

توسعه یک روش آماری برای نمودار کنترل اندازه‌گیری‌های انفرادی

محمد مهدی موحدی*، عباس راد**، مجید نیلی احمدآبادی***،
بهزاد قاسمی****

چکیده

وقتی توزیع آماری محصولات تحت مطالعه، نرمال یا متقارن نباشد، موقع استفاده از نمودار کنترل X نمی‌توان انتظار داشت که تغییرپذیری فرایند به‌موقع کشف شود. در پژوهش حاضر برای بهبود عملکرد نمودار از توزیع لامبدای تعمیم‌یافته (GLD) استفاده شده است. برای نشان‌دادن نحوه کار آن از داده‌های مربوط به مقاومت کششی ۱۸ صفحه آلومینیومی استفاده شده و حدود بالا و پایین نمودار کنترل X محاسبه گردیده است. برای اطمینان از جواب‌های به‌دست‌آمده از آزمون مربع کای استفاده شده است؛ و برای اعتبارسنجی معیار متوسط طول اجرا (ARL) به‌کار رفته است. به دلیل انعطاف این توزیع، استفاده از روش پیشنهادی می‌تواند این اطمینان را فراهم آورد که بتوان تغییرپذیری فرایند را زودتر کشف نمود.

کلیدواژه‌ها: نمودار کنترل X ؛ توزیع لامبدای تعمیم‌یافته؛ روش تطبیق با صدک (PM).

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۱۰/۱۰، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۱۲/۲۳.

* استادیار، دانشگاه آزاد اسلامی واحد فیروزکوه.

** استادیار، دانشگاه شهید بهشتی (نویسنده مسئول).

Email: a-raad@sbu.ac.ir

*** استادیار، دانشگاه قم.

**** دکتری، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد همدان.

۱. مقدمه

وضعیت‌های متعددی وجود دارند که اندازه نمونه مورد استفاده برای پایش فرایند به صورت انفرادی یا تکی است. در این ارتباط، یک نمودار کنترل بنیادی برای متغیرهای پیوسته، نمودار کنترلی است که برای اندازه‌گیری‌های انفرادی به کار برده می‌شود که به آن «نمودار اندازه‌گیری‌های انفرادی» یا «نمودار X » می‌گویند. این نمودار همچنین به نمودار با حدود کنترل دامنه متحرک یا نمودار دامنه متحرک، موسوم است؛ زیرا دامنه متحرک مشاهده‌های منفرد برای تعیین انحراف معیار و به دنبال آن محاسبه حدود کنترل استفاده می‌شود. با پیروی از نام‌گذاری نمودارها بر طبق آماره نمودار، دومین گزینه نام‌گذاری مرتبط با آن اغلب مناسب نیست؛ چون دامنه متحرک، خود یک آماره معتبر است و می‌توان یک نمودار کنترل را بر طبق آن توسعه داد و استفاده کرد. این نمودار برای صنایع شیمیایی، جایی که تنها بتوان یک نمونه گرفت قابل استفاده است [۱۳]. نمودار $MR-X$ به طور متداول برای موارد زیر نیز به کار می‌رود [۹، ۱۷، ۴۱، ۴۹]:

۱. وقتی از فناوری اندازه‌گیری و بازرسی خودکار استفاده شده و هر محصول تولیدشده به صورت انفرادی تحلیل می‌شود. در این حالت استفاده از زیرگروه‌های منطقی امکان‌پذیر نیست؛
۲. وقتی نرخ تولید خیلی آهسته باشد و نتوان برای تحلیل‌های موردنظر تأمل کرد تا نمونه‌هایی با $n > 1$ تهیه شود. در این حالت زمان زیاد بین مشاهدات تشکیل زیرگروه‌های منطقی را مشکل و غیرمنطقی می‌سازد؛
۳. وقتی اندازه‌گیری‌های مجدد فقط در صورت بروز اشتباه آزمایشگاهی یا خطا در تحلیل‌ها با یکدیگر متفاوت باشند؛
۴. وقتی در فرایندهای پیوسته، مانند فرایندهای شیمیایی اندازه‌گیری برخی از مشخصه‌های کیفیت، مانند وزن مخصوص و نقطه اشتعال از یک نمونه به نمونه دیگر تغییرات خیلی کمی داشته باشد؛
۵. وقتی در فرایندهایی نظیر تولید کاغذ، اندازه‌گیری بعضی از پارامترها مانند ضخامت یک نوع پوشش در توپ کاغذ که اختلاف چندانی در نقاط مختلف آن مشاهده نمی‌شود، انحراف معیار خیلی کم باشد؛
۶. برای مطالعه فرایند یا متغیرهای تولید (دما، فشار و امثال آن)؛ یعنی جایی که به دست آوردن چند اندازه در یک دوره کوتاه مشکل، هزینه‌بر، غیرمنطقی یا غیرممکن است و در نتیجه استفاده از نمودارهای کنترل \bar{X} مقدور نباشد؛
۷. برای مشخصه‌های حسابداری، دفتری، خدماتی یا سایر داده‌های کسب‌وکار، همانند نسبت‌ها، کارایی و هزینه‌های کیفیت؛

۸. برای داده‌های گسسته (وصفی‌ها) که در آن اندازه نمونه آنقدر بزرگ باشد که حدود کنترل تعیین شده با توزیع دوجمله‌ای، حساس تر از آن چیزی باشد که برای ارزیابی تغییرات مهم مناسب باشد؛

۹. وقتی هزینه به دست آوردن نمونه‌ها یا هزینه آزمایش آن‌ها بسیار بالا باشد؛

۱۰. برای منظوره‌های دیگری که نمونه تکی یا انفرادی از آن‌ها کافی باشد، یا گرفتن نمونه بیشتر منطقی یا ممکن نباشد.

موارد ده‌گانه بالا را می‌توان به‌طور گسترده‌ای در صنایع بزرگ از جمله صنایع دفاعی و خودروسازی مشاهده کرد. حال اگر برای کنترل این فرایندها و فرایندهای مشابه از روش‌های مناسبی استفاده نشود، نمی‌توان خارج از کنترل بودن فرایند را در زمان مناسب کشف کرد و اقدام‌های اصلاحی را انجام داد، در نتیجه دسترسی به کیفیت مطلوب و موردنظر مصرف‌کنندگان را انتظار داشت.

در ارتباط با استفاده از نمودار اندازه‌گیری‌های انفرادی (نمودار X)، دامنه متحرک به‌صورت تفاوت بین بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین دو مشاهده در مجموعه‌ی n مشاهده متوالی تعریف می‌شود؛ به‌طوری‌که در نمونه‌های به‌دست آمده و با توجه به حرکت مشاهده‌ها در هر قدم، مشاهده‌ی i ام بعدی به مجموعه جدید اضافه شده و مشاهده $(i-n)$ ام از مجموعه حذف می‌شود. در بعضی از موارد، برای برآورد انحراف معیار مشخصه فرایند با استفاده از انحراف معیار نمونه، S ، استفاده مستقیم از برآورد $\hat{\sigma} = S$ برای محاسبه حدود کنترل امکان‌پذیر است. استفاده از دامنه متحرک برای برآورد σ ، بر تغییرپذیری بین مشاهده‌های متوالی تأکید دارد؛ درحالی‌که استفاده از انحراف معیار نمونه بر تغییرپذیری مشاهده‌شده در کل داده‌ها، تأکید می‌کند. زمانی که یک روند بی‌ثباتی در داده‌ها وجود داشته باشد، ممکن است توسط MR و S ، مقادیر متفاوتی برای $\hat{\sigma}$ به دست آید [۴۱].

