵۵۶
	میانگین	۱۰۶/۳۷۱۷	۰/۰۳۸۲	۳/۷۷۰۴
	انحراف استاندارد	۳/۶۰۲	۰/۰۱۷۳	۰/۵۲۲۲۵

با مقایسه نتایج مدل آنتروپی امکانی با مدل آنتروپی تناسبی مشخص می‌شود که رابطه مستقیم بین بازده موردانتظار یا به‌عبارت‌دیگر ثروت نهایی با معیار ریسک، یعنی نیم‌واریانس، حفظ می‌شود که منطبق با نظریه مسئله است (شکل‌های ۴ و ۵)؛ همچنین با توجه به جدول ۷، می‌توان گفت حداقل مقدار ثروت نهایی حاصل از حل مدل آنتروپی تناسبی ۹۹/۴۵۷۴ است که

از ثروت اولیه سرمایه‌گذار، یعنی ۱۰۰ واحد پولی، پایین‌تر است. این امر به دلیل این ویژگی آنتروپی تناسبی است که زمانی به حداکثر مقدار خود می‌رسد که از تمام سهم‌ها به نسبت برابر در سبد سهام وجود داشته باشد؛ بنابراین سهم‌هایی با بازده منفی هم وارد سبد سهام شده و می‌تواند به منفی‌شدن درصد تغییر ثروت نهایی سبد سهام منجر شود.

یکی از دلایل معرفی آنتروپی امکانی نیز همین نقطه‌ضعف آنتروپی تناسبی بوده است؛ بنابراین از این منظر که برخی جواب‌های مدل آنتروپی تناسبی به کاهش ثروت سرمایه‌گذار منجر می‌شود، مدل آنتروپی امکانی بر این مدل برتری دارد. از سوی دیگر حداقل، حداکثر و میانگین ثروت نهایی مدل امکانی از مقادیر مشابه مدل تناسبی بیشتر است که دلیل دیگری بر برتری این مدل به‌حساب می‌آید.

ارزیابی عملکرد پرتفوی منوط به ارزیابی میزان بازده کسب‌شده در ارتباط با سطح ریسک آن پرتفوی است. به‌منظور مقایسه هر چه بهتر پرتفوهای بهینه حاصل از مدل‌های اجراشده از معیار سورتینو برای ارزیابی عملکرد پرتفوهای بهینه استفاده می‌شود.

ارزیابی عملکرد تعدیل‌شده بر حسب ریسک. معیارهای ارزیابی عملکرد تعدیل‌شده برحسب ریسک را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: معیارهای مبتنی بر نظریه مدرن پرتفوی و معیارهای مبتنی بر نظریه فرامدرن پرتفوی.

معیارهای ارزیابی عملکرد مبتنی بر نظریه فرامدرن پرتفوی معیارهای سورتینو، ریسک نامطلوب و بتای نامطلوب را شامل می‌شود. به علت اینکه این پژوهش مبتنی بر نظریه فرامدرن پرتفوی است و از معیار ریسک نامطلوب نیم‌واریانس استفاده می‌شود، از معیار ریسک سورتینو برای ارزیابی عملکرد پرتفوهای بهینه حاصل از حل مدل‌ها استفاده شد.

شاخص سورتینو[1]. این شاخص توسط سورتینو و پرایس[2] (۱۹۹۴)، طراحی شد و تا حد زیادی شبیه به شاخص شارپ است. با توجه به یافته‌های این پژوهشگران، یک سرمایه‌گذار به اثر نامطلوب ریسک بر دارایی توجه می‌کند؛ بنابراین آن‌ها از ریسک نامطلوب به‌جای ریسک کل در مدل خود استفاده کردند؛ همچنین به‌جای نرخ بازده بدون ریسک، از حداقل نرخ بازده قابل‌قبول برای سرمایه‌گذار بهره گرفتند. شاخص سورتینو به‌صورت رابطه ۲۵، محاسبه می‌شود.

1. Sortino Ratio
2. Price

$$SR = \frac{\overline{R_p} - MAR}{DR}$$ رابطه (۲۵)

در این معیار $\overline{R_p}$ متوسط بازده کل پرتفوی، MAR[1] حداقل نرخ بازده قابل‌قبول و DR ریسک نامطلوب است [۶].

سبدی برای سرمایه‌گذاران مطلوب است که دارای بیشترین نسبت سورتینو در میان سایر سبدهای کارا باشد.

به‌منظور مقایسه دو مدل توسط معیار سورتینو، DR برابر با نیم‌انحراف معیار میانگین در نظر گرفته می‌شود؛ همچنین MAR، مقدار میانگین نرخ بازده بدون ریسک سه دوره موردبررسی در نظر گرفته می‌شود که برابر با ۱/۵۴ درصد است؛ سپس با استفاده از میانگین ثروت نهایی جواب‌های بهینه در هر مدل، درصد تغییر ثروت نهایی در هر مدل محاسبه می‌شود و به‌عنوان میانگین بازده کل پرتفوی در فرمول معیار سورتینو به‌کار می‌رود.

