***چشم‌انداز مدیریت صنعتی***
سال هشتم، شماره ۳۱، پاییز ۱۳۹۷
شاپای چاپی: ۹۸۷۴-۲۲۵۱، شاپای الکترونیکی: ۴۱۶۵-۲۶۴۵
ص‌ص ۹۴ – ۶۳

# توسعه مدل تئوری بازی‌های پویا به‌منظور تحلیل رقابت در ساختار بازارهای انحصاری چندجانبه

**مرجان رئوفی‌نیا*، وحید برادران**، رضا شهرجردی*****

**چکیده**

خصوصی‌سازی باعث افزایش رقابت پویا در بازارهای انحصاری، مانند شرکت‌های ارائه‌دهنده خدمات هوایی با تعداد محدودی عرضه‌کننده و تعداد زیادی مشتری (بازارهای انحصاری چندجانبه) شده است. عرضه‌کنندگان کالا و خدمات در این بازارها با توجه به رفتار رقبا در پی اتخاذ تصمیم در مورد میزان عرضه محصولات و میزان تبلیغات به‌منظور کسب منفعت حداکثری خود هستند. در این پژوهش از نظریه بازی پویا برای تحلیل بازارهای رقابتی چندجانبه و کمک به تعیین مقدار بهینه این دو متغیر تصمیم در دو ساختار اطلاعاتی حلقه باز و بسته استفاده شده است. ضمن بررسی اعتبارسنجی ریاضی مقدار بهینه تولید (عرضه) و هزینه تبلیغات، از مدل ارائه‌شده برای تحلیل بازار خدمات شرکت‌های هواپیمایی استفاده شده است. در این پژوهش تأثیر پارامترهایی، مانند مقدار چسبندگی قیمت و نرخ جایگزینی محصول و بازدهی فعالیت‌های تبلیغاتی، بر مقدار عرضه خدمات و تبلیغات برای دستیابی به تعادل پایدار در چنین بازارهایی نشان داده شده است. تحلیل حساسیت پارامترهای مدل پیشنهادی نشان می‌دهد که در استراتژی حلقه باز زمانی که شرکت‌ها در یک بازار الیگوپلی در همه مقاطع رقابت با یکدیگر به هیچ توافق و اصولی پایبند نباشند و فقط طبق قواعد مشخص‌شده در ابتدای رقابت با یکدیگر به تعامل بپردازند، بار مالی زیادی را متحمل می‌شوند که تأثیری منفی بر سودشان خواهد گذاشت.

**کلیدواژه‌ها: بازار انحصار چندجانبه؛ ساختار اطلاعاتی حلقه باز و بسته؛ نظریه بازی پویا؛ مقدار بهینه تولید و تبلیغات؛ خدمات هوایی.**

---

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۷/۰۱/۱۸، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۹/۰۷.

* دانشجوی دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال.
** استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال (نویسنده مسئول).
E-mail: V_Baradaran@iau-tnb.ac.ir
*** استادیار، مرکز آموزش عالی فنی و مهندسی بوئین زهرا.

## ۱. مقدمه

در دهه‌های اخیر، توسعه خصوصی‌سازی[1] به رقابتی‌شدن کسب‌وکارها در همه کشور منجر شده است. تغییرات سریع در فضای کسب‌وکارها و حضور بیشتر رقبا، هم‌زمان با توسعه خصوصی‌سازی، بر موضوع رقابت در هر صنعت و محیط کسب‌وکاری دامن زده است. خصوصی‌سازی، راهبردی است که بر تشویق نیروهای بازار آزاد و انتقال سرمایه‌گذاری‌های دولتی به بخش خصوصی تأکید دارد. نظریه‌های اقتصادی، رقابت را عامل مؤثری در افزایش رفاه مصرف‌کننده، بهبود کیفیت و تولید، ایجاد خلاقیت و نوآوری معرفی می‌کنند. امروزه حضور در عرصه اقتصاد جهانی، تولیدکنندگان را با چالش‌های جدیدی روبه‌رو ساخته است. وجود تعداد زیاد عرضه‌کنندگان و رقابت فشرده آن‌ها و افزایش انتظار مصرف‌کنندگان برای ارائه کیفیت بهتر و خدمت‌رسانی سریع‌تر، فشار و رقابت سنگینی را بر تولیدکنندگان وارد می‌کند [۲، ۱۴]. رقابت‌پذیری فرآیندی است که بهره‌وری سازمانی را تحت تأثیر قرار می‌دهد و باعث تحرک نیروهای درون‌سازمانی برای نیل به شکوفایی و ارتقای سطح منافع در بلندمدت می‌شود.

رقابت‌پذیری در اقتصاد خُرد و کلان اهمیت ویژه‌ای دارد؛ به‌طوری‌که فرآیند جهانی‌شدن، گسترش بازارهای مصرف و نیز افزایش تعداد رقبا و شدت رقابت، اهمیت بیشتری به این مفهوم بخشیده است. به‌عبارت‌دیگر رقابت‌پذیری در اقتصاد یک انتخاب نیست؛ بلکه نیاز اساسی و شرط بقای امروز و فردای هر کشور و کسب‌وکاری است [۱۹، ۳۰]. اعمال استراتژی‌هایی نظیر خصوصی‌سازی، محیطی پر از چالش ایجاد کرده است که هر شرکتی برای حفظ منافع خود باید اقداماتی برای تقویت توان مالی، بخش پژوهش و توسعه (R&D)[2]، تبلیغات، توزیع و فروش خدمات تدارک ببیند تا بتواند به‌راحتی خود را با تغییرات و ریسک‌های غیرقابل‌پیش‌بینی تطبیق دهد [۲۲].

لازمه تقویت توان شرکت در حوزه‌های مختلف، تصمیم‌گیری در مورد مقدار مناسب برخی از متغیرها مانند میزان تولید، مقدار بودجه تبلیغاتی و یا مقدار سرمایه‌گذاری برای بخش پژوهش و توسعه در کنار انتخاب راهبردهای مناسب شرکت است. به‌دلیل رقابتی‌بودن در بازار، تعیین مقدار بهینه و مناسب برای مقدار آن‌ها نه‌تنها مستلزم درنظرگرفتن شرایط بنگاه اقتصادی است، بلکه به تصمیم رقبا نیز وابسته است. در محیط پر از چالش کسب‌وکار امروزی نمی‌توان تنها با استفاده از روش‌های تصمیم‌گیری سنتی برای مواجهه با رقبا تصمیم‌های صحیحی اتخاذ کرد؛ بنابراین استفاده از روش‌های مناسب تصمیم‌گیری در شرایط تعارض برای اتخاذ تصمیم مناسب با درنظرگرفتن تصمیم‌های رقبا بیش‌ازپیش احساس می‌شود.

1. Privatization
2. Research and Development

از طرفی دیگر عواملی چون پیشرفت فناوری، نظریه‌های نوین اقتصادی، بازاریابی و نوسانات سیاسی بر پویابودن این تصمیم‌ها تأثیر گذاشته است؛ به این معنی که لازمه اتخاذ تصمیم مناسب برای شرکت‌ها توجه به تصمیم رقبا و تغییرات آن‌ها در طول زمان است؛ درواقع مسئله عبارت است از بهینه‌سازی متغیرهای توانمندساز یک کسب‌وکار مانند میزان تولید و تبلیغات با درنظرگرفتن تعاملات و موقعیت‌های تعارض‌آمیزی که شرکت‌ها با رقبایشان درگیر هستند. رویکرد پیشنهادی در این پژوهش برای حل مسئله یادشده و کمک به شرکت‌ها برای تحلیل موقعیت شرکت و رقبا و بهینه‌سازی متغیرهای تصمیم برای توانمندسازی در بازار رقابتی، رویکرد نظریه بازی‌ها[1] از نوع پویا با زمان پیوسته است.

نظریه بازی‌ها در تلاش است توسط ریاضیات، رفتار را در شرایط راهبردی یا بازی که در آن‌ها موفقیت فرد در انتخاب‌کردن، وابسته به انتخاب دیگران است به‌دست آورد. وابستگی یعنی اینکه هر بازیکن ازآنچه که دیگران در بازی انجام می‌دهند، تأثیر می‌پذیرد و رفتار بازیکنان نیز بر دیگران تأثیر می‌گذارد. خروجی بازی وابسته به تصمیم‌های همه افراد است و هیچ فردی بر آنچه اتفاق می‌افتد، کنترل ندارد. افراد این وابستگی‌های متقابل را می‌دانند و آن‌ها را در تصمیم‌های خود لحاظ می‌کنند [۲۹]. یک بازی شامل مجموعه‌ای از بازیکنان، مجموعه‌ای از حرکت‌ها یا راهبردها و نتیجه مشخصی برای هر ترکیب از راهبردها است. پیروزی در هر بازی تنها تابع یاری شانس نیست. بلکه اصول و قوانین ویژه خود را دارد و هر بازیکن طی بازی سعی می‌کند با به‌کارگیری آن اصول خود را به بُرد نزدیک کند. نظریه بازی تلاش می‌کند تا رفتار ریاضی حاکم بر یک موقعیت راهبردی (تضاد منافع) را مدل‌سازی کند. این موقعیت زمانی پدید می‌آید که موفقیت یک فرد وابسته به راهبردهایی است که دیگران انتخاب می‌کنند. هدف نهایی این دانش، یافتن راهبرد بهینه برای بازیکنان است [۸]. نوعی از بازی‌ها، بازی‌های پویا[2] هستند که در آن تصمیم‌گیرنده‌ها در زمان تصمیم‌گیری حرکت‌های آینده (و گذشته) رقبا را در قبال یک تصمیم در نظر می‌گیرند.

در این پژوهش، با توجه به تغییر محیط و بازار با گذر زمان، از نظریه بازی‌های پویا برای تحلیل بازار و تعیین تصمیم‌های شرکت‌ها در بازار استفاده شده است. ساختار رقابت در این مطالعه شامل ویژگی‌های پویایی است که نمی‌توان آن‌ها را به روش مطلوبی در الگوی ایستا نمایش داد. در میان ساختارهای مختلف بازار، بررسی بازار انحصار چندجانبه یا الیگوپُلی[3] که شامل تعداد محدودی عرضه‌کننده (تولیدکننده) و تعداد زیادی متقاضی (مشتری) است، به‌دلیل نزدیک‌بودن آن به شرایط بسیاری از شرکت‌ها در دنیای واقعی رقابت، انتخاب شده است. هدف

1. Game Theory
2. Differential Game Theory
3. Oligopoly

این پژوهش به‌دست‌آوردن مقادیر بهینه سطوح تولید و تبلیغات در محیط رقابتی پویا در بازارهای الیگوپلی است. در چنین محیط رقابتی، دو مدل از نظریه بازی پویا با ساختار اطلاعاتی حلقه باز و حلقه بسته تحت بازار الیگوپلی در این پژوهش توسعه می‌یابد که تاکنون تحلیل و بهینه‌کردن متغیرهای مؤثر بر بازار، مانند مقدار تولید و تبلیغات، به‌طور هم‌زمان و در قالب یک مدل انجام نشده است. در ادامه به بررسی و تحلیل مدل‌های به‌دست‌آمده در قالب یک مثال در بازار رقابتی میان شرکت‌های خدمات هوایی پرداخته می‌شود و نتایج دو مدل مقایسه می‌شوند.

## ۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

**انواع ساختارهای بازار**. در علم اقتصاد، ساختارهای متفاوتی برای بازار تعریف می‌شود که موضوع رقابت در آن‌ها متفاوت است [۳۰]. ساختار بازار معرف خصوصیات سازمانی بازار است و معمولاً برحسب سطح تمرکز، تفاوت کالا و شدت موانع ورود به آن تعریف می‌شود. ساختار بازار بر اساس تعداد شرکت‌های حاضر در بازار برای فروش یک محصول خاص و یا ارائه خدمتی مشخص به بازار رقابت کامل (تعدد فروشنده و خریدار)، بازار انحصار کامل یا مُنوپلی (یک فروشنده و تعداد زیادی خریدار)، بازار انحصار چندجانبه یا اُلیگوپلی (تعداد محدودی فروشنده و تعدد خریدار) و بازار چندقطبی (تعدد فروشنده، اما تعداد محدود خریدار) تقسیم می‌شود. اگر در بازار انحصار چندجانبه تعداد فروشندگان دو باشد، بازار انحصار «دوجانبه یا دواپلی»[1] نامیده می‌شود [۲۹].