در این پژوهش با فرض ناشناخته بودن توزیع آماری متغیر تصادفی تحت بررسی، روش دیگری برای کنترل آماری فرایند پیشنهاد می‌شود. در روش پیشنهادی از توزیع لامبدای تعمیم‌یافته پنج‌متغیره (GLD)^۱ استفاده می‌شود. همان‌گونه که در بخش معرفی توزیع GLD خواهد آمد، این توزیع قابلیت بسیار بالایی دارد و می‌تواند اغلب توزیع‌های آماری شناخته‌شده و ناشناخته را پوشش دهد و برای مواقعی مناسب است که توزیع متغیر تحت بررسی نامشخص باشد. در این ارتباط برای برآورد پارامترهای پنج‌گانه توزیع از روش تطبیق با صدک (PM)^۲ استفاده می‌شود. در ادامه پس از مطالعه مبانی نظری و پیشینه پژوهش، توزیع لامبدای تعمیم‌یافته و روش برآورد پارامترهای آن توضیح داده خواهد شد. در بخش مبانی نظری و پیشینه

1. Generalized Lambda Distribution (GLD)

2. Percentile Matching Method

پژوهش، ضرورت استفاده از یک روش آماری مناسب برای تعیین حدود کنترل مورد بحث قرار خواهد گرفت. آنگاه بعد از معرفی روش پژوهش، با استفاده از داده‌های انتخابی چگونگی استفاده از روش پیشنهادی نشان داده خواهد شد؛ سپس از روش متوسط طول اجرا (ARL)^۱ برای اعتبارسنجی روش پیشنهادی استفاده می‌شود.

۲. مبانی و چارچوب نظری تحقیق

وقتی داده‌های فرایند، نرمال نباشند، عملکرد پایش نمودار کنترل شوهرت (۱۹۳۱) برای اندازه‌گیری‌های انفرادی مورد مطالعه قرار می‌گیرد [۷]. لام و همکاران^۲ (۱۹۹۹) توزیع‌های متعددی را برای نمایش چولگی و نامتقارنی داده‌های شبه‌نرمال، مطالعه کردند. در این مطالعه مشخص شد وقتی توزیع داده‌ها، کمی از نرمال فاصله می‌گیرد، عملکرد نمودار به‌طور چشم‌گیری تحت تأثیر آن قرار می‌گیرد. در این حالت می‌توان از آزمون نرمال بودن داده‌ها استفاده کرد تا از این تأثیر اجتناب شود [۳۳].

در این ارتباط، اگر توزیع مورد بررسی نرمال یا حداقل متقارن باشد، نمودار X نتایج خوبی را در پایش یک مشخصه فرایند به‌دست می‌دهد. چون این نمودار روی نمونه‌هایی با اندازه $n=1$ پایه‌گذاری شده است، به تغییرات موجود در پارامترهای فرایند خیلی حساس نیست؛ به عبارت دیگر این نمودار به‌اندازه نمودار \bar{X} و R نسبت به کشف تغییرات در فرایند تولید حساس نیست؛ اما با توجه به اینکه حدود کنترل برای اندازه‌گیری‌های انفرادی را می‌توان به‌طور مستقیم با حدود مشخصات قابل قبول مقایسه کرد، با این نمودار مشکل مقایسه میانگین‌های زیرگروه و حدود مشخصه‌های قابل قبول را می‌توان نادیده گرفت؛ علاوه بر آن، ضریب کوچک‌تر از ۳ برای $\hat{\sigma}$ یا معیار اضافی برای قضاوت درباره شرایط خارج از کنترل را می‌توان برای افزایش حساسیت به‌کار برد [۴۸].

بسیاری از نمودارهای کنترل بر اساس این فرض پایه‌گذاری شده‌اند که مشاهدات حاصل از خروجی فرایند از توزیع خاصی (معمولاً نرمال برای متغیرهای پیوسته و دو جمله‌ای یا پواسون برای متغیرهای گسسته یا وصفی) پیروی می‌کنند [۴، ۳۹]. برای اطلاع از توزیع‌های احتمالی مورد استفاده در نمودارهای کنترل، خواننده به مونت‌گومری (۲۰۰۱) ارجاع داده می‌شود [۳۸]. نمودارهای کنترل X بار شوهرت (۱۹۳۱) به‌طور گسترده‌ای در کنترل کیفیت استفاده می‌شوند [۶۶]. با این حال این نمودارها دو محدودیت اساسی دارند: الف) این نمودارها به انتقال‌ها یا تغییرپذیری‌های کوچک حساس نیستند؛ ب) برای اندازه‌های کوچک این احتمال وجود دارد که اگر فرض نرمال بودن عملی نشود، عملکرد این نمودار اثر معکوس بگذارد. مشخص شده است

1. Average Run Length (ARL)

2. Lam et al.

که تغییرپذیری مربوط به بسیاری از فرایندهای مهندسی از توزیع گوسی پیروی نمی‌کنند [۱۰]، ۵۶، ۵۷]. اگر مقادیر اندازه‌گرفته‌شده از توزیع نرمال پیروی نکنند، تنها زمانی آماره X بار تقریباً نرمال خواهد بود که بر اساس قضیه حد مرکزی اندازه نمونه، n به اندازه کافی بزرگ باشد. وقتی از نمودار کنترل برای پایش فرایند استفاده می‌شود، به‌ویژه در نمودارهای کنترل برای اندازه‌گیری‌های انفرادی که گرفتن بیش از یک نمونه منطقی یا ممکن نیست، اندازه نمونه در نمودار X بار کوچک و در نمودار تکی یا انفرادی، نمودار X برابر با یک است. برای توزیع‌هایی که چولگی زیادی دارند، احتمال خطای نوع I (یعنی نرخ اخطار خارج از کنترل بودن) یک نمودار کنترل با افزایش چولگی افزایش می‌یابد [۷۵]. در نمودارهای کنترل به‌عنوان ابزارهای پایش فرایند، ممکن است تأخیر در اخطارهای خارج از کنترل بودن فرایند به عدم‌اقدام اصلاحی در فرایند منجر شود؛ بنابراین به‌ویژه در نمودار کنترل X اگر مشخصه کیفیت اندازه‌گرفته‌شده از توزیع نرمال پیروی نکند، بهتر است از روش‌های مرسوم برای طراحی نمودار کنترل استفاده نشود. چند نمونه عملی از نرمال‌نبودن توزیع مشخصه کیفیت فرایند تحت بررسی گزارش شده است.

گانتز^۱ (۱۹۸۹) این مشکل را موردتوجه قرار داده است که توزیع خروجی‌های فرایندهای مختلف ممکن است پارامترهای کیفیت یکسانی داشته باشند [۲۱]. برای مثال، میانگین، انحراف معیار و حدود بالا و پایین کنترل UCL و LCL یکسان، ولی شکل‌های توزیع متفاوت باشند [۳۰]. از نظر منطقی اهمیت زیادی دارد که موقع برآوردکردن معیارهای کنترل کیفیت (برای مثال حدود کنترل) پارامترهای فرایند از توزیع واقعی فرایند استخراج شود تا بتواند رفتار واقعی سیستم را نشان دهد.