مقادیر معیار سورتینو برای میانگین پرتفوهای نامغلوب در جدول ۸، نشان داده شده است.

جدول ۸ . مقایسه کارایی سبدهای بهینه دو مدل

معیار سورتینو در مدل آنتروپی امکانی	معیار سورتینو در مدل آنتروپی تناسبی
۰/۳۱۲۸	۰/۲۴۷۱

مقایسه معیار سورتینو دو مدل نشان می‌دهد که کارایی مدل بهینه‌سازی سبد سهام چنددوره‌ای با معیار تنوع‌بخشی آنتروپی امکانی از مدل بهینه‌سازی سبد سهام چنددوره‌ای با معیار تنوع‌بخشی آنتروپی تناسبی بیشتر است.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش، یک مدل ثروت نهایی ـ نیم‌واریانس ـ آنتروپی امکانی انتخاب سبد سهام چنددوره‌ای که برگرفته از پژوهش ژانگ و همکاران (۲۰۱۲) است، ارائه شد. در این مدل به‌منظور اندازه‌گیری مقدار بازده و ریسک به‌ترتیب از معیارهای ثروت نهایی و نیم‌واریانس استفاده شد. برای سنجش درجه تنوع سبد سهام نیز معیار جدید «آنتروپی امکانی» به‌کار رفت؛ همچنین برای بررسی عملکرد و میزان اثربخشی مدل بهینه‌سازی سبد سهام با معیار تنوع‌بخشی آنتروپی امکانی، مدل بهینه‌سازی سبد سهام با معیار تنوع‌بخشی آنتروپی تناسبی ارائه و برای حل این مدل‌ها از الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه استفاده شد. از مقایسه جواب‌های بهینه

1. Minimum Acceptable Return(MAR)

حاصل از حل دو مدل مشخص شد که مدل آنتروپی امکانی مرز کارای بهتری را شناسایی کرده است؛ سپس با استفاده از معیار سورتینو ارزیابی عملکرد نتایج دو مدل صورت گرفت. نتایج نشان می‌دهد مدل آنتروپی امکانی پیشنهادشده در مقایسه با مدل آنتروپی تناسبی از کارایی بالاتری برخوردار است.

با توجه به پرتفوهای بهینه به‌دست‌آمده از یک‌بار اجرای الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه بر روی مدل آنتروپی امکانی، در دوره زمانی سوم برای یک سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر[1] که به دنبال حداکثرسازی بازده سرمایه‌گذاری خود است و توجهی به حداقل‌سازی ریسک ندارد، ترکیب سبد سهام بهینه به‌صورت جدول ۹، است.

جدول ۹. ترکیب سبد سهام بهینه‌ی دوره سوم برای سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر

کگل	شبهرن	فخوز	بترانس	رانفور
۰/۳۳۳۴	۰/۳۰۶۹	۰/۱۹۱۹	۰/۱۶۴۴	۰/۰۰۳۳

برای یک سرمایه‌گذار ریسک‌گریز[2] که به دنبال حداقل‌سازی ریسک‌سرمایه‌گذاری خود است و توجهی به حداکثرسازی بازده ندارد، ترکیب سبد سهام بهینه به‌صورت جدول ۱۰، است.

جدول ۱۰. ترکیب سبد سهام بهینه‌ی دوره سوم برای سرمایه‌گذار ریسک گریز

حکشتی	شاراک	فملی	کگل
۰/۳۴۹	۰/۳۰۸۳	۰/۲۸۳۱	۰/۰۵۹۶

برای یک سرمایه‌گذار بی‌تفاوت نسبت به ریسک[3] و میانه‌رو که بازده و ریسک سرمایه‌گذاری را هم‌زمان در نظر دارد و بازده و ریسکی منطقی و میانه از سرمایه‌گذاری خود دریافت خواهد کرد، ترکیب سبد سهام بهینه به‌صورت جدول ۱۱، است.