با ورود عرضه‌کنندگان مختلف به بازارهای محصولات و خدمات تخصصی، مانند شرکت‌های سازنده هواپیما از جمله «بوئینگ[2]» و «ایرباس[3]» و یا محصولات الکترونیکی در دهه‌های اخیر، بازارهای انحصار کامل جای خود را به بازارهای انحصار چندجانبه (الیگوپلی) داده است. بازار الیگوپلی نسبت به سایر انواع بازارها دارای ساختاری واقعی‌تری است؛ زیرا بیشتر کالاها در سراسر دنیا به‌وسیله چند فروشنده یا تولیدکننده اصلی در بازارهای مربوطه شناسانده می‌شوند. در ساختار الیگوپلی شرکت‌ها معمولاً با نوعی تردید و دوراهی روبه‌رو هستند. شرکت‌ها می‌توانند راهبردهای سوددهی صنعت را بدون درنظرگرفتن راهبردهای رقبا دنبال کنند و خطر واکنش تلافی‌جویانه رقبا و افزایش رقابت و مبارزه در درون صنعت را بپذیرد و یا اینکه راهبردهای خود را بر اساس تحرکات رقبا برای کسب موفقیت در بازار طرح‌ریزی کنند [۲۸].

تصمیم‌گیری در مورد سیاست‌های تولیدی و قیمتی هر عرضه‌کننده در بازار انحصاری چندجانبه با درنظرگرفتن این امر که عکس‌العمل رقبا در قبال هر سیاست چه خواهد بود

1. Duopoly
2. Boeing
3. Airbus

موضوعی است که تولیدکنندگان در این بازارها با آن روبه‌رو هستند؛ زیرا هر تغییری در میزان قیمت یا مقدار تولید یک بنگاه اقتصادی فروش و سود رقبا را تحت تأثیر قرار می‌دهد [۳۷]؛ درنتیجه مسئله تحلیل بازارهای انحصاری چندجانبه و تدوین راهبردهای مناسب برای فروشندگان با درنظرگرفتن عکس‌العمل رقبا (پویایی تصمیم) ضمن آنکه پیچیدگی خاصی نسبت به تحلیل سایر ساختارهای بازار دارد، دارای اهمیت ویژه‌ای است [۱۳].

**نظریه بازی‌های پویا.** یک بازی از تعدادی بازیکن عاقل با تعداد محدود یا نامحدود گزینه (راهبرد) پیش رو برای هر یک تشکیل می‌شود. منظور از عقلانیت بازیکنان آن است که آن‌ها سعی می‌کنند تا با انتخاب گزینه مناسب از طرف مقابل امتیاز کسب کنند. انتخاب هر گزینه توسط یک بازیکن پیامدی برای وی و دیگران در پی دارد. نظریه بازی‌ها با استفاده از ابزار ریاضی به‌دنبال تحلیل بازی و یافتن گزینه مناسب برای هر بازیکن و یا یافتن نقطه تعادل[1] پایدار یا تعادل نَش برای بازی است. نقطه تعادل در یک بازی شامل پیشنهاد یک راهبرد مناسب برای هر بازیکن است؛ به‌طوری‌که منفعت او در بازی تأمین شود. در این نقطه هیچ‌یک از بازیکنان تمایلی به تغییر راهبرد انتخابی در نقطه تعادل ندارند و اعمال هر گونه تغییر، شرایط را بدتر می‌کند و سیستم مجدداً به نقطه تعادل بازمی‌گردد [۱].

بازی‌ها به دو دسته «ایستام[2]» و «پویا»[3] تقسیم می‌شوند. در بازی پویا، مانند بازی شطرنج، هر بازیکن این‌چنین فکر می‌کند که اگر این عمل را انجام دهد، حریف او به این عمل چه واکنشی نشان خواهد داد، یعنی عمل زمانِ حال متکی بر محاسبه تبعات آتی آن عمل است؛ ولی در بازی ایستا تنها به انتخاب حریف در زمان حال توجه می‌شود؛ البته باید دانست که در همان حال، حریف نیز همین‌گونه فکر می‌کند [۴۰]. بازی‌ها از نظر معیارهای دیگر نیز دسته‌بندی می‌شوند. بازی‌های می‌توانند همکارانه یا غیرهمکارانه باشند. در بازی‌های غیرهمکارانه تصمیم‌گیرندگان (بازیکنان) توافقی برای همکاری در حین بازی ندارند و هر کس بدون اطلاع از تصمیم دیگری، تصمیم خود را می‌گیرد؛ ولی در بازی‌های همکارانه، بازیکنان می‌توانند پیش از بازی توافقاتی با یکدیگر انجام دهند [۳۸]. نوع دیگر بازی‌ها، بازی با جمع صفر است که در آن منفعت یک بازیکن در یک بازی معادل ضرر (منفعت ازدست‌رفته) بازیکن دیگر است.

بازی‌های پویای غیرهمکارانه و جمع صفر به دو دسته زمان گسسته و پیوسته تقسیم می‌شوند. فرض کنید دو بازیکن در بازی پویا گسسته در $K$ مرحله با یکدیگر بازی می‌کنند. بازیکن اول و دوم در هر مرحله $k=\{1,2,..,K\}$ به‌ترتیب می‌توانند یکی از گزینه‌های مجموعه‌های $\Omega_k$ و $\Delta_k$ (مجموعه تصمیم‌های پیش روی هر بازیکن در مرحله $k$) را انتخاب

1. Equilibrium
2. Static
3. Dynamic

کنند. پس از هر مرحله از بازی (انتخاب گزینه‌ای از گزینه‌های پیش روی هر بازیکن) متغیر وضعیتی به نام $x_{k+1}$ که نمایانگر تصمیم‌های گذشته آن‌ها در بازی‌های مراحل قبلی است، به‌روز می‌شود. این متغیر تابعی از متغیر وضعیت و تصمیم‌های هر دو بازیکن در مرحله قبل ( $u_k \in \Omega_k$ و $d_k \in \Delta_k$ ) است؛ یعنی $x_{k+1} = f_k(x_k, u_k, d_k)$. برای مثال، متغیر وضعیت می‌تواند مقدار منفعتی باشد که یک بازیکن مشخص در مراحل قبل به‌دست آورده است؛ بنابراین مقدار این متغیر در ابتدای بازی ( $x_0$ ) مشخص است. هر بازیکن مانند بازیکن اول در هر مرحله $K$ دارای یک تابع منفعت است که به‌صورت $\pi_k(x_k, u_k, d_k)$ نمایش داده می‌شود و سعی در بهینه‌کردن آن دارد؛ یعنی در هر مرحله می‌خواهد از میان تصمیم‌های پیش رو، تصمیمی ( $u_k$ ) را انتخاب کند که تابع منفعت وی در کل مراحل بازی بیشینه شود. هدف بازیکن دوم در بازی‌های جمع صفر، تصمیم برای مقداردهی به متغیر پیش رو برای کمینه‌کردن منفعت رقیب است؛ بنابراین با توجه به پویابودن بازی در $K$ دوره، بازیکن اول به‌دنبال تعیین گزینه‌های انتخابی خود در هر مرحله است تا تابع منفعت کل خود را ( $J = \sum_{k=1}^{K} \pi_k(x_k, u_k, d_k)$ ) بهینه کند [۲۱، ۳۶].

بازی‌های پویا از منظر ساختار اطلاعاتی بازی نیز به دو دسته حلقه باز و حلقه بسته تقسیم می‌شوند. در بازی پویا با ساختار اطلاعاتی حلقه باز که به آن «استراتژی پیش‌تعهد»[1] نیز گفته می‌شود، بازیکنان رفتارهای خود را بر اساس وضعیت اولیه سیستم و زمان شکل می‌دهند و نمی‌توانند استراتژی‌هایشان را در طول مسیر بازی تغییر دهند؛ به‌عبارت‌دیگر هر بازیکن در انتخاب تصمیم مناسب از میان گزینه‌های مجموعه $\Omega_k$ در هر مرحله به متغیر وضعیت آن مرحله توجهی ندارد و همانند راهبرد انتخاب در نخستین مرحله بازی، تصمیم خود را می‌گیرد؛ درحالی‌که در بازی پویا با ساختار اطلاعاتی حلقه بسته بازیکنان رفتارهای خود را بر اساس وضعیت جاری سیستم شکل می‌دهند؛ یعنی برای انتخاب گزینه مناسب از مجموعه $\Omega_k$ به مقدار متغیر وضعیت در آن مرحله نیز توجه دارند [۶، ۴۱].

یک بازی پویای پیوسته، تعمیمی از حالت گسسته در شرایطی است که تعداد مراحل بی‌نهایت و یا دراصطلاح، زمان پیوسته باشد. فرض کنید دو بازیکن در زمان پیوسته $t \in [0, \infty)$ مدام در حال بازی هستند و دو متغیر $u(t)$ و $d(t)$ متغیرهای تصمیم هر دو بازیکن در زمان $t$ است. در این مسائل متغیر $x(t)$، متغیر وضعیت بازی است که به‌صورت رابطه ۱، تعریف می‌شود.

$$\frac{dx(t)}{dt} \equiv \dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t), d(t)) \qquad (۱)$$

1. Pre commitment

فرق تابع متغیر وضعیت با حالت گسسته، تغییرات مداوم و لحظه‌ای متغیر وضعیت است. مطابق رابطه ۱، متغیر وضعیت در فاصله کوتاهی از $t$، تابعی از زمان، متغیر وضعیت آن لحظه و تصمیم‌های بازیکنان است. به‌طور مشابه تابع منفعت بازیکن اول در زمان $t$ به‌صورت $\pi(t) \equiv g(t, x(t), u(t), d(t))$ تعریف می‌شود و تابع منفعت کل آن $J \equiv \int_0^{\infty} \pi_i(t)dt$ خواهد بود. حداکثرکردن تابع منفعت $J$ به‌منظور تعیین متغیر تصمیم بازیکن اول موضوع حل مسئله نظریه بازی پویای غیرهمکارانه و جمع صفر با دو ساختار اطلاعاتی حلقه باز و حلقه بسته است [۱۴].

**مروری بر پیشینه پژوهش.** تحلیل بازار رقابتی و کمک به تصمیم‌گیری بنگاه‌های اقتصادی یکی از مهم‌ترین مسائلی است که در دنیای امروزی پژوهشگران اقتصادی با آن روبه‌رو هستند. در گذشته پژوهش‌هایی برای تحلیل بازار رقابتی با حضور تعدادی بازیکن (رقابت الیگوپلی) به‌منظور تعیین متغیرهای تصمیمی، مانند قیمت محصولات و خدمات، میزان تبلیغات، سطح تولید محصول یا خدمت و مقدار محصولات جایگزین انجام شده است. به‌دلیل تأثیر این تصمیم‌ها بر سودآوری و بقای سازمان‌ها در بازار رقابت، مدیران بنگاه‌های اقتصادی از اهمیت این تصمیم‌ها آگاه هستند. آن‌ها باید با کنترل و تعیین مقدار بهینه این متغیرها بتوانند در هر دوره بهترین تصمیم را به‌منظور بقا در عرصه رقابت بگیرند. در این بخش مروری بر مهم‌ترین مطالعات نظریه بازی‌های پویا و ایستا برای تعیین متغیرهای مؤثر بر رقابت صورت گرفته است. تبلیغات در جامعه کنونی یکی از عوامل مؤثر بر فروش و عرضه محصولات محسوب می‌شود. گراست و همکاران (۲۰۱۵) سطح بهینه تبلیغات را در بازار الیگوپلی در تعادل‌های حلقه باز و حلقه بسته مقایسه کرده‌اند است [۱۸].