به‌دلیل پیچیدگی ماهیت داده‌ها، گاهی برای افراد مشکل است که در عمل از نمودارهای کنترل با توزیع‌های متفاوتی استفاده کنند. امروزه حتی در صنعت به‌طور گسترده‌ای از نمودارهای کنترل استفاده نمی‌شود [۷۳]. وقتی میانگین و انحراف معیار توزیع نرمال مشخص نباشد، UCL را نمی‌توان محاسبه کرد و غالباً ممکن است بدون انجام تنظیم‌های بیشتر برآورد میانگین و انحراف معیار به‌سادگی تغییر یابد. در میانی نظری موضوع به‌دفعات به این خطر اشاره شده است [۱، ۸، ۴۳]؛ به‌ویژه وقتی حد پایین کنترل صفر باشد، این نمودارها روشی را برای بهبود اخطارها ارائه نمی‌کنند. وقتی استفاده‌کننده از نمودارهای کنترل شوهارتی به حد پایین کنترل منفی یا صفر برخورد می‌کند، برای نشان‌دادن وقوع بهبودهای انجام‌شده، اطلاعات کافی در مشاهدات انفرادی وجود ندارد.

در یک سازمان برای بهبودبخشیدن فرایندی خاص، بهتر است توزیع خروجی فرایند مشخصه کیفیت مورد مطالعه را به دست آورد. یورستن و زیمر^۱ (۱۹۹۲) اثرات نرمال نبودن متغیر تحت بررسی که با چولگی اندازه گرفته می‌شود را روی طراحی نمودار کنترل X بار مرسوم شوهارت مطالعه کرده است [۷۵]. کیکلیتز^۲ (۱۹۹۹) معتقد است توزیع نمایی با دنباله بلند از سمت راست را می‌توان با گرفتن ریشه چهارم داده‌ها تقریباً همیشه به توزیع متقارن نزدیک کرد [۳۲]؛ سپس داده‌های تغییر یافته را به راحتی روی یکی از نمودارهای مقادیر انفرادی، EWMA یا CUSUM ثبت کرد. به عقیده بسیاری از پژوهشگران، مهم‌ترین معیار برای قضاوت در مورد عملکرد روش‌های مورد استفاده در SPC، معیار متوسط طول اجرا (ARL) است [۳۶، ۳۷]. محاسبه شده نمودار کنترل اندازه‌گیری‌های انفرادی، تحت تأثیر نقض فرض نرمال بودن توزیع داده‌ها قرار می‌گیرد.

پیم و همکاران^۳ (۱۹۹۲) روشی را پیشنهاد داده‌اند که دامنه وسیعی از توزیع‌های آماری را می‌پوشاند. در روش پیشنهادی، محیط‌های دنباله مساوی تضمین نمی‌شوند و نیازی به برآورد چولگی نیست. روش پیشنهادی بر این فرض استوار است که خروجی‌های فرایند نسبتاً شکلی غیرنرمال و نزدیک به توزیع گاما دارد. در عمل لزوماً تمام خروجی‌های فرایند این‌گونه نیستند [۵۲].

پیزدک^۴ (۱۹۹۳ و ۱۹۹۵) نیز عواملی را برای محاسبه حدود کنترل برای سیزده نمونه مختلف و اندازه نمونه پنج‌تایی (نمونه کوچک) و انتخاب احتمال خطاهای نوع I و نوع II پیشنهاد کرده است [۵۷، ۵۸]. سامروایل و مونت گومری^۵ (۱۹۹۶) روی خطاهایی که ممکن است در محاسبه برخی از معیارهای کنترل کیفیت رخ دهد و در باره (PPM)^۶ (هزار واحد در میلیون) که فرض نرمال بودن را تأیید نمی‌کند، مطالعه کرده‌اند. با به‌کارگیری توزیع‌های گاما، نرمال لگاریتمی، وایبول و R آن‌ها دریافتند که هرچند بزرگی خطا بر حسب پارامترهای توزیع واقعی به‌طور قابل توجهی تغییر می‌کند، خطا به‌طور معناداری در همه حالات به هم نزدیک است [۶۷]. یانگ^۷ (۱۹۹۹) برای جریان‌های کوتاه تولید طرح نمودار کنترل R را پیشنهاد داده است [۷۴]. لی و امین^۸ (۲۰۰۰) محاسبه برآوردهای میان مدت و بلندمدت تلورانس‌های فرایند و به‌کارگیری آنها در محاسبه قابلیت فرایند را به جای نسبت‌های فعلی آن پیشنهاد داده‌اند [۳۴].

-
1. Yourstone and Zimmer
 2. Kittlitz
 3. Peam et al.
 4. Pyzdek
 5. Somerville and Montgomery
 6. Part Per Milion
 7. Yang
 8. Lee and Amin

وقتی توزیع فرایند معلوم نباشد، چندین پژوهش استفاده از روش خودراه‌اندازی^۱ را برای به‌دست‌آوردن حدود کنترل پیشنهاد داده‌اند [۶۹]. ریاژ^۲ (۲۰۰۸) نمودار کنترل انتشار^۳ به نام «نمودار Q» (یا نمودار کنترل آستانه‌ای بر طبق طبقه‌بندی نمودارهای کنترل که توسط فارنوم (۱۹۹۴) انجام شده است [۱۶]) بر پایه دامنه بین چارکی^۴ و برآورد انحراف معیار برای پایش تغییرات پراکندگی فرایند را پیشنهاد داده است [۶۲]. برای تمام توزیع‌های گوسی، یکنواخت، نرمال لگاریتمی و وایبول، توزیع لامبدای تعمیم‌یافته پنج پارامتری مدل قابل‌انعطافی از نظر شکل توزیع را فراهم می‌کند [۴۲، ۴۳، ۴۷].

علاوه بر نمودار کنترل که توسط شوهارت برای اندازه‌گیری‌های انفرادی معرفی شده است، مطالعات دیگری را نیز می‌توان در این حوزه مورد توجه قرار داد. در این ارتباط بشیری^۵ (۲۰۱۳) و همکاران یک برنامه‌ریزی چندهدفه را برای طراحی اقتصادی نمودار کنترل به‌کار برده‌اند. در این پژوهش، تابع هزینه و خواص آماری بر پایه خطای نوع I برای بالابردن قدرت نمودار کنترل و میانگین زمان اختار (ATS)^۶ عدم‌انطباق به‌عنوان اهداف در نظر گرفته شده‌اند [۵]. بعد از اینکه رینولدز و همکاران^۷ (۱۹۸۸) نمودار کنترل X بار (VSI)^۸ را معرفی کردند و ویژگی‌های آماری آن را مورد بحث قرار داده و نشان دادند که روش پیشنهادی آن‌ها بهتر از نمودارهای کنترل مرسوم است که طول فاصله نمونه‌گیری آن‌ها ثابت می‌باشد [۶۱]. چن^۹ (۲۰۰۳) یک طرح آماری - اقتصادی را برای نمودارهای کنترل X با نمونه‌گیری با وقفه (VSI) تحت شرایط غیرنرمال توسعه داد. در این پژوهش خواص آماری نمودارهای کنترل مورد بحث قرار گرفته و نشان داده شده است که بهتر است فاصله بین نمونه‌ها ثابت باشند. در این ارتباط نامبرده یک نمودار کنترل X با نمونه‌گیری با وقفه (VSI) برای پایش فرایند با داده‌های غیرنرمال که به‌طور وسیعی در عمل با آن روبه‌رو هستیم را توسعه داده است و از توزیع بور^{۱۰} برای طراحی نمودار کنترل آماری - اقتصادی X بار (VSI)، و پایش فرایندهای غیرنرمال استفاده کرده است [۱۱]. چن و یه^{۱۱} (۲۰۰۴) از نگرش فازی ژنتیک برای بالابردن کارایی نمودارهای کنترل با نمونه‌گیری با وقفه دوتایی (DSI)^{۱۲} استفاده کرده‌اند [۱۲]. هسو و چن^{۱۳} (۲۰۰۱) برای تشخیص عیوب و پایش عملکرد