جدول ۱۱. ترکیب سبد سهام بهینه‌ی دوره سوم برای سرمایه‌گذار بی‌تفاوت نسبت به ریسک

شخارک	فولاد	حکشتی
۰/۴۱۲۶	۰/۴۰۱۳	۰/۱۸۶۱

با توجه به نتایج حاصل از پژوهش حاضر این امکان وجود دارد که استفاده از آنتروپی امکانی

1. Risk Seeker investor
2. Risk Averse investor
3. Risk Neutral

برای اندازه‌گیری درجه تنوع سبد سهام، نسبت به معیار آنتروپی تناسبی بتواند عملکرد بهتری در اختیار ما قرار دهد و به این ترتیب سرمایه‌گذار می‌تواند از آن به‌طور مؤثرتری استفاده کند. آنتروپی امکانی، سرمایه‌گذاری غیرمتمرکز را ممکن می‌سازد و بازده و تغییرپذیری بازده هر سهم را نیز حین تنوع‌بخشی در توزیع دارایی‌ها در سبد سهام در نظر می‌گیرد؛ ازاین‌رو به‌کارگیری این تکنیک به‌عنوان ابزاری مفید در راستای کاهش ریسک تنوع‌پذیر برای سرمایه‌گذاران، به‌خصوص سرمایه‌گذاران نهادی قابل توصیه و اجرا است؛ بنابراین مدل مطرح‌شده، مدلی مناسب برای انتخاب سبد سهام بهینه و متنوع است.

در این مدل فرض بر این است که در طول افق سرمایه‌گذاری مقدار بازده دارایی‌ها تغییر نمی‌کند؛ درحالی‌که چنین نیست و بازده دارایی‌ها پیوسته در حال تغییر است؛ به‌خصوص زمانی که طول دوره‌های سرمایه‌گذاری زیاد باشد. داده‌های تاریخی پژوهش حاضر از ابتدای فروردین ۱۳۹۱ تا انتهای اسفند ۱۳۹۶ به‌صورت ۳ دوره دوساله بودند. به علت اینکه در هر دوره تعدادی از شرکت‌ها توقف معاملاتی بیش از دو دوره و یا نبود اطلاعات در بیش از دو دوره داشتند، از نمونه موردبررسی حذف شدند و درنهایت تعداد شرکت‌های باقیمانده مشترک در سه دوره به‌ناچار کاهش یافت.

برای ادامه مسیر در این زمینه پژوهشی، پیشنهاد می‌شود پژوهش‌های آتی به خوشه‌بندی پاسخ‌های نامغلوب حاصل از حل مدل پژوهش، به سه دسته سبدهای مناسب سرمایه‌گذار ریسک‌پذیر، ریسک‌گریز و بی‌تفاوت نسبت به ریسک بپردازند؛ همچنین در پژوهش‌های آتی، توسعه قیود حاکم بر مسئله و درنظرگرفتن محدودیت‌های دیگر از جمله نقدشوندگی و درنظرگرفتن حد بالا و پایین برای اوزان سهم‌ها در سبد سهام و حد بالا و پایین برای گروه‌های انتخابی از سهام مختلف در مدل پژوهش، برای مدل‌سازی جامع‌تر شرایط سرمایه‌گذاری و نزدیک‌ترشدن به دنیای واقعی را می‌توان موردبررسی قرار داد. پژوهشگران آتی همچنین می‌توانند از سایر روش‌های فراابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک برای حل مدل این پژیوهش استفاده و نتایج را با هم مقایسه کنند. به‌این‌ترتیب بهترین روش از جنبه‌های مختلف از جمله دقت و سرعت مشخص می‌شود.

تعارض منافع. برای ارائه مطالب و نگارش این مقاله هیچ‌گونه کمک مالی از هیچ فرد، نهاد و سازمانی دریافت نشده است و نتایج و دستاوردهای این مقاله به نفع یا ضرر سازمان یا فردی خاص نخواهد بود. حضور نویسندگان در این پژوهش به عنوان شاهدی بی‌طرف ولی متخصص بوده است و نویسندگان هیچ‌گونه تعارض منافعی ندارند.