پراساد و همکاران (۲۰۱۲) با استفاده از نظریه بازی مقدار بهینه تبلیغات را در شرایطی که تعداد مشتری برای یک تقاضا خاص در بازار الیگوپلی کم می‌شود، مشخص کردند [۳۳]. هو و همکاران (۲۰۱۵) مدلی پویا با درنظرگرفتن فعالیت‌های تبلیغاتی در خصوص برند کالا در بازارهای اقتصادی ارائه دادند [۲۰]. کاربرد مدل آن‌ها در ساختارهای مونوپلی، دواپلی و الیگوپلی بررسی شده و درنهایت سطح تبلیغات در هر یک از سه ساختار موردقیاس قرار گرفته است. سلینی و لامبرتینی (۲۰۰۳) تأثیر کالاهای همگن و فعالیت‌های تبلیغات در تعادل بازارهای الیگوپلی را بررسی کردند [۵].

نتایج پژوهش آن‌ها نشان داد که سطح رفاه در حالت همکاری سازمان‌ها بیشتر و هزینه‌های تبلیغاتی آن‌ها کمتر از عدم مشارکت شرکت‌ها است. کوبایاشی (۲۰۱۴) مدل نظریه بازی پویا را برای تحلیل بازار رقابت انحصاری چندجانبه با توجه به عامل تبلیغات در شرکت‌های تحقیق و

توسعه صنعتی با روش هامیلتون و در ساختار اطلاعاتی حلقه باز بررسی و شرکت‌ها را بر اساس تبلیغات و اهمیتشان در صنعت رتبه‌بندی کرده است [۲۳]. چسبندگی قیمت‌ها از دیگر عواملی است که بر تحلیل بازار رقابتی تأثیر دارد. سیمان و تاکایاما (۱۹۷۸) نخستین مدل نظریه بازی‌های پویا را برای تحلیل بازار رقابتی با درنظرگرفتن چسبندگی قیمت‌ها ارائه دادند [۳۸]. مدل آن‌ها در بازارهای دواپلی و ظرفیت محدود ارائه شده است. فرشمن و کامین (۱۹۸۷) و لامبرتینی و سلینی (۲۰۰۷) مدل پیشنهادی آن‌ها را در ساختارهای اطلاعاتی حلقه باز و حلقه بسته توسعه دادند [۷، ۱۵]. زیتو و همکاران (۲۰۱۱) با استفاده از مدل نظریه بازی‌های ایستا در بازار انحصار دوجانبه، مدلی با درنظرگرفتن چسبندگی قیمت‌ها در ارتباط با کرایه و خدمات ایرلاین‌ها ارائه دادند [۴۶]. گرابرگر و کیمز (۲۰۱۶) رفتار ایرلاین‌ها از دو منظر چسبندگی قیمت و میزان خدمت‌دهی را با رویکرد نظریه بازی‌ها در شرایط رقابت شبیه‌سازی کردند و با توجه به نوسانات موجود، قیمت بهینه را در هر زمان تعیین کرده‌اند [۱۷].

وی و هانسن (۲۰۰۷) چگونگی تصمیم‌گیری ایرلاین‌ها در بازار رقابتی دوجانبه با توجه به چسبندگی قیمت بلیط هواپیما و سایز هواپیما را مدل‌سازی کردند و بعد از تعیین نقطه تعادل با تحلیل حساسیت نشان داد که نتایج چه اثری بر تقاضا مسافران خواهد گذاشت [۴۲]. در عموم پژوهش‌هایی که تاکنون پیرامون مسئله این پژوهش انجام شده است، مقدار متغیرهای مؤثر بر رقابت به‌صورت تکی و جداگانه تعیین شده‌اند. در تعداد اندکی از پژوهش‌ها تأثیر هم‌زمان چسبندگی قیمت و تبلیغات و تمایز میان محصولات بررسی شده است. ویو و همکاران (۲۰۰۹) تعاملات قیمت، تبلیغات و چسبندگی هزینه‌ها را در ساختار دواپلی با رویکرد نظریه بازی پویا بررسی کرده و مقادیر بهینه هر یک را در ساختارهای حلقه باز و بازخورد تعیین کردند [۴۴]. لیانگ و پنگ (۲۰۱۶) تابع تقاضایی را پیشنهاد کرد که به استراتژی‌های تبلیغات و قیمت‌گذاری خرده‌فروشان و سازنده وابسته است [۲۶].

آن‌ها با استفاده از نظریه بازی‌ها، تصمیم‌های بهینه‌ای برای تولیدکنندگان و خرده‌فروشان در ساختار دواپلی ارائه کرد. نتایج پژوهش‌های آن‌ها نشان داد که قیمت عمده‌فروشی تحت بازی پویا با استفاده از تصمیم‌گیری در اطلاعات حلقه باز بالاتر از استفاده از بازی در حلقه بسته در ساختار دواپلی است. طالعی‌زاده و محمدی (۱۳۹۴) به توسعه و تجزیه‌وتحلیل استراتژی‌های قیمت‌گذاری و تبلیغات در یک زنجیره تأمین تک‌محصولی با رویکرد نظریه بازی پرداختند و نشان دادند که با تعیین بهینه مقادیر قیمت و هزینه‌های تبلیغات سود کل حداکثر می‌شود [۴۰]. در جدول ۱، مهم‌ترین مطالعات کاربردی در حوزه پژوهش جاری بر اساس ویژگی‌های مختلف دسته‌بندی شده و نوآوری مطالعه حاضر نشان داده شده است.

*جدول ۱. خلاصه پیشینه پژوهش*

| منبع | تحلیل عددی | پارامترهای مؤثر | | | | ساختار اطلاعاتی | | | ساختار بازار | | | ایستایی و پویایی بازی | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | جایگزینی اقلام | تبلیغات | مقدار تولید | چسبندگی قیمت | بازخورد | بسته | باز | الیگوپولی | دوپولی | منوپولی | پویا | استاتیک |
| لامبرتینی و منتوانی (۲۰۰۶) [۲۴] | | | | | | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | | ✓ | |
| دراگون و همکاران (۲۰۱۱) [۱۱] | | | | | | ✓ | | ✓ | | | | ✓ | |
| سیمان و تاکایاما (۱۹۷۸) [۳۸] | | | | | | | ✓ | ✓ | | ✓ | | ✓ | |
| فرشمن و کامین (۱۹۸۷) [۱۵] | | | | | ✓ | | ✓ | ✓ | | | | ✓ | |
| لامبرتینی و منتوانی (۲۰۱۴) [۲۵] | | | | | | ✓ | | | | | | ✓ | |
| سلینی و لامبرتینی (۲۰۰۳) [۴، ۵] | | | ✓ | | | | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ | |
| سلینی و لامبرتینی (۲۰۰۲) [۳] | | ✓ | | | | | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ | |
| سلینی و لامبرتینی (۲۰۰۴) [۶] | | | | | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ | |
| سلینی و لامبرتینی (۲۰۰۷) [۷] | | ✓ | | | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ | |
| ویسزینسکا و همکاران (۲۰۱۴) [۴۳] | | | | | ✓ | | ✓ | ✓ | | | | ✓ | |
| پژوهش حاضر | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | ✓ | ✓ | ✓ | | | ✓ | |

**مالکیت پژوهش.** با توجه به مبانی نظری مطالعه‌شده در جدول ۱، پژوهش‌ها در حوزه قیمت‌گذاری پویا و تعیین میزان تبلیغات در یک بازار انحصاری چندجانبه محدود است. به‌دلیل پیچیدگی بازارها با ساختار الیگوپلی، پژوهش‌های کمی پیرامون تحلیل این بازارها با نظریه بازی‌ها انجام شده و بیشتر پژوهش‌ها بر تحلیل بازارهای منوپلی و دواپلی متمرکز بوده است؛ بنابراین توسعه بازی‌های پویا برای تحلیل بازارهای با ساختار انحصار چندجانبه با ساختار

اطلاعاتی باز و بسته یکی از خلأهای پژوهشی در این حوزه است که در این مطالعه سعی شده به آن پرداخته شود. در این پژوهش به مدل‌های فرشمن و کامین (۱۹۸۷) و لامبرتینی و سلینی (۲۰۰۳)، متغیرهای تولید و تبلیغات اضافه شده است که به‌طور هم‌زمان با درنظرگرفتن هزینه‌ها، جایگزینی محصولات و فعالیت‌های تبلیغاتی بهینه می‌شوند [۴، ۱۵]. در مدل‌های جدول ۱، تنها قیمت یا تبلیغات به‌طور جداگانه مطالعه شده‌اند و یا ترکیب این دو متغیر در ساختار منوپلی و یا دواپلی بررسی شده است. در این پژوهش مدل ترکیبی از متغیرها به‌صورت یکپارچه در قالب دو استراتژی حلقه باز و حلقه بسته ارائه شده که با سایر پژوهش‌ها در این حوزه، متفاوت است.

## ۳. روش‌شناسی پژوهش

**تعریف مسئله در مطالعه موردی.** حمل‌ونقل هوایی از امور زیربنایی و خدمات در هر کشوری محسوب می‌شود و نقش مهمی در اقتصاد، فرهنگ و تعاملات بین‌المللی کشور دارد. در ایران بر اساس آمار رسمی فعالیت‌های مستقیم حمل‌ونقل بیش از ۱/۹ درصد تولید ناخالص ملّی و ۱۵ درصد کل سرمایه ناخالص در ماشین‌آلات و لوازم کسب‌وکار و حدود ۳ میلیون نفر از شاغلان کشور را به خود اختصاص داده است. صنعت حمل‌ونقل هوایی در ایران یکی از صنایعی است که در دهه‌های اخیر دست‌خوش سیاست‌های خصوصی‌سازی شده است. تغییرات ساختار و خصوصی‌سازی در این صنعت موجب به‌وجودآمدن شمار زیادی از شرکت‌های ارائه‌دهنده خدمات هوایی (ایرلاین‌ها) در بازار مربوطه شده که پیامد این حضور، تشدید رقابت میان آن‌ها است. بی‌شک رقیب هر شرکت ایرلاین شرکت دیگری است که در همان حوزه به کسب‌وکار مشغول است. ساختار بازار شرکت‌های هوایی در ارائه خدمات مسافری به مسافران یک خط پروازی (با مبدأ و مقصد مشخص) شبیه ساختار انحصار چندوجهی (الیگوپلی) است. فرض کنید $N$ شرکت هوایی اقدام به ارائه خدمات پروازی در یک مسیر مشخص (مانند تهران ـ مشهد) در ایام مختلف سال می‌کنند.

با توجه به تعدد رقبا و مشتریان بالقوه زیاد در بازار، ساختار این بازار، الیگوپلی است. هر یک از این شرکت‌ها تلاش می‌کند با اتخاذ تصمیم مناسب در مورد متغیرهایی مانند مقدار عرضه (صندلی در ماه) و میزان تبلیغات، مسافران بیشتری را به خود اختصاص دهد و سود خود را در بازار حداکثر کند. بدون شک تصمیم‌گیری در مورد مقدار عرضه خدمات و میزان تبلیغات علاوه بر اینکه برای هر شرکت هزینه دارد و بر موفقیت آن در بازار مؤثر است، تابع تصمیم‌های رقبا در بازار است. اگر تمام شرکت‌ها راهبرد خود را بر افزایش مقدار خدمات، به‌شرط یکسان‌بودن سایر متغیرها، قرار دهند، همه آن‌ها سود موردانتظار خود را به‌دست نخواهند آورد؛ بنابراین باید قبل از اتخاذ تصمیم مناسب نسبت به تحلیل بازار و حرکت رقبا اقدام کنند.

فرض می‌شود هر ایرلاین می‌تواند برای پاسخ به تقاضای مشتریان تعداد پرواز بیشتری در ماه به مسیر موردنظر اختصاص دهد. مسیر پروازی از نوع مستقیم و بدون توقف است. کلاس همه پروازها نیز متجانس است. هزینه خدمات فرودگاهی، یارانه و مالیاتی که دولت به ایرلاین‌ها می‌پردازد، برای همه یکسان است؛ بنابراین مسئله عبارت است از: تعیین سیاست‌های یک ایرلاین در بازار رقابتی با موضوع تعیین سطوح بهینه تعداد پرواز (صندلی عرضه‌شده) و هزینه‌های تبلیغات با هدف بهینه‌کردن سود شرکت، درحالی‌که شرکت‌ها در زمان پیوسته $t \in [0,\infty)$ با یکدیگر در بازار رقابتی الگوپلی در رقابت هستند.