-
1. Bootstrap method
 2. Riaz
 3. Dispersion control chart
 4. Inter-quartile range
 5. Bashiri
 6. Average Time to Signal (ATS)
 7. Reynolds et al.
 8. Sampling Interval (VSI)
 9. Chen
 10. Burr distribution
 11. Chen and Yeh
 12. Dual-Sampling-Interval (DSI)
 13. Hsu and Chen

فرایندهای گسسته ساخت از یک روش جدید عیب‌یابی بر اساس منطق فازی استفاده کرده‌اند [۲۵]. صادق‌پور گیلده و شفیعی^۱ (۲۰۱۵) برای مواقعی که به‌خاطر شرایط محیطی یا عوامل دیگر، داده‌ها به‌صورت مبهم یا نامعین باشند و بین مشاهدات همبستگی وجود داشته باشد، برای تشخیص تحت کنترل آماری بودن یا نبودن مشاهدات از مجموعه فازی برای نمودار کنترل X - MR استفاده کرده‌اند [۶۳]. پراجاپاتی^۲ (۲۰۰۳) نتایج عملکرد نمودار کنترل X بار معمولی را برای داده‌های همبسته با استفاده از نمونه‌های کوچک ارائه کرده است. او نشان داد که در این حالت نمودار کنترل برای نمونه‌های کوچک می‌تواند با دقت و صحت به‌کار رود [۵۶]. همان‌گونه که کایا و کاهرامان^۳ (۲۰۱۱) متذکر شده‌اند، به‌کارگیری روش‌های تبدیل مشاهدات فازی به اعداد حقیقی موجب از دست رفتن اطلاعات اصلی می‌شود. در نمودار کنترل X بار وقتی در داده‌ها خارج از مرکز وجود داشته باشد، ممکن است به‌کارگیری روش‌های کلاسیک به این منجر شود که حدود کنترل عریض‌تر شوند یا به طرف داده‌های خارج از مرکز انتقال یابند [۳۱]. در این ارتباط برای تعیین حدود کنترل مداحی و همکاران^۴ (۲۰۱۱) از برآورد استوار^۵ که تحت تأثیر داده‌های خارج از مرکز قرار نمی‌گیرد، استفاده کرده‌اند [۳۵]. کواسن‌بری^۶ (۱۹۹۳) نشان داد که وقتی $n=5$ باشد، حداقل باید $m=100$ نمونه برای برآورد واقعی پارامترهای فرایند برداشته شود. در بسیاری از کاربردهای عملی، مهندسان باید قبل از اینکه تعداد نمونه‌های پیشنهادی کواسن‌بری محقق شود، به‌طور مستقیم و در خط فرایند را پایش کنند. وقتی توزیع فرایند مشخص نباشد و یا در صورت عدم اطمینان از نرمال بودن توزیع، این مشکل بیشتر خواهد شد [۵۹]. به هر حال تعداد حیاتی نمونه‌های موردنیاز از توزیع چندمتغیره t به‌دست می‌آید. در این ارتباط، وقتی پارامترهای فرایند معلوم نباشند، تسای و همکاران^۷ (۲۰۰۵) روشی را برای برآورد حدود کنترل ارائه کرده‌اند که قادر است میانگین فرایند را پایش کند. آن‌ها با استفاده از شبیه‌سازی مونت‌کارلو نشان دادند که حتی اگر تعداد داده‌های زیرگروه‌ها کم باشند، حدود کنترل پیشنهادی آن‌ها همان نتیجه حدود واقعی کنترل را ارائه خواهد داد. تسای و همکاران (۲۰۰۵) همچنین برای زمانی که تعداد نمونه‌های زیرگروه‌ها کم هستند، روشی را برای برآورد حدود کنترل نمودار کنترل X بار ارائه داده‌اند. نمودارهای کنترل اقتصادی معمولاً فرض می‌کنند که فاصله زمانی تا وقوع یک علت قابل تشخیص^۸ از توزیع نمایی یا وایبول پیروی می‌کند [۷۰]. نیل و راتو کالرتی^۹ (۲۰۱۰) توزیع

1. Sadeghpour and Shafiee
2. Prajapati
3. Kaya and Kahraman
4. Maddahi et al.
5. Robust estimators
6. Quesenberry
7. Tsai et al.
8. Assignable cause
9. Nil & Rao Kraleti

پارتو را برای بررسی اثرات پارامترهای نمودار کنترل اقتصادی با همان اندازه نمونه، زمان بین دو نمونه متوالی و هزینه هر واحد زمانی مفروضات توزیع بسط داده‌اند. آن‌ها نشان دادند که طراحی اقتصادی نمودار کنترل X به شدت تحت تأثیر مفروضات توزیع است [۴۵].

از توزیع لامبدای تعمیم‌یافته پنج پارامتری برای کنترل آماری فرایند نیز استفاده شده است [۴۶، ۴۷]. در این پژوهش‌ها برای برآورد پارامترهای توزیع از روش تطبیق با گشتاوری (MM)^۱ استفاده شده و به کنترل آماری اندازه‌گیری‌های انفرادی اشاره نشده است؛ بنابراین علاوه بر شرایطی که توزیع قطعات تحت مطالعه معلوم نباشد، وقتی که اندازه‌گیری‌های انفرادی مورد مطالعه باشد هنوز قابل طرح و بررسی است. علاوه بر آن، به موردی دیگر از به‌کارگیری توزیع پنج پارامتری لامبدای تعمیم‌یافته برای تعیین تلورانس قطعات که در آن از روش تطبیق با صدک (PM) برای برآورد پارامترهای آن استفاده شده است، می‌توان اشاره کرد [۴۲].

پرزه ریو و همکاران^۲ (۲۰۱۷) از نمودار کنترل به صورت تحلیل رگرسیون برای داده‌های خودهمبسته استفاده کردند. آن‌ها نشان دادند که نمودار کنترل برای اندازه‌گیری‌های انفرادی با $\mu \pm 2.7\sigma$ عملکرد بهتری داشته است و در ارتباط با این نوع داده‌ها، و مواردی که در مبنای نظری موضوع سابقه نداشته است، روش جدیدی ارائه دادند [۵۵]. فاوارد ظفر و همکاران^۳ (۲۰۱۸) روشی برای پایش مشترک پارامترهای فرایند ارائه کرده‌اند. در این مطالعه بر پایه مفهوم نوین حداکثرسازی آماره‌ها، همانند نمودار p برای پایش همزمان پارامترهای مرکزی و پراکندگی، یک ساختار نموداری پارامتریک جدید پیشنهاد شده است. در این مطالعه از معیار متوسط طول اجرا برای تحلیل عملکرد نمودار استفاده شده است [۱۸]. ویمنکن و همکاران^۴ (۲۰۱۷) از نمودارهای کنترل برای پیشگیری از عفونت استفاده کرده‌اند. در این ارتباط آن‌ها از نمودار کنترل برای اندازه‌گیری‌های انفرادی بهره گرفته‌اند [۷۲]. در حال حاضر در نمودار کنترل برای اندازه‌گیری‌های انفرادی نکته مهم مقارن‌بودن داده‌ها است. با توجه به این موضوع، پلگ‌رینا و همکاران^۵ (۲۰۱۶) اثربخشی نمودارهای کنترل را برای کشف الگوهای مختلف مورد مطالعه قرار داده‌اند [۵۴]. ژو و همکاران^۶ (۲۰۱۷) یک نمودار کنترل را بر اساس روش صف‌بندی برای گرفتن سرویس نگهداری و تعمیرات با تأخیر انرژی مورد استفاده قرار داده‌اند [۷۵]. در این ارتباط می‌توان به مطالعات (عالم تبریز و همکاران، ۲۰۱۷، برتاپلی و همکاران، ۲۰۱۷، فدایی و همکاران، ۲۰۱۵، هیت‌چینا و نایت ۲۰۱۶، جانگ و همکاران، ۲۰۱۷ و موتمنی و همکاران، ۲۰۱۳) نیز اشاره کرد [۲، ۵، ۱۵، ۲۴، ۲۶ و ۴۰].