منابع

1. Adeli, M., & Zandieh, M. (2013). Multiobjective Simulation-Optimization Approach for Integrated Sourcing and Inventory Decisions. *The Journal of Industrial Management Perspective*, 3(3), 89-110. (In Persian)
2. Alahrezaee, A., Falahati, A., Sohaili, K. (2019). Portfolio Optimization Using Three-Objective Particle Swarm Optimization. *Quarterly Journal of Applied Theories of Economics*, *5(4)*, 31-52
3. Azizpour Nafari, M. (2017). *Risk minimization with optimal selection of multi-period portfolio, Master's Degree dissertation.* Shahrood University of Technology, shahrood (In Persian).
4. Goudarzi, M. (2016). *Approach to Portfolio Optimization, Master's Degree dissertation.* University of Guilan, Guilan. (In Persian)
5. KhadempourArani, A., Keyghobadi, A., MadanchiZaj, M., Zomorodian, G. (2022). Integrated Multi-Objective and Econometrics Model for Stock Portfolio Optimization. *Financial Accounting and Auditing Research*, *14(54)*, 263-292. doi: 10.30495/faar.2022.693677
6. Khakbiz, M., Rezaei Pandari, A., & Dehghan Nayeri, M. (2017). Selection and Solving it with Genetic Algorithms. *The Journal of Industrial Management Perspective*, *7(1)*, 173-196. (In Persian)
7. Motameni, A., & Sharifi Salim, A. (2012). Propounding a Model for Portfolio Selection in Stock Exchange by Using of MCDM (Case Study: 50 Better Companies). *The Journal of Industrial Management Perspective*, *2(1)*, 73-89. (In Persian)
8. Mushakhian, S., & Najafi, A. A. (2015). Using Multi objective particle swarm optimization (MOPSO) algorithms to solve a multi-period Mean-Semivariance-Skewness stochastic optimization model. *Financial Engineering and Portfolio Management, 6(23)*, 133-147. (In Persian)
9. Saeedpour, S. (2016). *Application of possibilistic entropy in portfolio selection using genetic algorithm in Tehran stock exchange, Master's Degree dissertation.* University of Qom, Qom. (In Persian)
10. Shiri Ghahi, A., Didehkhani, H., Khalili Damghani, K., & Saeedi, P. (2017). A Comparative Study of Multi-Objective Multi-Period Portfolio Optimization Models in a Fuzzy Credibility Environment Using Different Risk Measures. *Financial Management Strategy*, *5(3)*, 1-26. (In Persian)
11. Talebi, R. (2013). *Investing in the Stock Exchange: Introduction to decide on financial issues.* Tehran: Noorbakhsh Publishers. (In Persian)
12. www.tse.ir (2009)
13. Bermúdez, J. D., Segura, J. V., & Vercher, E. (2012). A multi-objective genetic algorithm for cardinality constrained fuzzy portfolio selection. *Fuzzy Sets and Systems*, 188(1), 16–26.
14. Coello, C. A. C., Pulido, G. T., & Lechuga, M. S. (2004). Handling multiple objectives with particle swarm optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, *8(3)*, 256–279.
15. Gupta, P., Inuiguchi, M., Mehlawat, M. K., & Mittal, G. (2013). Multiobjective credibilistic portfolio selection model with fuzzy chance-constraints. *Information Sciences*, *229*, 1–17.
16. Huang, X. (2012). An entropy method for diversified fuzzy portfolio selection. *International Journal of Fuzzy Systems*, *14(1)*, 160–165.

17. Jana, P., Roy, T. K., & Mazumder, S. K. (2009). Multi-objective possibilistic model for portfolio selection with transaction cost. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, *228(1)*, 188–196.
18. Liu, Y.-J., Zhang, W.-G., & Xu, W.-J. (2012). Fuzzy multi-period portfolio selection optimization models using multiple criteria. *Automatica*, *48(12)*, 3042–3053.
19. Liu, Y.-J., Zhang, W.-G., & Zhao, X.-J. (2018). Fuzzy multi-period portfolio selection model with discounted transaction costs. *Soft Computing*, *22(1)*, 177–193.
20. Mansini, R., & Speranza, M. G. (1999). Heuristic algorithms for the portfolio selection problem with minimum transaction lots. *European Journal of Operational Research*, *114(2)*, 219–233.
21. Mei, X., DeMiguel, V., & Nogales, F. J. (2016). Multiperiod portfolio optimization with multiple risky assets and general transaction costs. *Journal of Banking & Finance*, *69*, 108–120.
22. Schwindt, C., & Zimmermann, J. (Eds.). (2015). *Handbook on project management and scheduling vol. 1*. Cham, Switzerland: Springer International Publishing
23. Yan, W., Miao, R., & Li, S. (2007). Multi-period semi-variance portfolio selection: Model and numerical solution. *Applied Mathematics and Computation*, *194(1)*, 128–134.
24. Yu, Y., Deng, X., Chen, C., & Cheng, K. (2020). Research on Fuzzy Multi-objective Multi-period Portfolio by Hybrid Genetic Algorithm with Wavelet Neural Network. *Engineering Letters*, *28(2)*, 594-600.
25. Y. Yu, X. Deng, C. Chen, K. Cheng, "Research on fuzzy multi-objective multi-period portfolio by hybrid genetic algorithm with wavelet neural network," *Engineering Letters*, vol. 28, no. 2, pp. 594-600, 2020
26. Zhang, W. G., Liu, Y. J., & Xu, W. J. (2012). A possibilistic mean-semivariance-entropy model for multi-period portfolio selection with transaction costs. *European Journal of Operational Research*, *222(2)*, 341–349.
27. Zhang, X.-L., & Zhang, K.-C. (2009). Using genetic algorithm to solve a new multi-period stochastic optimization model. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, *231(1)*, 114–123.
28. Zhou, J., & Li, X. (2021). Multi-period mean-semi-entropy portfolio management with transaction costs and bankruptcy control. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, *12(1)*, 705-715.
29. Zhu, H., Wang, Y., Wang, K., & Chen, Y. (2011). Particle Swarm Optimization (PSO) for the constrained portfolio optimization problem. *Expert Systems with Applications*, *38(8)*, 10161–10169.