**مدل‌سازی مسئله.** فرض کنید شرکت خدمات هوایی $i$ $(i=1, 2,\ldots,N)$ در لحظه $t$ $(t \geq 0)$ مقدار خدمات یا کالای مشخصی برابر $q_i(t)$ را در بازار انحصار چندجانبه عرضه کند. در این مسئله می‌توان واحد زمان را یک روز فرض کرد (تحلیل بازار در تعداد روزهای بی‌نهایت، همان مفهوم زمان پیوسته را دارد) و $q_i(t)$ می‌تواند تعداد صندلی عرضه‌شده در روز $t$ام باشد که در مسیر پروازی موردمطالعه توسط شرکت خدمات هوایی $i$ام برنامه‌ریزی می‌شود. این متغیر یکی از متغیرهای تصمیم شرکت است که باید رفتار آن در طول زمان و در رابطه با تصمیم سایر رقبا تحلیل و تعیین شود. مطابق پژوهش فرشمن و کامین (۱۹۸۷)، سیمن و تاکایاما (۱۹۷۸)، دانگ و همکاران (۲۰۰۹) و دلبونو و لامبرتینی (۲۰۱۶) کل هزینه‌های هر شرکت در بازار انحصار رقابتی چندجانبه، تابعی از مقدار عرضه ($q_i(t)$) و مطابق رابطه ۲، برآورد می‌شود [۹، ۱۰، ۱۵، ۳۸].

$$C_i(t) = cq_i(t) - \frac{1}{2}q_i(t)^2 \quad ;0 < c < a\ ,\ i = 1,\ldots, N \qquad (۲)$$

که در آن $C_i(t)$ کل هزینه‌های تولید یا عرضه کالا توسط شرکت $i$ در زمان $t$ است. $c$ و $a$ پارامتری‌های ثابتی هستند که تابع صنعت و اندازه بازار موردمطالعه است. پارامتر $a$ اندازه بازار را نشان می‌دهد، بر اساس تعریف، حجم بازار، سنجه‌ای برای تعیین ارزش کل یک بازار مشخص است. این ارزش بازار برای یک دوره زمانی مشخص (عموماً یک سال) و بر اساس تعداد و یا ارزش ریالی بیان می‌شود. در این مطالعه $a$ نشان‌دهنده حداکثر تعداد صندلی قابل‌عرضه توسط شرکت در مسیر موردنظر در سال است. علاوه بر هزینه‌های تولید هر شرکت، لازم است تابع برآورد هزینه‌های تبلیغات شرکت‌ها تابع زمان نیز حاصل شود.

ژائو و همکاران (۲۰۰۹) و پیگا (۲۰۰۰) تابع درجه دو $C_{Ai}(t) = 1/2\, wA_i(t)^2$ را برای این منظور پیشنهاد داده‌اند. $C_{Ai}(t)$، هزینه تبلیغات شرکت $i$ در زمان $t$ در بازار الیگوپلی است [۳۲، ۴۵]. در این رابطه پارامتر $w$ اثربخشی تبلیغات را اندازه می‌گیرد و $A_i$ متغیر تصمیم سطح

تبلیغات شرکت $i$ام در زمان است. پارامتر $w$ به سیاست‌های دولت در برنامه تبلیغات، برای مثال به اثراتی که مالیات بر تبلیغات می‌گذارد، بستگی داشته و رابطه مستقیمی با هزینه‌های تبلیغاتی دارد. برای محاسبه تابع سود هر شرکت در لحظه $t$ ($\pi_i(t)$) باید تابع هزینه‌های شرکت از درآمدهای آن کسر شود. تابع درآمد در زمان $t$ نیز از حاصل‌ضرب مقدار تولید یا عرضه ($q_i(t)$) در قیمت هر واحد محصول در زمان $t$ در بازار ($P(t)$) حاصل خواهد شد [۱۱، ۲۵، ۱۵، ۳۹، ۳۵]؛ بنابراین درآمدهای شرکت $i$ در بازار الیگوپلی در زمان $t$ مطابق رابطه ۳، خواهد بود که بخش اول آن نمایانگر درآمد شرکت موردنظر و بخش دوم شامل هزینه‌های کل تولید و تبلیغات شرکت است.

$$\pi_i(t) = q_i(t)P(t) - (C_i(t) + C_{Ai}(t)) \qquad (۳)$$

با جایگزینی رابطه ۲، در رابطه ۳، خواهیم داشت:

$$\pi_i(t) = q_i(t).\left(P(t) - c - \frac{1}{2}q_i(t)\right) - \frac{1}{2}wA_i^2(t) \qquad (۴)$$

تابع سود هر شرکت در رابطه ۴، علاوه بر آنکه به میزان تولید شرکت و هزینه‌های تبلیغات وابسته است، تابعی از قیمت کالا در زمان $t$ در بازار ($P(t)$) نیز است. امروزه رقابت در فضایی پویا و متغیر صورت می‌پذیرد. قیمت با توجه به میزان تبلیغات و مقدار کالاهای عرضه‌شده رقبا در بازار دائماً در نوسان است؛ ازاین‌رو در چنین بازار کسب‌وکاری، قیمت به‌عنوان متغیر وضعیت نمایش داده می‌شود. آهنگ تغییرات قیمت هر نوع کالا و یا خدمات در بازار در زمان $t$ ($\dot{P}(t)$) را برابر اختلاف قیمت متصور ($\hat{P}(t)$) و قیمت جاری ($P(t)$) مطابق رابطه ۵، در نظر می‌گیرند [۳۹].

$$\frac{dP(t)}{dt} = \dot{P}(t) = s.\{\hat{P}(t) - P(t)\} \qquad (۵)$$

در زمان $t$، تقاضای بازار برای محصول یا خدمت موردنظر، مقدار قیمت متصور را تعیین می‌کند. عموماً قیمت متصور با قیمت جاری متفاوت است و چون قیمت چسبنده است و تمایلی به تغییر ندارد، نرخ تغییر قیمت به کمک تابع ۵، برآورد می‌شود. رابطه ۵، نشان می‌دهد نرخ تعدیل قیمت در هر زمان $t$ به اختلاف دو مقدار قیمت جاری و متصور وابسته است که سرعت

این تعدیل توسط ضریب $s$ تعیین می‌شود $(0<s<1)$. مقدار این ضریب به شرایط بازار و تقاضای مشتریان که تابع خواسته‌ها و تمایلات آن‌ها است، بستگی دارد. برای مثال اگر مشتریان از خدمات شرکت‌های هوایی ارائه‌دهنده خدمات رضایت نداشته باشند، بلافاصله قیمت به قیمت متصور می‌رسد؛ بنابراین در این شرایط $s$ مقدار پایینی خواهد بود. لامبرتینی و سلینی (۲۰۰۴، ۲۰۰۷)، سیمان و تاکایاما (۱۹۷۸)، فرشمن و کامین (۱۹۸۷)، ژائو و همکاران (۲۰۰۹) و پیگا (۲۰۰۰) قیمت متصور برای هر نوع کالا یا خدمات را تابع مقدار عرضه در بازار می‌دانند و آن را به‌صورت زیر محاسبه می‌کنند [۶، ۷، ۳۸، ۱۵، ۴۵، ۳۲].

$$\hat{P}(t)=a-Bq_i(t)-\zeta\sum_{j\neq i}^{N}q_j(t)+\alpha\left(A_i(t)+\sum_{j\neq i}^{N}A_j(t)\right) \qquad (۶)$$

همان‌طور که بیان شد، $a$ نمایانگر اندازه و حجم بازار است. $\zeta$ درجه جایگزینی خدمات ارائه‌شده را نمایش می‌دهد. اگر $\zeta=0$، خدمات مستقل هستند و هر شرکت به‌طور مستقل (مونوپلی) فعالیت می‌کند و اگر $\zeta=B$، خدمات به‌طور کامل قابل‌جایگزینی هستند و ساختار رقابتی الیگوپلی به‌دست می‌آید. ضریب $\alpha$ تأثیر فعالیت‌های تبلیغاتی بر قیمت را کنترل می‌کند. با جایگذاری رابطه ۶ در رابطه ۵، رابطه ۷، به‌دست می‌آید:

$$\dot{P}(t)=s\left(a-Bq_i(t)-\zeta\sum_{j\neq i}^{N}q_j(t)+\alpha\left(A_i(t)+\sum_{j\neq i}^{N}A_j(t)\right)-P(t)\right) \qquad (۷)$$

مقایسه رابطه‌های ۱ و ۷، نشان می‌دهد که متغیر وضعیت در فاصله کوتاهی از زمان حال (قیمت) به قیمت حال حاضر بازار ($P(t)$)، تصمیم تولیدکننده ($q_i(t)$ و $A_i(t)$) و تصمیم رقبا ($\sum_{j\neq i}^{N}A_j(t)$ و $\sum_{j\neq i}^{N}q_j(t)$) وابسته است.

در مطالعه موردی این پژوهش، تابع سود شرکت هواپیمایی $i$ام در زمان $t$ ($\pi_i(t)$) مطابق رابطه ۴، خواهد بود که تابعی از متغیرهای تصمیم مقدار عرضه (صندلی) در دوره یا زمان $t$ یا $q_i(t)$، مقدار هزینه تبلیغات یا $A_i(t)$ و قیمت یک سفر در مسیر موردنظر در دوره $t$ ($P(t)$) است. اثر تصمیم رقبا بر تابع منفعت یک شرکت در متغیر قیمت یا $P(t)$ نهفته است؛ بنابراین تابع قیمت عرضه در هر دوره از تابع ۷، برآورد می‌شود. با توجه به مفروضاتی که بیان شد، هدف هر شرکت هوایی بیشینه‌کردن سود خود در تمامی زمان‌ها ($t\in[0,\infty)$) است. به‌دلیل پیوسته‌بودن تابع هدف ($\pi_i(t)$)، جمع تابع سود در تمامی ادوار مختلف برای شرکت $i$ ($J_i$) برابر

انتگرال تابع سود در بازه زمانی صفر تا بی‌نهایت مطابق رابطه ۸، خواهد بود. متغیرهای تصمیم این تابع هدف، صندلی عرضه‌شده در هر دوره و هزینه‌های تبلیغات در مسیر موردنظر است. در تابع هدف ۸، ضریبی به‌عنوان عامل تنزیل با مقدار $e^{-\rho t}$ در سود انتظاری دوره $t$ ضرب شده است که نشان می‌دهد بازیکنان یا شرکت موردنظر تا چه حد زیان‌های آینده را تعدیل می‌کنند. در حقیقت عامل $e^{-\rho t}$، سود آتی را در زمان پیوسته کاهش می‌دهد؛ زیرا تنزیل روشی است برای تخمین ارزش حال یا ارزش فعلی جریان وجوه نقدی که در زمان‌بندی مشخصی در آینده قابل‌دریافت هستند. مقدار $\rho$، نرخ تنزیل است و در این پژوهش به‌منظور تسهیل در محاسبات برای تمام بازیکنان ثابت و یکسان در نظر گرفته می‌شود.

$$\underset{(q_i(t),A_i(t))}{Max} \quad J_i = \int_0^{\infty} e^{-\rho t}\pi_i(t).dt \tag{۸}$$

$$S.t.$$

$$\dot{P} = \frac{dP(t)}{dt} = \tag{۹}$$

$$s\left(a - Bq_i(t) - \zeta\sum_{j\neq i}^{N} q_j(t) + \alpha\left(A_i(t) + \sum_{j\neq i}^{N} A_j(t)\right) - P(t)\right),$$

$$P(0) = P_0 > 0, \quad A(0) = A_0 > 0, P(t) \geq 0,$$

$$i \in \{1, 2, \ldots N\}, t \geq 0 \tag{۱۰}$$

تابع هدف باید تحت محدودیت‌های ۹ و ۱۰، بهینه شوند. در محدودیت ۹، متغیر وضعیت در بازی پویای پیوسته تعریف شده است. در محدودیت ۱۰، مشخص شده که قیمت واحد محصول یا خدمت و مقدار تبلیغات در زمان حال به ترتیب برابر $P_0$ و $A_0$ است.