1. Moment Matching (MM) Estimates

2. Pérez-Rave

3. Fawad Zafara

4. Wiemken

5. Pelegrina et al.

6. Zhou

مطالعات این بخش نشان می‌دهند که همیشه نگرانی‌هایی در ارتباط با نوع توزیع متغیر تحت بررسی وجود داشته است؛ بنابراین پژوهش حاضر به دنبال توسعه یک روش آماری برای حالت‌هایی است که یا توزیع آماری متغیر تحت بررسی مشخص نباشد و یا نتوان از نرمال بودن آن مطمئن شد.

۲. روش‌شناسی تحقیق

این تحقیق از لحاظ هدف کاربردی است و از لحاظ روش از مدل ریاضی و آماری استفاده شده است. در ارتباط با نوآوری این پژوهش می‌توان به استفاده از توزیع لامبدای پنج‌پارامتری تعمیم‌یافته و استفاده از روش تطبیق با صدک برای برآورد پارامترهای توزیع مشخصه کیفیت تحت بررسی و محاسبه حدود کنترل اشاره کرد. در ادامه این توزیع و نحوه برآورد پارامترهای آن بررسی می‌شود.

توزیع لامبدای تعمیم‌یافته: توکی^۱ (۱۹۶۲) توزیع خانواده لامبدا را به صورت تابع چارک^۲ (رابطه ۱) معرفی کرد؛ به طوری که در آن $0 \leq p \leq 1$ است [۷۱].

$$Q(p) = \begin{cases} \frac{p^\lambda - (1-p)^\lambda}{\lambda}, & \lambda \neq 0 \\ \frac{\log(p)}{1-p}, & \lambda = 0 \end{cases} \quad (1)$$

به دنبال آن رامبرگ و شمیزر^۳ (۱۹۷۴) تابع چارک چهارپارامتری توزیع لامبدا را به صورت رابطه ۲، معرفی کرده‌اند [۶۰].

$$F^{-1}(p|\lambda) = F^{-1}(p|\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4) = \lambda_1 + \frac{p^{\lambda_2} - (1-p)^{\lambda_2}}{\lambda_3} \quad (2)$$

که در آن $p \in [0, 1]$ و احتمال است، λ_1 پارامتر مکان، λ_2 پارامتر مقیاس و λ_3 و λ_4 پارامترهای شکل هستند. اگر $\lambda_1 = 0$ و $\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda$ باشد، توزیع لامبدای توکی به دست خواهد آمد.

به دنبال آن توزیع لامبدای تعمیم‌یافته پنج‌پارامتری به وسیله تابع چارک رابطه ۳، در مقاله تارسیتانو (۲۰۰۵) معرفی می‌شود که در آن λ_1 پارامتر مکان، λ_2 و λ_3 پارامترهای مقیاس و λ_4 و λ_5 پارامترهای نمایی هستند [۶۸].

1. Tukey
2. Quantile Function
3. Ramberg and Schmeiser

$$X(p, \lambda) = \lambda_1 + \lambda_2 p^{\lambda_4} - \lambda_2 (1-p)^{\lambda_5}, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad (3)$$

چون GLD چهار پارامتر تأثیرگذار روی شکل دارد، می‌تواند به شکل توزیع‌های متعددی درآید. در رابطه ۳، شرایط رابطه‌های ۴، برقرار است.

$$\begin{aligned} & \text{اگر } \lambda_4 \rightarrow 0 \text{ آنگاه } \lambda_4 > -\infty; \text{ اگر } \lambda_4 \rightarrow 0 \text{ آنگاه } \lambda_5 > -\infty; \\ & \text{اگر } \lambda_4 \rightarrow \infty \text{ آنگاه } |\lambda_4| < \infty; \text{ اگر } \lambda_5 \rightarrow \infty \text{ آنگاه } |\lambda_5| < \infty; \\ & \text{اگر } \lambda_4 \rightarrow -\infty \text{ آنگاه } \lambda_4 \neq 0; \text{ اگر } \lambda_5 \rightarrow -\infty \text{ آنگاه } \lambda_5 \neq 0; \end{aligned} \quad (4)$$

در این رابطه‌ها اگر λ_4 و $\lambda_5 > 0$ باشند، تکیه‌گاه متغیر تصادفی GLD $(\lambda_1 - \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2)$ و اگر λ_4 و $\lambda_5 < 0$ باشند، خط واقعی خواهد بود؛ بنابراین طبق علامت پارامتر نمایی، حدود $X(p, \lambda)$ ممکن است محدود یا نامحدود باشد.

در حالت کلی، عبارت تحلیلی برای تابع توزیع یا تجمعی $X(p, \lambda)$ مدل موجود GLD نیست. در هر صورت، این حقیقت که GLD را نمی‌توان معکوس کرد، یک اشکال جدی نیست؛ زیرا برای بسیاری از توزیع‌های معمول، همانند نرمال، نرمال لگاریتمی، گاما و بتا نیز این حالت وجود دارد. با تمایل λ_4 و یا λ_5 به سمت صفر و یا ∞ ، شکل‌های حدی به‌صورت رابطه‌های ۵، در خواهند آمد.

$$\begin{aligned} & \text{منحط } GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \infty, \infty) = GLD(\lambda_1, \cdot, \cdot, \lambda_4, \lambda_5) \\ & \text{تابع توان } GLD(\lambda_1, \lambda_2, \cdot, \lambda_4, \lambda_5) = GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 < \infty, \lambda_4, \infty) \\ & \text{پاره‌تو تعمیم‌یافته } GLD(\lambda_1, \cdot, \lambda_2, \lambda_3 > \infty, \lambda_5) = GLD(\lambda_1, \lambda_2 < \infty, \lambda_3, \infty, \lambda_5) \\ & GLD(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, 1, 1) = \text{یک‌نواخت } (\lambda_1 - \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2) \\ & GLD(\lambda_1, \lambda_2 = \lambda_3, 2, 2) = \text{یک‌نواخت } (\lambda_1 - \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2) \end{aligned} \quad (5)$$

با انتخاب مقادیر مناسب برای λ این توزیع می‌تواند به توزیع‌های شناخته‌شده و عملی تطبیق یابد [۲۸]. برای مثال، اگر $\lambda_1 = \alpha - \beta / \lambda_4 + \gamma / \lambda_5$ و $\lambda_2 \lambda_5 = \gamma$ و $\lambda_2 \lambda_4 = \beta$ باشد، آنگاه می‌توان توزیع‌های آماری رابطه‌های ۶ را نتیجه گرفت.

$$\begin{aligned} & \text{لجستیک } GLD(\alpha, \beta = \gamma, \cdot, \cdot) \\ & \text{نمایی } GLD(\alpha, \cdot, \gamma, \lambda_4, \cdot) \\ & \text{نمایی معکوس } GLD(\alpha, \beta, \cdot, \cdot, \lambda_5) \end{aligned} \quad (6)$$

هرچند GLD بسیار تطبیق‌پذیر و منعطف است، برآورد پارامترهای آن می‌تواند مشکل باشد. روش‌های متعددی برای برآورد پارامترهای این توزیع وجود دارند که این روش‌ها به‌صورت حالت خاصی از رابطه ۳، در نظر گرفته شده‌اند. در این ارتباط می‌توان به مطالعات (دورویه، ۱۹۹۶، فریمر و همکاران، ۱۹۸۸، گیلچریست، ۲۰۰۰، هائو گلین، ۱۹۷۵، جوینر و روزنبلات ۱۹۷۱، لام و همکاران، ۱۹۸۰، نیلی احمدآبادی، ۲۰۱۲، رامبرگ و اشمایزر، ۱۹۷۴، سارابیا ۱۹۹۶ و شاپیرو و ویلک، ۱۹۶۵) اشاره کرد [۱۴، ۱۹، ۲۰، ۲۳، ۲۷، ۳۳، ۴۷، ۶۰، ۶۴ و ۶۵]. در پژوهش حاضر از روش برآورد تطبیق با صدک (PM) استفاده می‌شود. در ادامه این روش توضیح داده خواهد شد.

برآورد تطبیق با صدک (PM). در این بخش وقتی بتوان GLD را روی داده‌های تجربی به شکل جدول توزیع فراوانی ارائه کرد، نشان داده خواهد شد که چگونه می‌توان پارامترهای توزیع را برآورد کرد [۶۸]. فرض کنید یک نمونه n تایی از داده‌های GLD به k دسته به‌صورت رابطه ۷، طبقه‌بندی شده باشند.

$$(X_{i-1}, X_i], n_i, N_i = \sum_{j=1}^i n_j; p_i = \sum_{j=1}^i f_j, f_j = \frac{n_j}{n}, i = 1, 2, \dots, k \quad (7)$$

مقادیر $\{X_i, i=0, 1, 2, \dots, k; X_{i-1} < X_i\}$ کران‌های کل k هستند و طبقه‌ها روی هم قرار نمی‌گیرند و در عمل باید $k \geq 3$ باشد [۲۹]. احتمال تجمعی تخصیص یافته به i امین طبقه به‌صورت رابطه ۸، نوشته می‌شود.

$$F(X_i; \lambda) - F(X_{i-1}; \lambda) = \pi_i(\lambda) > 0, i = 1, 2, \dots, k; \sum_{i=1}^k \pi_i = 1 \quad (8)$$

با فرض اینکه $\lambda \in A$ و $\lambda_0 \in A$ صحت داشته باشد، ولی مقدار آن معلوم نباشد، واضح است که داده‌های گروهی می‌تواند بر برآورد پارامترها و واریانس آن تأثیر بگذارد [۵۱]. روش تطبیق با صدک شامل هم‌ارزسازی پنج X_i تجربی و پنج $X(p, \lambda)$ نظری است؛ به‌طوری‌که بیان می‌دارد X_i برآوردی خوب از آماره توزیع تجربی مربوط به p_i است (رابطه ۹).

$$X_{i_j} = \lambda_1 + \lambda_2 p_{i_j}^{\lambda_3} - \lambda_2 (1 - p_{i_j})^{\lambda_3}; j = 1, \dots, 5 \quad (9)$$

به طوری که $i_j \in (1, 2, \dots, k')$ است. حال اگر حد بالای متغیر معلوم و متناهی باشد، آنگاه $k' = k$ است؛ در غیر این صورت $k = k - 1$ خواهد بود. برای اینکه محاسبات به نحو احسن انجام شود، برآورد PM رابطه ۹، همراه با پنج عبارت شش قسمتی w_1, w_2, w_3, w_4 و w_5 که برای $s = 1, 2, \dots, 5$ ، به صورت رابطه ۱۰، محاسبه شده است، به کار گرفته می شود.

$$w_s = (1 - \beta_s)X_{j-1} + \beta_s X_j; \beta_s = \frac{p_s - p_{j-1}}{f_j}, \quad (10)$$

$$j = \text{Min}_{0 < i \leq k} \{p_i \geq p_s\}, s = 1, 2, \dots, 5$$

چون پنج صدک GLD تمایل به هم زمانی با صدک های مشاهدات مربوط دارد، لازم نیست صدک های تجربی باقیمانده بیشتر درباره مقادیر واقعی نظری متمرکز شوند. چون رابطه ۹، یک سیستم غیرخطی معادلات است، باید یک رویه تکراری را برای حل آن به کار برد تا مقادیر λ به دست آیند. برای به دست آوردن برآوردهای PM می توان از روش حداقل سازی سیمپلکس داننیل با معیارهای رابطه ۱۱، استفاده کرد.

$$S_{QM}(\lambda) = \text{Max}_{1 \leq s \leq 5} \{w_s - X(p_s, \lambda)\} \quad (11)$$

به تابع حداکثر سازی رابطه ۱۱، می توان محدودیت $\min(\lambda_4, \lambda_5) > -1$ را اضافه کرد [۴۴]. در این روش نیاز به ارزیابی تابع است و کاربردپذیری وسیعی برای حداقل سازی تابع عمومی دارد [۵۰].

به دلیل اینکه استفاده از برنامه ریزی غیرخطی رابطه ۱۱، می تواند بیش از یک جواب قابل قبول داشته باشد از آزمون نیکویی برازش استفاده می شود. در این ارتباط آزمون مربع کای که در رابطه ۱۲، آمده است را می توان به کار گرفت.

$$\chi_o^2 = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (12)$$

در این ارتباط، فرضیه های مربوط پایه گذاری و آزمون می شوند که در بخش داده ها و نتایج ارائه خواهد شد.

پس از اطمینان از جواب‌های به‌دست‌آمده برای پارامترهای توزیع، نوبت به محاسبه میانگین و واریانس آن می‌رسد که می‌توان از معادله‌های ۱۳ و ۱۴ استفاده کرد و انحراف معیار متغیر موردنظر را نیز محاسبه کرد [۴۳، ۴۶، ۴۷، ۶۸].

$$\mu = \lambda_1 + \frac{\lambda_p}{(\lambda_p + 1)} - \frac{\lambda_p}{(\lambda_\delta + 1)} \quad (13)$$

$$\sigma^2 = \int_0^1 (\lambda_1 + \lambda_p p^{\lambda_p} - \lambda_p(1-p)^{\lambda_\delta})^2 dp - (\lambda_1 + \frac{\lambda_p}{(\lambda_p + 1)} - \frac{\lambda_p}{(\lambda_\delta + 1)})^2 \quad (14)$$

محاسبه واریانس از رابطه ۱۴، به روش‌های معمول مشکل است؛ بنابراین باید از روش تقریبی تحلیل عددی استفاده کرد. چون انتگرال‌گیری از رابطه‌ی (۱۴) به روش‌های معمول امکان‌پذیر نیست، می‌توان از روش تابع پیچیدگی^۱ استفاده کرد. پس از محاسبه واریانس، می‌توان جذر آن را به‌عنوان انحراف معیار به کار گرفت.