## ٤. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این بخش مقادیر بهینه دو متغیر مقدار عرضه و تبلیغات یک شرکت در یک بازار الیگوپلی با دو ساختار اطلاعاتی حلقه باز و حلقه بسته تعیین شده است.

**حل بازی با ساختار اطلاعات حلقه باز.** بازی‌های پویا (گسسته یا پیوسته) در دو قالب ساختار اطلاعاتی حلقه باز و حلقه بسته، ارزیابی می‌شوند. در بازی پویا با ساختار اطلاعاتی حلقه باز، بازیکنان هم‌زمان متعهد به انجام یکسری راهبردهای مشخص می‌شوند؛ یعنی بازیکنان تنها وضعیت اولیه از بازی در زمان $t \in [0,T]$ را می‌دانند و نسبت به وضعیت جاری سیستم در حین

بازی بی‌توجه هستند. درحقیقت بازی با ساختار اطلاعات حلقه باز به این معنا است که بازیکنان به‌طور هم‌زمان متعهد به یک استراتژی خاص از بازی می‌شوند و هر بازیکن تنها وضعیت اولیه از بازی را می‌داند و در این نوع از بازی، هر بازیکن رفتارهای حال و آینده رقیب خود را داده شده فرض می‌کند.

**قضیه ۱.** مقدار بهینه عرضه و تبلیغات یک شرکت در بازی پویا در بازار الیگوپلی با ساختار اطلاعاتی حلقه باز اگر تمام شرکت‌ها مشابه و همسان در نظر گرفته شوند از روابط ۱۱ و ۱۲، به‌دست می‌آید.

$$q^{op}=\frac{(a-c)(s+\rho)w}{\left(\left((N-1)\zeta+1+2B\right)s+\left((N-1)\zeta+1+B\right)\rho\right)w-\alpha^2 sN} \qquad (۱۱)$$

$$A^{op}=\frac{(a-c)s\alpha}{\left(\left((N-1)\zeta+1+2B\right)s+\left((N-1)\zeta+1+B\right)\rho\right)w-\alpha^2 sN} \qquad (۱۲)$$

**اثبات.** برای بهینه‌کردن تابع هدف ۸، با توجه به تنها محدودیت ۹، از روش لاگرانژ استفاده می‌شود. در این روش محدودیت با ضریبی به تابع هدف منتقل می‌شود؛ بنابراین مسئله به بهینه‌سازی یک تابع به نام «تابع هامیلتونی»[1] به‌شرح رابطه ۱۳، تبدیل می‌شود.

$$\begin{aligned}H_i(t)&=e^{-\rho t}\left\{q_i(t).\left(P(t)-c-\frac{1}{2}q_i(t)\right)-\frac{1}{2}wA_i(t)^2\right\}\\&+\lambda_i(t)s\left(a-Bq_i(t)-\zeta\sum_{j\neq i}^{N}q_j(t)+\alpha\left(A_i(t)+\sum_{j\neq i}^{N}A_j(t)\right)-P(t)\right)\end{aligned} \qquad (۱۳)$$

در این معادله، متغیر $\lambda_i(t)$ (متغیر روش لاگرانژ) به‌عنوان متغیر هم‌وضعیت[2] تعریف شده و مقدار آن $\lambda_i(t)=\mu_i(t)e^{-\rho t}$ فرض می‌شود که درحقیقت ارزش نهایی یک واحد اضافی سرمایه در زمان $t$ است [۲۸]. به‌عبارتی این متغیر نشان می‌دهد که اگر مقدار محدودیت تغییر کند، مقدار مطلوب تابع هدف به‌اندازه ضریب لاگرانژ تغییر می‌کند. در مفهوم اقتصادی ضریب لاگرانژ به‌معنای تغییر در مطلوبیت کل به‌ازای یک واحد تغییر در درآمد است. روش متعارف برای

1. Hamiltonian
2. Co-state

تعیین مقدار بهینه متغیرهای $A_i(t)$ و $q_i(t)$ ، استفاده از مشتق مرتبه اول تابع ۱۳، نسبت به هر یک از متغیرهای تصمیم است (طبق اصل بیشینه‌سازی پنتریاگین)؛ بنابراین مشتق مرتبه اول $H_i(t)$ نسبت به $q_i$ و $A_i$ محاسبه می‌شود و برابر صفر قرار می‌گیرد. سومین مشتق اخذشده در رابطه ۱۴، مربوط به شرایط حلقه باز است [۲۵، ۱۱]؛ بنابراین:

$$
\begin{aligned}
&(i) \quad \frac{\partial H_i(t)}{\partial q_i(t)} = 0 \\
&(ii) \quad \frac{\partial H_i(t)}{\partial A_i(t)} = 0 \\
&(iii) \quad -\frac{\partial H_i(t)}{\partial P(t)} = \rho\lambda_i(t) - \frac{d\,\lambda_i(t)}{dt}
\end{aligned}
\qquad (۱۴)
$$

محاسبه مشتق‌های روابط ۱۴، و حل دستگاه معادلات حاصل منجر به دستیابی به روابط ۱۱ و ۱۲، می‌شود. جزئیات اثبات قضیه در پیوست ۱، ارائه شده است. چنانچه همه شرکت‌ها در بازار الیگوپلی مقدار تولید و تبلیغات خود را بر اساس روابط ۱۱ و ۱۲ تنظیم کنند، قیمت تعادلی در بازار برابر رابطه ۱۵، خواهد بود. اثبات این رابطه نیز در پیوست ۱، ارائه شده است.

$$
P^{op}(\mathrm{t}) = \frac{\Big(\big(c(N-1)\zeta + Bc + a(1+B)\big)s + \big(c(N-1)\zeta + Bc + a\big)\rho\Big)w - \alpha^2 sNc}{\Big(\big((N-1)\zeta + 1 + 2B\big)s + \big((N-1)\zeta + 1 + B\big)\rho\Big)w - \alpha^2 sN} \qquad (۱۵)
$$

**بازی دیفرانسیلی با اطلاعات حلقه بسته.** در این بخش مقدار بهینه متغیرهای تصمیم در مدل ریاضی ۸ تا ۱۰، با فرض استراتژی حلقه بسته تعیین می‌شود. همان‌طور که اشاره شد، در ساختار اطلاعاتی حلقه بسته بازیکنان رفتارهای خود را بر اساس وضعیت اولیه سیستم تا وضعیت کنونی سیستم و زمان حال شکل می‌دهند. به این استراتژی لقب «بی‌حافظه» نیز داده شده است [۱۶]. مقدار بهینه متغیرها در این ساختار مطابق قضیه ۲، محاسبه می‌شود.

**قضیه ۲.** مقدار بهینه عرضه و تبلیغات یک شرکت در بازی پویا در بازار الیگوپلی با ساختار اطلاعاتی حلقه بسته از روابط ۱۶ تا ۱۸، به‌دست می‌آید.

$$q^{CL}(t)=\frac{w\Big(\big(1+\zeta\big(N-1\big)\big)s+\rho\Big)\big(a-c\big)}{\varpi} \qquad (۱۶)$$

$$A^{Cl}(t)=\left(\frac{\alpha s\big(a-c\big)}{\varpi}\right) \qquad (۱۷)$$

به‌طوری‌که:

$$\varpi=\left(\begin{matrix}\Big(\big(N-1\big)^2\zeta^2+\big(N-1\big)\big(2+B\big)\zeta+1+2B\Big)s+\\ \big(\zeta\big(N-1\big)+1+B\big)\rho\end{matrix}\right)w-\alpha^2 sN \qquad (۱۸)$$

**اثبات.** همان‌طور که در استراتژی حلقه باز مشاهده شد، برای یافتن مقادیر بهینه باید از تابع همیلتون ۱۳، نسبت به متغیرهای کنترلی و وضعیت، مشتق گرفته شود که در رابطه ۱۹، مشاهده می‌شود. تنها تفاوتی که این قضیه نسبت به قضیه قبل دارد، مشتق‌هایی است که از تابع همیلوتونی ۱۳، نسبت به متغیر وضعیت (قیمت) گرفته می‌شود. برای محاسبه مقدار بهینه متغیر وضعیت در این ساختار از مشتق زیر استفاده می‌شود [۱۲].

$$\begin{aligned}&\text{(i)}\quad \frac{\partial H_i(t)}{\partial q_i(t)}=0\\ &\text{(ii)}\quad \frac{\partial H_i(t)}{\partial A_i(t)}=0\\ &\text{(iii)}\quad -\frac{\partial H_i(t)}{\partial P(t)}-\sum_{j\neq i}\frac{\partial H_i(t)}{\partial q_j(t)}\frac{\partial q_j^{CL}(t)}{\partial P(t)}-\sum_{j\neq i}\frac{\partial H_i(t)}{\partial A_j(t)}\frac{\partial A_j^{CL}(t)}{\partial P(t)}=\rho\lambda_i(t)-\frac{d\,\lambda_i(t)}{dt}\end{aligned} \qquad (۱۹)$$

محاسبه مشتق‌های ۱۴ و ۱۹ و حل دستگاه معادلات مربوط به آن‌ها مطابق پیوست ۲، به اثبات قضیه منجر می‌شود؛ همچنین مطابق اثبات ارائه‌شده پیوست ۲، قیمت تعادلی در بازار از رابطه ۲۰، به‌دست خواهد آمد.

$$P^{CL}(t)=\frac{\left(\begin{array}{l}\left(\begin{array}{l}\left(\begin{array}{l}c\left(N-1\right)^{2}\zeta^{2}\\+\left(\left(1+B\right)c+a\right)\left(N-1\right)\zeta+Bc+a\left(1+B\right)\end{array}\right)s\\+\rho\left(c\left(N-1\right)\zeta+a+Bc\right)\end{array}\right)w\\-\alpha^{2}sNc\end{array}\right)}{\varpi} \qquad (۲۰)$$

## اعتبارسنجی و تجزیه‌وتحلیل

**اعتبارسنجی مدل‌ها.** در برخی موارد اعتبار مدل را می‌توان با مثال‌های عددی بر پایه فرضیه‌های معقول، ارزیابی کرد. در مدل‌های ساده زمانی که تریس[1] ماتریس ژاکوبین مثبت و دترمینان[2] آن منفی باشد، به‌عبارتی $tr(\Omega)>0\,,\det(\Omega)<0$، مقادیر به‌دست‌آمده نمایشگر نقطه زینی است [۱۰، ۲۴، ۲۵]. در مدل‌های پیچیده مانند این پژوهش، حد هر یک از متغیرهای وضعیت ( $x$ ) باید مطابق رابطه ۲۱، در هر یک از ساختارهای حلقه باز و حلقه بسته، در شرایط $N\to+\infty$ برابر یک مقدار ثابت یا مقدار صفر شود. از طرف دیگر زمانی که $N=1$ باشد. مقادیر متغیرهای وضعیت در رابطه ۲۲، باید در هر یک از ساختارهای حلقه باز و حلقه بسته با یکدیگر برابر حالت مونوپلی شود [۲۷، ۳۴].

$$\lim_{N\to+\infty}x^{OP}=\lim_{N\to+\infty}x^{CL}=0\ \text{or Constant} \qquad (۲۱)$$

$$x^{OP}\big|_{N=1}=x^{CL}\big|_{N=1}=x^{Monopoly} \qquad (۲۲)$$

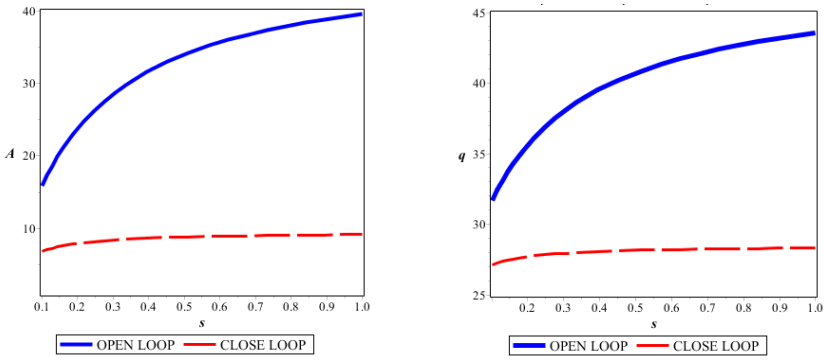
صحت مدل‌های به‌دست‌آمده در پژوهش حاضر با توجه به روابط ۲۳ و ۲۴ در نرم‌افزار Maple 18 بررسی شده و نتیجه زیر حاصل شده است. به‌این‌ترتیب با برقراری شروط ۲۱ و ۲۲، می‌توان از صحت روابط توسعه اطمینان حاصل کرد:

$$\lim_{N\to+\infty}P^{CL}=\lim_{N\to+\infty}P^{OP}=\text{Constant} \qquad (۲۳)$$

$$P^{CL}\big|_{N=1}=P^{OP}\big|_{N=1}=\frac{\left(\left(\left(a+c\right)B+a\right)s+\rho\left(Bc+a\right)\right)w-\alpha^{2}sc}{\left(\left(1+2B\right)s+\rho\left(1+B\right)\right)w-\alpha^{2}s} \qquad (۲۴)$$

1. Trace
2. Determinant

**تجزیه‌وتحلیل مدل‌ها.** پس از حل مدل با استفاده از شبیه‌سازی عددی، رفتار دینامیکی متغیرهای تصمیم ($q_i(t)$ و $A_i(t)$) به‌منظور بررسی اثرات مختلف پارامترهای مدل شامل $s$ و $\zeta$ در بازار رقابتی الیگوپلی در قالب دو سناریو حلقه باز و حلقه بسته، بررسی و مقایسه شده‌اند. مقادیر پارامترهای ذکرشده از پژوهش پیگا (۲۰۰۰) اقتباس شده و به‌صورت زیر تعریف شده است: $B=1, N=3, a=100, c=5, w=1, \rho=0. , \sigma=1, s=1$ [۳۲]. نمودارهای الف و ب در شکل ۱، به‌ترتیب اثر تغییرات پارامتر s (چسبندگی قیمت) بر مقادیر بهینه مقدار عرضه و میزان تبلیغات را نشان می‌دهد.



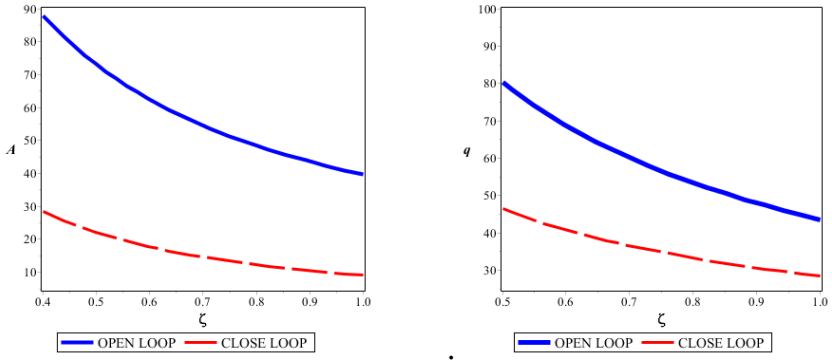

ب- تغییرات هزینه تبلیغات تابعی از s

الف- تغییرات مقدار عرضه تابعی از s

*شکل ۱. تغییرات متغیرهای تصمیم در دو ساختار حلقه باز و حلقه بسته نسبت به پارامتر s*

مطابق نمودارهای الف و ب (در شکل ۱)، هر چه مقدار چسبندگی قیمت کمتر باشد (s افزایش یابد)، مقدار عرضه (صندلی عرضه‌شده) و تبلیغات در هر دو ساختار اطلاعاتی باز و بسته باید افزایش یابد تا به تعادل برسد؛ به‌عبارت‌دیگر در ایامی مانند نوروز که قیمت بلیط در مسیری مانند تهران ـ مشهد میل به افزایش دارد و مسافران راحت‌تر تغییر قیمت‌ها را می‌پذیرند، ایرلاین‌ها برای پوشش تقاضا و جلوگیری از افزایش غیرمنطقی قیمت بلیط در این مسیر می‌توانند تعداد پروازها یا ظرفیت هر پرواز را در کنار افزایش سطح تبلیغات افزایش دهند تا علاوه بر کسب سود به ایجاد ثبات در بازار کمک کنند؛ همچنین بر اساس تحلیل حساسیت انجام‌شده در نمودارهای الف و ب، سطح ارائه خدمات و مقدار تبلیغات در ساختار اطلاعاتی حلقه باز بیشتر از حلقه بسته بوده و همچنین در حلقه باز شیب نرخ رشد دو متغیر تصمیم نسبت به استراتژی حلقه بسته بیشتر است. به‌طورکلی در بازار انحصار چندجانبه میان ایرلاین‌ها با کاهش چسبندگی قیمت‌ها (یا افزایش مقدار $s$) مقدار عرضه و تبلیغات افزایش می‌یابد که منطقی به نظر می‌رسد.

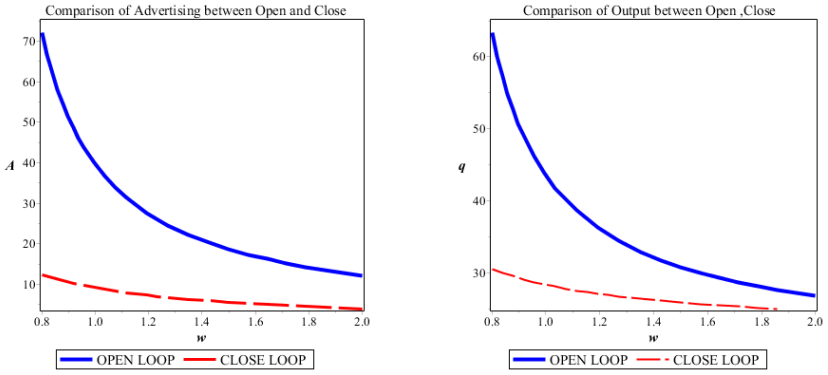
در نمودارهای شکل ۲، تغییرات متغیرهای تصمیم نسبت به تغییرات نرخ جانشینی خدمات یا پارامتر $\zeta$ نشان داده شده است. پارامتر $\zeta$ در این مطالعه را می‌توان تعداد خطوط جایگزین پرواز توسط هر ایرلاین در نظر گرفت.




ب- تغییرات هزینه تبلیغات تابعی از $\zeta$ الف- تغییرات مقدار عرضه تابعی از $\zeta$

*شکل ۲. تغییرات متغیرهای تصمیم در دو ساختار حلقه باز و حلقه بسته نسبت به پارامتر $\zeta$*

فرض کنید برای شهرهای تهران و مشهد، در روزهای پنجشنبه در ساعات مشخصی، سه پرواز مختلف با کلاس‌های مختلف خدماتی ارائه شود. ایرلاین‌ها به کمک این دسته‌بندی‌ها می‌توانند خدمات مختلف را با قیمت‌های متفاوتی به مسافران عرضه کنند. با توجه به تأثیر نرخ جایگزینی بر مقدار عرضه در نمودار الف از شکل ۲، می‌توان نتیجه گرفت که هر چه درجه جایگزینی میان خدمات بیشتر شود، درحقیقت تفاوت میان ماهیت خدمات کمتر می‌شود و میزان تقاضا برای هر یک از پروازها کمتر می‌شود و مسافران در زمان تصمیم‌گیری با تنوع انتخاب روبه‌رو می‌شوند و متعاقباً نرخ استفاده مسافران از همه پروازهای مشابه در یک مسیر و زمان خاص کاهش می‌یابد؛ درنتیجه مقدار تعادلی خطوط پرواز همان‌طور که در این نمودار نشان داده شده است، باید کاهش یابد. با افزایش تنوع خدمات، ایرلاین‌ها علاقه‌مند هستند تبلیغات خود را برای این دسته از خدمات که تفاوت زیادی با یکدیگر ندارند، کاهش دهند؛ درنتیجه در نمودار ب از شکل ۲، واضح است که به‌منظور ایجاد تعادل، رقبا باید سیاست خود را به سمت کاهش سطح تبلیغات پیش ببرند. در این بازار الیگوپلی هنگامی که برای هر مسیر پروازهای جایگزین و یا متنوعی ارائه داده می‌شود، برای ایجاد تعادل هرچقدر میزان تنوع خدمات بیشتر می‌شود، میزان خطوط پرواز ارائه‌شده و سطح تبلیغات کاهش می‌یابد.




الف- تغییرات مقدار عرضه تابعی از $w$ ب- تغییرات هزینه تبلیغات تابعی از $w$

*شکل ۳. تغییرات متغیرهای تصمیم در دو ساختار حلقه باز و حلقه بسته نسبت به پارامتر $w$*

مطابق نمودار الف در شکل ۳، هر چه $w$ بیشتر باشد، هزینه تبلیغات رو به افزایش است و بازده تبلیغاتی، روندی کاهشی دارد؛ درنتیجه شرکت‌های ایرلاین در این شرایط باید میزان خدمات، تعداد و یا ظرفیت پروازهای خود را کاهش دهند یا تعدیل کنند. درحقیقت زمانی که هزینه تبلیغاتی بازده‌ای نداشته باشد، متعاقباً ایرلاین‌ها میزان ارائه خدمات را کاهش می‌دهند؛ درنتیجه هرچه عملکرد تبلیغات ضعیف‌تر باشد، راهبرد به سمت کاهش سطح تعادلی ظرفیت پرواز است. طبق نمودار الف در شکل ۳، میزان هزینه صرف‌شده تبلیغاتی در شرایط حلقه باز بیشتر از حلقه بسته است؛ به عبارتی بار مالی در استراتژی حلقه باز بیشتر از استراتژی حلقه بسته است. در نمودار ب در این شکل هرچه میزان $w$ بیشتر باشد به معنای رو به افزایش بودن سطح هزینه تبلیغاتی است، درحالی‌که میزان کارایی تبلیغات کمتر است؛ درنتیجه در این شرایط شرکت‌های خدمات هوایی با توجه به بی‌فایده‌بودن هزینه‌های تبلیغاتی، سطح تبلیغات را کاهش می‌دهند که این واکنش به شرایط تعادل منجر می‌شود. در نمودار ب نیز میزان هزینه صرف‌شده تبلیغاتی در شرایط حلقه باز بیشتر از حلقه بسته است.

**یافته‌های مدیریتی.** ازآنجاکه تصمیم‌گیری و تعیین مقدار مناسب متغیرهایی مانند میزان تولید و یا قیمت عرضه محصولات و خدمات در بازار رقابتی بر عملکرد و سود شرکت‌ها تأثیر می‌گذارد، ابزار تحلیلی مناسب برای کمک به مدیران ضروری است. شرکت‌هایی مانند شرکت‌هایی هواپیمایی همانند بازیکنان چندین تیم با یکدیگر تعامل‌های پیچیده‌ای دارند، به‌گونه‌ای که تصمیم‌گیری‌های مدیران این سازمان‌ها متأثر از رفتار رقبا است و تصمیم آن‌ها بر رفتار رقبا تأثیر می‌گذارد. نظریه بازی‌ها مدلی را ارائه می‌دهد که به کمک آن می‌توان راهبردهای مختلف را با یکدیگر مقایسه و نتیجه کنش‌ها و واکنش‌های آن‌ها را پیش‌بینی کرد. نتایج این پژوهش به‌عنوان یک کاربرد نظریه بازی‌ها در تحلیل بازار رقابتی نشان می‌دهد که

نظریه بازی‌ها می‌تواند دریچه‌ای جدید برای تصمیم‌های مدیریت تولید و تبلیغات باشد و برای به‌دست‌آوردن نتیجه واقعی‌تر می‌توان به تأثیر عوامل مؤثر در رقابت، همانند مقدار چسبندگی قیمت، بازده تبلیغاتی مقدار بهینه عرضه محصول و تبلیغات توجه کرد و تعامل شرکت‌ها را در این نوع مدل‌سازی‌ها، لحاظ نمود. بر اساس نمودارهای شکل‌های ۱، ۲ و ۳ می‌توان نتیجه گرفت که هر چقدر مطالعات پیرامون موضوع تصمیم‌گیری بیشتر و بروزتر باشد، نتایج تصمیم قابل‌اعتمادتر است؛ به‌عبارت‌دیگر اتخاذ راهبرد حلقه بسته توسط مدیران شرکت‌های هواپیمایی، بار مالی کمتر و سودآوری بیشتری برای آن‌ها خواهد داشت.

## ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

تعیین مقدار بهینه متغیرهای تصمیم، مانند میزان عرضه کالا و هزینه‌های تبلیغاتی در بازارهای انحصار چندجانبه یا الیگوپلی با درنظرگرفتن تصمیم‌های رقبا موضوع این پژوهش است. در این پژوهش دو مدل بهینه‌سازی بر اساس نظریه بازی‌های پویا در ساختارهای اطلاعاتی باز و بسته برای کمک به تصمیم‌گیرندگان شرکت‌های هواپیمایی ارائه شد. با استفاده از مقادیر بهینه ارائه‌شده در این پژوهش، شرکت‌هایی مانند ایرلاین‌ها قادر هستند در بازارهای الیگوپلی با توجه به پارامترهایی مانند اندازه بازار، مقدار چسبندگی قیمت، بازده تبلیغاتی مقدار بهینه عرضه محصول و تبلیغات شرکت خود را پیرامون محصول موردنظر تحت دو سناریوی ساختار اطلاعاتی حلقه باز و حلقه بسته تعیین کنند. اعتبار روابط ارائه‌شده در شرایط حدی بررسی شده و نشان داده شده است که اگر در روابط تعداد شرکت‌های رقیب برابر مقدار یک قرار داده شود، نتایج تحلیل بازار منوپلی حاصل می‌شود.

تحلیل حساسیت روابط ارائه شده نسبت به پارامترهای بازار، مانند مقدار چسبندگی قیمت، نرخ جایگزینی و بازده تبلیغاتی با توجه به هزینه تبلیغ کالا و خدمات بررسی شده است. نتایج شبیه‌سازی‌ها نشان می‌دهد که در ساختارهای اطلاعاتی حلقه باز و حلقه بسته با افزایش قیمت چسبنده، مقادیر بهینه عرضه و تبلیغات روند صعودی دارند؛ اما با افزایش درجه جایگزینی محصول یا خدمت در بازار، مقدار بهینه عرضه و تبلیغات در هر دو ساختار اطلاعاتی روند کاهشی دارد؛ همچنین کاهش بازده تبلیغاتی، بار مالی فعالیت‌های تبلیغاتی را به‌همراه دارد که به‌منظور ایجاد سطح تعادل در بازار رقابت و در هر دو ساختار اطلاعاتی باید مقدار بهینه عرضه و تبلیغات روندی کاهشی داشته باشد.

از طرفی با توجه به نمودارهای به‌دست‌آمده از مدل، نتایج نشان می‌دهد که استراتژی حلقه باز معمولاً بار مالی بیشتری در نیل به اهداف شرکت‌ها ایجاد می‌کند؛ به‌عبارتی استراتژی حلقه باز در این مطالعه معمولاً بیشترین سطح را در میزان خروجی، تبلیغات و قیمت نسبت به استراتژی حلقه بسته در شرایط تعادل با توجه به پارامترهای یادشده نتیجه می‌دهد.

طبق اصول رقابت در استراتژی حلقه باز، زمانی که شرکت‌های موجود در یک بازار الیگوپلی در همه مقاطع رقابت با یکدیگر به هیچ توافق و اصولی پایبند نباشند و فقط طبق قوانین مشخص‌شده در ابتدای رقابت با یکدیگر به تعامل بپردازند، بار مالی زیادی را متحمل می‌شوند که تأثیر منفی بر سود آن‌ها خواهد گذاشت. در این مطالعه شرایط هر شرکت با رقبای آن یکسان و متقارن در نظر گرفته شده است؛ درحالی‌که می‌توان در مطالعات آتی شرکت‌ها را ناهمگن در نظر گرفت؛ همچنین می‌توان مدل‌های یادشده را در قالب نظریه بازی‌ها با رویکرد رهبر ـ پیرو نیز توسعه داد.

## منابع


1. Abdoli, G. (2012). *Game theory and its applications*, Third Edition. Tehran, Iranian Student Book Agency (In Persian).

2. Barati, M. (2017). The Effect of Supply Chain Relationship Management on the Competitiveness of Small and Medium Enterprises of Automobile Industry, *Industrial Management Perspective*, *7(26)*, 123-141 (In Persian).

3. Cellini, R. & Lambertini, L. (2002). A differential game approach to investment in product differentiation, *Journal of Economic Dynamics and Control, 27(1),* 51-62.

4. Cellini, R. & Lambertini, L. (2003). *Capacity accumulation and utilization in a differential duopoly game.* working paper from Dipartimento Scienze Economiche, Universita' di Bologna.

5. Cellini, R. & Lambertini, L. (2003). Advertising in a differential oligopoly game. *Journal of Optimization Theory and Applications, 116(1),* 61-81.

6. Cellini, R. & Lambertini, L. (2004). Dynamic oligopoly with sticky prices: closed-loop, feedback, and open-loop solutions. *Journal of Dynamical and Control Systems, 10(3),* 303-314.

7. Cellini, R. & Lambertini, L. (2007). A differential oligopoly game with differentiated goods and sticky prices. *European Journal of Operational Research, 176,* 1131-1144.

8. Dastgerdi Yeganeh, V. (2010). Game Theory, *Encyclopedia of City Economics*, 8, 134-140 (In Persian).

9. Delbono, F. & Lambertini, L. (2016). Ranking Bertrand, Cournot and supply function equilibria in oligopoly. *Energy Economics, 60,* 73-85.

10. Dong, L., Narasimhan, C. & Zhu, K. (2009). Product line pricing in a supply chain. *Management Science, 55 (10),* 1704-1717.

11. Dragone, D., Lambertini, L. & Palestini, A. (2011). On the feedback solution of a differential oligopoly game with capacity adjustment. *IFAC Proceedings, 44,* 6795-6799.

12. Driskill, R. & McCafferty, S. (1989). Dynamic duopoly with adjustment costs: A differential game approach. *Journal of Economic Theory*, 69, 324–338.

13. Faraji Dizaji, S. (2010). *Microeconomic theory*, Iran University of Economic Science, Tehran.

14. Faruqi, F.A. (2017). *Differential Game Theory with Applications to Missiles and Autonomous Systems Guidance.* John Wiley & Sons Ltd.

15. Fershtman, C. & Kamien, M. I. (1987). Dynamic duopolistic competition with sticky prices, *Econometrica*, 55: 1151-1164.

16. Friesz. T. L. (2010). *Dynamic Optimization and Differential Games.* Springer US.

17. Grauberger, W. & Kimms, A. (2016). Airline revenue management games with simultaneous price and quantity competition. *Computers & Operations Research, 75,* 64-75.

18. Grosset, L. & Viscolani, B. (2015). Open-Loop Nash Equilibrium in Erickson's Oligopoly Model. *Nonlinear Analysis and Differential Equations, 4,* 167-172.

19. Hespanha, J. P. (2017). *Noncooperative Game Theory an Introduction for Engineering and Computer Scientists*. Princeton University Press.

20. Hu, G., Wang, L., Chen, Y. & Bidanda, B. (2015). An oligopoly model to analyze the market and social welfare for green manufacturing industry. *Journal of Cleaner Production, 85*, 94–103.

21. Jergensen, S., Dockner, E., Van Long, N. & Sorger, G. (2000). *Differential Games in Economics and Management Science.* Cambridge University Press, 77-91.

22. Khodad Kashi, F., Zaranejad, M. & Usefi Hajiabad, R. (2015). Investigating the interaction between the level of focus, profitability, research and development and advertising in the factories, *The Economic Research, 15(3),* 175-194 (In Persian).

23. Kobayashi, S. (2014). On a Dynamic Model of Cooperative and Noncooperative R and D in Oligopoly with Spillovers. *Dynamic Games and Applications, 5,* 599–61.

24. Lambertini, L. & Mantovani, A. (2006). Identifying reaction functions in differential oligopoly games. *Mathematical Social Sciences, 52 (3),* 252-271.

25. Lambertini, L. & Mantovani, A. (2014). Feedback equilibria in a dynamic renewable resource oligopoly: pre-emption, voracity and exhaustion. *International Journal of Management and Economics, 46,* 134–146.

26. Liang, Z. & Peng, Y. (2016). A game theory based analysis of decision making for green retrofit under different occupancy types. *Journal of Cleaner Production, 137,* 1300-1312.

27. Ma, M., Zuo, Y., Liu, K. & Qi, Y. (2015). Forest Insurance Market Participants' Game Behavior in China: An Analysis Based on Tripartite Dynamic Game Model, *Journal of Industrial Engineering and Management*, 8, 5-7.

28. Mahmoudinia, D., Dallali Esfahani, Engwerda, J. R. & Dastjerdi, R. (2016). Game theory and its role in determining optimal policies and strategic interaction between fiscal and monetary policymakers (Application of differential game theory and stackelberg games), *Quarterly Journal of Applied Economics Studies, 5(18),* 1-34 (In Persian).

29. Milan, M. (1996). *Games, Strategies & Managers: How Managers Can Use Game Theory to Make Better Business Decision.* Oxford University Press, USA, 246.

30. Mosleh Shirazi, A.N. & Khalifeh, M. (2015). Measuring global competitiveness of Iran compared to countries using a two-stage model of data envelopment analysis, *Industrial Management Perspective, 19,* 119-137 (In Persian).

31. Navidi, H. (2010). *An Ordinal Game Theroic Approach for Competitive Multi 50 Criteria Supplier Selection.* International Conference on Future Industrial Engineering and Application, 412-415.

32. Piga, A. (2000). Competition in a duopoly with sticky price and advertising. *International Journal of Industrial Organization, 18,* 595-614.

33. Prasad, A., Sethia, S. P. & Niak, P.A. (2012). Understanding the impact of churn in dynamic oligopoly market. *Automatica, 48(11),* 2882-2887.

34. Raoufinia, M., Baradaran, V. & Shahrjerdi, R. (2018). A Dynamic Differential Game with Sticky Price and Advertising, *Kybernetes* (Impress) doi.org/10.1108/K-02-2018-0067.

35. Runyan, P., Heping, W. & Zhengping. W. (2000). Decision-making of Aircraft Optimum Configuration Utilizing Multi-dimensional Game Theory. *Chinese Journal of Aeronautics, 23,* 194-197.

36. Sethi, S. & Thompson, J. (2006). *Optimal control theory applications to Management Science and Economics*, springer.

37. Shahikitash, M. & Mohammadzadeh, A. (2014). Gain sensitivity of conjecture changes in a multilateral monopoly structure based on the Iwata approach, *Journal of Agricultural Economics and Development*, 28 (3), 272-281 (In Persian).

38. Simaan, M. & Takayama, T. (1978). Game theory applied to dynamic duopoly problems with production constraints. *Automatica.14*, 161-166.

39. Staelin, R. (1986). Channel efficiency, incentive compatibility, transfer pricing, and market structure: an equilibrium analysis of channel relationships. In: Bucklin, L., Carman, J. (Eds.), Research in Marketing, 8, JAI Press, Greenwich, CT, 181-223.

40. Taleizadeh, A. & Mohammadi, R. (2015). Optimizing sales prices and advertising costs in a two-tier supply chain, including a manufacturer and two retailers, *Industrial Management Perspective*, *18*, 107-127 (In Persian).

41. Van Long, N. (2010). *A Survey of Dynamic Games in Economics.* World Scientific Publishing.

42. Wei, W. & Hansen, M. (2007). Airlines' competition in aircraft size and service frequency in duopoly markets. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 43 (4)*, 409-424.

43. Wiszniewska-Matyszkiel, A., Bodnar, M., & Mirota, F. (2014). Dynamic oligopoly with sticky prices: off-steady-state analysis. *Dynamic Games and Applications, 5(4)*, 1-31.

44. Wu, Z. X., Zhang, B.X., Li, S., & Wang, X. (2009). *Dynamic Duopolistic Competition with Sticky Prices and Advertising in Product Differentiation Market: A Feedback Nash Equilibrium.* International Conference on Information Engineering and Computer Science (ICIECS), 19-20 December 2009 1: 1-770, IEEE, Wuhan, China.