با فرض اینکه احتمال خطای نوع I کمتر از مقداری مشخص، مثلاً α باشد، حدود بالا و پایین نمودار کنترل پیشنهادی را می‌توان به نحو مقتضی محاسبه کرد؛ همچنین پس از محاسبه میانگین و واریانس، که به ترتیب از معادله‌های ۱۳ و ۱۴ برآورد می‌شوند، برای تعیین حدود کنترل به طریقه سنتی و استفاده از اصل $\mu \pm 3\sigma$ ، همان‌گونه که در نمودارهای کنترل شوهارت، از جمله نمودار کنترل C استفاده شده است [۳۸]، شخص می‌تواند از این حدود استفاده کند؛ علاوه بر آن، حتی در صورتی که تابع توزیع مشخص نباشد، طبق قضیه چیبی-شف^۲ استفاده از این حدود مجاز است. بر اساس این قضیه، احتمال قرارگرفتن میانگین نمونه در بین K انحراف معیار، $\sigma_{\bar{X}}$ ، به‌صورت رابطه ۱۵، است [۳].

$$P(|\bar{X} - \mu_{\bar{X}}| \leq K\sigma_{\bar{X}}) \geq 1 - \frac{1}{K^2} \quad (15)$$

در این عبارت، $\sigma_{\bar{X}}$ معلوم در نظر گرفته شده است. اگر $\sigma_{\bar{X}}$ نامعلوم باشد از $S_{\bar{X}}$ استفاده می‌شود. در این ارتباط اگر با همین خطا، حدود کنترل را محاسبه شود، حدود کنترل سه انحراف معیار بسته‌تر خواهد بود. همان‌طور که در بخش اعتبارسنجی خواهد آمد، با به‌کارگیری هر یک از این روش‌ها باز هم کارایی این حدود از روش نرمال بالاتر خواهد بود.

1. Convolution function

2. Chebysheff Theorem به‌نام دانشمند روسی (۱۸۲۱ تا ۱۸۹۴) نام‌گذاری شده

با استفاده از این روش، می‌توان به تعداد کافی از خط تولید نمونه تصادفی برداشت و پارامترهای توزیع لامبدای تعمیم‌یافته را با به‌کارگیری روش بالا تعیین کرد؛ آنگاه با محاسبه میانگین و انحراف معیار توزیع، حدود کنترل را محاسبه کرد. در بخش بعدی روش محاسبه روش پیشنهادی با استفاده از یک مثال نشان داده خواهد شد.

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این بخش برای نشان دادن نحوه کارکرد روش پیشنهادی از داده‌های مربوط به مقاومت کششی ۱۸ صفحه‌ی آلومینیومی که بر حسب نیوتن بر میلی‌متر مربع اندازه‌گیری شده، استفاده شده است [۲۲] (جدول ۱).

جدول ۱. اندازه‌های مقاومت کششی صفحات آلومینیومی [۲۲]

| شماره نمونه | x (N/mm ²) | شماره نمونه | x (N/mm ²) |
|-------------|--------------------------|-------------|--------------------------|
| ۱ | ۱۸۶/۰ | ۱۰ | ۱۸۹/۳ |
| ۲ | ۱۸۵/۵ | ۱۱ | ۱۹۵/۱ |
| ۳ | ۱۹۴/۹ | ۱۲ | ۱۹۲/۴ |
| ۴ | ۱۸۳/۳ | ۱۳ | ۱۸۱/۲ |
| ۵ | ۱۸۳/۲ | ۱۴ | ۱۸۴/۸ |
| ۶ | ۱۹۰/۸ | ۱۵ | ۱۸۷/۶ |
| ۷ | ۱۸۳/۹ | ۱۶ | ۱۸۵/۴ |
| ۸ | ۱۸۵/۸ | ۱۷ | ۱۸۶/۶ |
| ۹ | ۱۸۳/۸ | ۱۸ | ۱۸۸/۵ |

در این مرحله با به‌کارگیری رابطه‌های ۵ تا ۹، برنامه‌ریزی غیرخطی قدرمطلق زیر به دست می‌آید.

$Min y$

$$\left| (\lambda_1 + \lambda_4 (0.17)^{\lambda_4} - \lambda_5 (0.83)^{\lambda_5}) - 182.40 \right| - y \leq 0$$

$$\left| (\lambda_1 + \lambda_4 (0.56)^{\lambda_4} - \lambda_5 (0.44)^{\lambda_5}) - 185.20 \right| - y \leq 0$$

$$\left| (\lambda_1 + \lambda_4 (0.78)^{\lambda_4} - \lambda_5 (0.23)^{\lambda_5}) - 188.00 \right| - y \leq 0$$

$$\left| (\lambda_1 + \lambda_4 (0.83)^{\lambda_4} - \lambda_5 (0.17)^{\lambda_5}) - 190.80 \right| - y \leq 0$$

$$\left| (\lambda_1 + \lambda_4 (0.94)^{\lambda_4} - \lambda_5 (0.06)^{\lambda_5}) - 193.60 \right| - y \leq 0$$

$$\lambda_4 \geq -1, \lambda_5 \geq -1$$

حال با استفاده از نرم‌افزار متلب^۱ برنامه ریاضی بالا حل می‌شود. پس از حل مسئله جواب‌های زیر به دست می‌آیند.

$$\lambda_1 = 183.1963, \lambda_2 = 7.6492, \lambda_3 = -3.7325, \lambda_4 = 1.4332, \lambda_5 = 3.6075$$

در نتیجه تابع چارک^۲ توزیع به صورت زیر است:

$$X(p, \lambda) = 183.1963 + 7.6492p^{1.4332} + 3.7325(1-p)^{3.6075}, \quad 0 \leq p \leq 1,$$

نتایج حاصل از محاسبه میانگین، واریانس و انحراف معیار داده‌ها بر اساس رابطه‌های ۱۳ و ۱۴، در ادامه آمده است.

$$\mu = \lambda_1 + \frac{\lambda_2}{(\lambda_4 + 1)} - \frac{\lambda_3}{(\lambda_5 + 1)} = 183.1963 + \frac{7.6492}{(1.4332 + 1)} + \frac{3.7325}{(3.6075 + 1)} = 187.15$$

9

$$\begin{aligned} \sigma_1^2 &= \int_0^1 (\lambda_1 + \lambda_2 p^{\lambda_4} - \lambda_3 (1-p)^{\lambda_5})^2 dp - (\lambda_1 + \frac{\lambda_2}{(\lambda_4 + 1)} - \frac{\lambda_3}{(\lambda_5 + 1)})^2 \\ &= \int_0^1 (183.1963 + 7.6492p^{1.4332} + 3.7325(1-p)^{3.6075})^2 dp - (187.15)^2 = 16 \end{aligned}$$

در نتیجه انحراف معیار به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\sigma = \sqrt{16} = 4$$

حال می‌توان حدود کنترل را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\begin{cases} UCL = \mu + 3\sigma \\ CL = \mu \\ LCL = \mu - 3\sigma \end{cases}$$

1. MATLAB software
2. Quantile function

در نتیجه:

$$\begin{cases} UCL = 187.15 + 3 \times 4 = 199.15 \\ CL = 187.15 \\ LCL = 187.15 - 3 \times 4 = 175.15 \end{cases}$$

برای اطمینان از درستی جواب‌های به‌دست‌آمده آزمون نیکویی برآزش، یعنی آزمون مربع کای، استفاده می‌شود. در این ارتباط فرضیه‌های H_0 و H_1 به‌صورت زیر پایه‌گذاری می‌شوند:

H_0 : توزیع لامبدای تعمیم‌یافته با پارامترهای به‌دست‌آمده روی این داده‌ها قابل‌برازنده‌شدن هستند.

H_1 : توزیع لامبدای تعمیم‌یافته با پارامترهای به‌دست‌آمده روی این داده‌ها قابل‌برازنده‌شدن نیستند.

اگر $\chi^2_o > \chi^2_{\alpha, k-i-1}$ باشد که در آن α سطح اطمینان آزمون، k تعداد طبقات و i تعداد پارامترهای توزیع است، آنگاه H_0 رد می‌شود.