45. Xiao, W., Zhang, B., Li, S.; &Wang, X. (2009). *Dynamic Duopolistic Competition with Sticky Prices and Advertising in Product Differentiation Market: A Feedback Nash Equilibrium.* International Conference on Information Engineering and Computer Science, Wuhan, China.

46. Zito, P., Salvo, G. & La Franca, L. (2011). Modelling Airlines Competition on Fares and Frequencies of Service by Bi-level Optimization. *Procedia Social and Behavioral Sciences, 20*, 1080-1089.

**پیوست ۱ (اثبات قضیه ۱):**

برای اثبات قضیه ۱، لازم است مشتق‌های ۱۴ از رابطه ۱۳، محاسبه و در دستگاه معادلات قرار داده شود. به‌این‌ترتیب در معادلات ۱-۱، مشتق‌های مربوطه نسبت به متغیرهای کنترلی (مقدار و تبلیغات) محاسبه شده است.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial H_i(t)}{\partial q_i(t)} = -q_i(t) + P(t) - c - \lambda_i(t)\mathrm{sB} = 0 \\
&\frac{\partial H_i(t)}{\partial A_i(t)} = -wA_i(t) + \lambda_i(t)\mathrm{s}\alpha = 0 \\
&\frac{\partial \lambda_i(t)}{\partial t} = -q_i(t) + s\lambda_i(t) + \rho\lambda_i(t) = 0
\end{aligned} \qquad (۱-۱)$$

از حل معادلات ۱-۱، به‌ترتیب مقادیر متغیرهای تصمیم $A_i(t)$ ، $q_i(t)$ و $\lambda_i(t)$ به‌شرح زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
&q_i(t) = P(t) - c - \lambda_i(t)sB \\
&A_i(t) = \frac{\lambda_i(t)s\alpha}{w} \\
&\lambda_i(t) = \frac{q_i(t)}{s+\rho}
\end{aligned} \qquad (۲-۱)$$

با مشتق‌گیری از نخستین معادله ۱-۲، خواهیم داشت:

$$\dot{q}_i(t) = \dot{P}(t) - \dot{\lambda}_i(t)sB \qquad (۳-۱)$$

با جایگزینی بخش سوم مشتق‌های ۱-۱، در رابطه ۱-۳، رابطه زیر به‌دست می‌آید.

$$\dot{q}_i(t) = \dot{P}(t) - (-q_i(t) + s\lambda_i(t) + \rho\lambda_i(t)).sB \qquad (۴-۱)$$

حال با جایگزینی $\dot{P} = s.\{\widehat{P}(t) - P(t)\}$ از رابطه ۷، و $\lambda_i(t)$ از ۱-۲، در معادله ۱-۵، خواهیم داشت:

$$\dot{q}_i(t)=\left\{s\left(a-Bq_i(t)-\zeta\sum_{j\neq i}^{N}q_j(t)+\alpha\left(A_i(t)+\sum_{j\neq i}^{N}A_j(t)\right)-P(t)\right)\right\}$$
$$-(-q_i(t)+\left(\frac{q_i(t)}{s+\rho}\right)(s+\rho)).sB=0 \qquad (۵-۱)$$

به‌منظور ساده‌سازی محاسبات، فرض می‌شود مقدار بهینه برای تمامی بازیکنان یکسان است. با پذیریش فرض شرط تقارن برای مقدار تولید ($\forall i=1,...,N\mid q_i(t)=q(t)$) و تبلیغات برای همه بازیکنان ($\forall i=1,...,N\mid A_i(t)=A(t)$) و اعمال آن‌ها در ۱-۶، داریم:

$$\dot{q}(t)=\left\{s\left(\begin{array}{l}a-Bq(t)-\zeta(N-1)q(t)+\\ \alpha\left(\frac{q(t)s\alpha}{(s+\rho)w}+(N-1)\left(\frac{q(t)s\alpha}{(s+\rho)w}\right)\right)-P(t)\end{array}\right)\right\}$$
$$-(-q(t)+\left(\frac{q(t)}{s+\rho}\right)(s+\rho)).sB=0 \qquad (۶-۱)$$

برای محاسبه مقدار بهینه تولید یک بازیکن ($q^{op}$) لازم است معادله ۱-۶، برحسب $q(t)$ حل شود. برای حل مدل ۱-۶، لازم است مقدار $P(t)$ از رابطه ۱-۷، به شرح زیر محاسبه و جایگذاری شود.

$$P^*=\widehat{P}(t)=a-Bq(t)-\zeta(N-1)q(t)+$$
$$\alpha\left(\frac{q(t)s\alpha}{(s+\rho)w}+(N-1)\left(\frac{q(t)s\alpha}{(s+\rho)w}\right)\right) \qquad (۷-۱)$$

حال با استفاده از نرم‌افزار Maple 18 نتیجه زیر حاصل می‌شود.

$$q(t)^{op}=\frac{(a-c)(s+\rho)w}{(((N-1)\zeta+1+2B)s+((N-1)\zeta+1+B)\rho)w-\alpha^2sN} \qquad (۸-۱)$$

با جایگذاری مقدار $q^{op}$ در رابطه ۱-۷، خواهیم داشت:

$$P^{op}(t)=\frac{\left(\left(c\left(N-1\right)\zeta+Bc+a\left(1+B\right)\right)s+\left(c\left(N-1\right)\zeta+Bc+a\right)\rho\right)w-\alpha^2sNc}{\left(\left(\left(N-1\right)\zeta+1+2B\right)s+\left(\left(N-1\right)\zeta+1+B\right)\rho\right)w-\alpha^2sN} \qquad (۹-۱)$$

مقدار $A^*$ نیز با توجه به روابط ۱-۸ و ۲-، به‌دست می‌آید:

$$A^{op}=\frac{\left(a-c\right)s\alpha}{\left(\left(\left(N-1\right)\zeta+1+2B\right)s+\left(\left(N-1\right)\zeta+1+B\right)\rho\right)w-\alpha^2sN} \qquad (۱۰-۱)$$

**پیوست ۲ (اثبات قضیه ۲):**

در این قسمت باید رابطه ۱۳، با توجه به استراتژی حلقه بسته حل شود که برای به‌دست‌آوردن مقادیر بهینه متغیرها تصمیم، باید کمی متفاوت از ساختار حلقه باز در قسمت قبل، عمل کرد. در محاسبات حلقه بسته با توجه به تعریف این ساختار ابتدا مانند ساختار حلقه باز مشتق تابع همیلتون۱۳، نسبت به متغیرهای کنترلی به‌دست می‌آید؛ سپس در مرحله بعد اثرات بازخورد از متغیرهای کنترلی $(q_j(t), A_j(t))$ مربوط به رقبا نیز باید بررسی شود. لازم است از زمان اولیه سیستم تا زمان جاری، بازخورد رقبا در نظر گرفته شود؛ درنتیجه در ساختار حلقه بسته روابط ۲-۱ و ۲-۲، جایگزین رابطه سوم $(iii)$ از رابطه ۱۴ می‌شود که به شکل زیر است.

$$\sum_{j\neq i}\frac{\partial H_i(t)}{\partial q_j(t)}\frac{\partial q_j^{CL}(t)}{\partial P(t)} \qquad (۱-۲)$$

$$\sum_{j\neq i}\frac{\partial H_i(t)}{\partial A_j(t)}\frac{\partial A_j^{CL}(t)}{\partial P(t)} \qquad (۲-۲)$$

حال، همانند قسمت استراتژی حلقه باز، محاسبات را ادامه می‌یابد و برای $q_j^{CL}(t), A_j^{CL}(t)$ روابط زیر به‌دست می‌آید:

$$q_j^{CL}(t) = P - c - \lambda_j(t)sB \qquad (۳-۲)$$

$$A_j^{CL}(t) = \frac{\lambda_j(t)s\alpha}{w} \qquad (۴-۲)$$

برای به‌دست‌آوردن روابط ۲-۱ و ۲-۲، از روابط ۲-۳ و ۲-۴، مشتق گرفته می‌شود و مقادیر زیر به‌دست می‌آید:

$$\frac{\delta A_j^{CL}(t)}{\delta P} = 0 \qquad (۵-۲)$$

$$\frac{\partial q_j^{CL}(t)}{\partial P(t)} = 1 \qquad (۶-۲)$$

بدین ترتیب نحوه به‌دست‌آمدن رابطه ۱۹، اثبات شد. اکنون همان‌گونه که در قسمت استراتژی حلقه باز بیان شد، با استفاده از شرط تقارن داریم:

$$\frac{d\lambda\ (t)}{dt} = -q + \lambda(t)s + \lambda(t)s\ (\zeta)(N\ -1) + \rho\lambda(t) \qquad (۷-۲)$$

سپس متغیر $\lambda(t)$ از رابطه ۲–۷، به‌دست می‌آید و با جایگذاری در ۲–۴، روابطه ۲–۸ و ۲–۹ حاصل می‌شود:

$$\dot{\lambda}\ (t) = \frac{\dot{q}}{s + (\zeta)Ns - (\zeta)s + \rho} \qquad (۸-۲)$$

$$\dot{A}(t) = \frac{\dot{q}\ \ s\alpha}{(s + (\zeta)Ns - (\zeta)s + \rho)w} \qquad (۹-۲)$$

حال با اعمال شرط تقارن بر رابطه ۶، رابطه ۲–۱۰، به‌دست می‌آید. رابطه ۲–۱۱، نیز حاصل مشتق رابطه اول ($i$) از ۱۹ است.

$$\overset{*}{P} = \hat{P}(t) = a - Bq(t) - \zeta(N\ -1)q(t) + \alpha\left(A\ (t) + (N\ -1)A\ (t)\right) \qquad (۱۰-۲)$$

$$\dot{q}(t) = \dot{P}\ (t) - c - \dot{\lambda}\ (t)sB \qquad (۱۱-۲)$$

اکنون با جایگذاری روابط ۲–۱۰، ۲–۸ و ۲–۹ در رابطه ۲–۱۱، عبارت زیر حاصل می‌شود :

$$\begin{aligned} &-q\ (t) + a - Bq\ (t) - (\zeta)(N\ -1)q\ (t) + \alpha\Big(\frac{q\ s\alpha}{(s + (\zeta)Ns - (\zeta)s + \rho)w} \\ &+ (N\ -1)\frac{q\ s\alpha}{(s + (\zeta)Ns - (\zeta)s + \rho)w}\Big) \\ &-c - \frac{q\ (t)sB}{s + (\zeta)Ns - (\zeta)s + \rho} = 0 \end{aligned} \qquad (۱۲-۲)$$

با به‌دست‌آوردن مقدار $q\ (t)$ از رابطه ۲–۱۲ و جای‌گذاری آن در روابط ۲–۸، ۲–۹ و ۲–۱۰، میزان بهینه $q^{CL}(t), p^{CL}(t), A^{Cl}(t)$ در ساختار حلقه بسته به شرح زیر نتیجه می‌شود:

$$q^{CL}(t) = \frac{w\left(\left(1 + \zeta\left(N - 1\right)\right)s + \rho\right)\left(a - c\right)}{\varpi} \qquad (۱۳-۲)$$

$$P^{CL}(t)=\frac{\left(\left(\left(\begin{array}{l}c(N-1)^2\zeta^2\\+\left((1+B)c+a\right)(N-1)\zeta+Bc+a(1+B)\\+\rho\left(c(N-1)\zeta+a+Bc\right)\end{array}\right)s\right)w-\alpha^2sNc\right)}{\varpi} \quad (۱۴-۲)$$

$$A^{Cl}(t)=\left(\frac{\alpha s(a-c)}{\varpi}\right) \quad (۱۵-۲)$$

همچنین:

$$\varpi=\left(\begin{array}{l}\left((N-1)^2\zeta^2+(N-1)(2+B)\zeta+1+2B\right)s+\\(\zeta(N-1)+1+B)\rho\end{array}\right)w-\alpha^2sN \quad (۱۶-۲)$$

به این ترتیب قضیه ۲ اثبات می‌شود.