به‌منظور انجام این آزمون برای هر قطعه، ابتدا باید مقادیر موردانتظار E_i به‌دست آیند. برای هر طبقه i مقدار فراوانی تجمعی نسبی در توزیع داده‌ها موجود است؛ بنابراین مقدار میانگین طبقه محاسبه شده و به‌عنوان مقدار موردانتظار پذیرفته می‌شود. به همین صورت مقدار مشاهده‌شده در هر طبقه میانگین اعداد همان طبقه است. آماره مربع کای با $k-6$ درجه آزادی را می‌توان آزمون کرد؛ به‌طوری‌که در آن k تعداد طبقات است. جدول ۲، آزمون فرضیه مجموعه داده‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۲. داده‌های مقاومت کششی صفحات آلومینیومی برای آزمون مربع کای

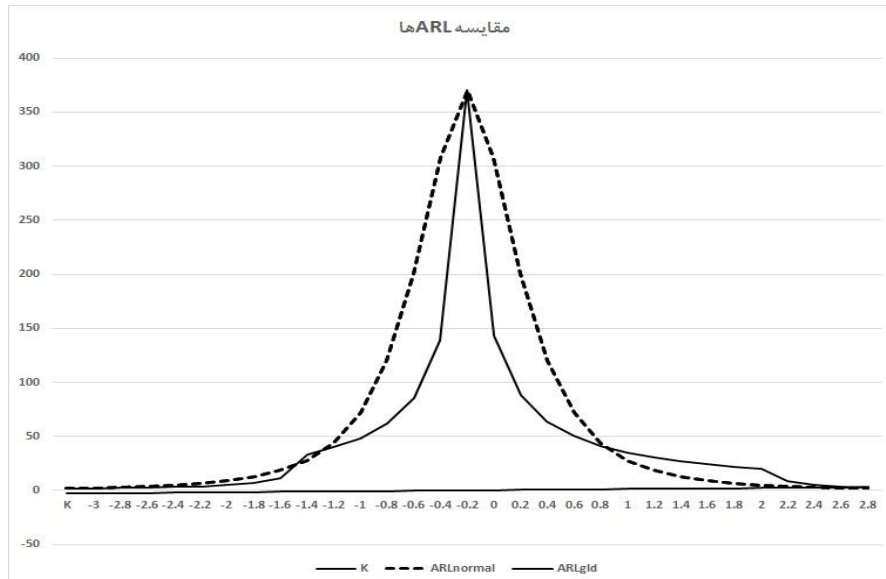
| طبقه | مقدار مشاهده‌شده (O_i) | فراوانی نسبی تجمعی (Y_i) | مقدار موردانتظار (E_i) | $(O_i - E_i)^2$ | $\frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$ |
|------|-------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|-----------------|-----------------------------|
| ۱ | ۱۸۴/۱ | ۰/۱۷ | ۱۸۵/۷۱ | ۲/۵۹۲۱ | ۰/۰۱۴۰ |
| ۲ | ۱۸۶/۴ | ۰/۵۶ | ۱۸۶/۷۲ | ۰/۱۰۲۴ | ۰/۰۰۰۵ |
| ۳ | ۱۸۸/۷ | ۰/۷۸ | ۱۸۸/۵۷ | ۰/۰۱۶۹ | ۰/۰۰۰۱ |
| ۴ | ۱۹۱/۰ | ۰/۸۳ | ۱۸۹/۰۶ | ۲/۳۷ | ۰/۰۱۲۵ |
| ۵ | ۱۹۳/۳ | ۰/۹۴ | ۱۹۰/۲۰ | ۹/۶۱ | ۰/۰۵۰۵ |
| ۶ | ۱۹۵/۶ | ۱/۰۰ | ۱۹۰/۸۶ | ۲۲/۴۶۷۶ | ۰/۱۱۷۷ |
| | | جمع | | | ۰/۱۵۳ |

مشاهده می‌شود که برای این قطعه $\chi^2_o (۳.۸۴) < \chi^2_{\alpha} (۰.۱۹۵۳)$ است؛ بنابراین می‌توان ادعا کرد که توزیع لامبدای تعمیم‌یافته به‌دست‌آمده می‌تواند برای این داده‌ها مناسب باشد.

اعتبارسنجی. در هر نمودار کنترل متوسط طول اجرا (ARL) عبارت است از: تعداد کالایی که تحت شرایط نامطلوب تولید می‌شود، ولی سیستم‌های کنترلی متوجه آن نمی‌شوند. متوسط طول اجرا در دو حالت تعریف می‌شود: الف) وقتی نمودار کنترل فرایند را تحت کنترل نشان می‌دهد ولی فرایند در حال تولید کالای معیوب باشد. در این حالت تعداد کالایی که به‌طور متوسط به‌صورت معیوب تولید می‌شوند و سیستم هشدار نمی‌دهد و متوقف نمی‌شود را ARL_0 می‌نامند. مقدار عددی این پارامتر برابر با $ARL_0 = 1/\alpha$ است؛ به‌نحوی که α احتمال خطای نوع اول است؛ ب) وقتی نمودار کنترل فرایند را خارج از کنترل نشان می‌دهد، ولی محصولات سالم تولید می‌شوند. در این حالت تعداد کالایی که به‌طور متوسط تولید می‌شوند تا سیستم متوقف شود را با ARL_1 نشان می‌دهند و مقدار عددی آن عبارت از $ARL_1 = 1/(1-\beta)$ است؛ به‌نحوی که β عبارت از احتمال خطای نوع دوم است. تعیین α معمولاً تابع امکانات تولید و نوع محصول است؛ به‌نحوی که در بسیاری از حالت‌ها برابر با $0/0027$ در نظر گرفته شده و باعث می‌شود تا حدود کنترل با 3σ فاصله از میانگین ایجاد شوند. از آنجاکه مقادیر α با مقادیر β ارتباط دارند؛ بنابراین نمودارهای کنترل بر اساس توان آن‌ها در تشخیص خطای نوع دوم از یکدیگر متمایز می‌شوند؛ به‌عبارت‌دیگر اگر دو نمودار کنترل با مقادیر مشابه α تدوین شوند، نمودار کنترلی کارآمدتر است که ARL_1 کمتری داشته باشد و بتواند سیستم خارج کنترل را زودتر متوقف کند [۴۶ و ۴۷].

در این پژوهش با ایجاد تغییر در میانگین (dx) به ازای مقادیر مختلف k (به‌نحوی که $dx = k\sigma$ باشد)، مقادیر مختلف β به‌دست آمد و به‌دنبال آن مقادیر مختلف ARL_1 در هر دو نمودار کنترل (نمودارهای مبتنی بر توزیع نرمال و مبتنی بر GLD) محاسبه شد. شکل ۱، نشان‌دهنده مقادیر هر یک از این پارامترها در نقاط مختلف است. چگونگی انجام محاسبات توسط نیلی احمدآبادی و همکاران (۲۰۱۱ و ۲۰۱۲) با جزئیات تشریح شده است [۴۶ و ۴۷].

مقدار خطای نوع اول در هر دو نمودار کنترل برابر با $\alpha = 0/0027$ تعیین شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود در نقطه $k = 0$ مقدار ARL برابر با ۳۷۰ عدد محصول محاسبه شده است. این مقدار در تمامی نمودارهای کنترل دیگر که با آلفای مشابه تدوین می‌شوند نیز برابر است؛ به‌علاوه در این نقطه هر دو ARL (یعنی ARL_0 و ARL_1) نیز با هم برابر هستند؛ ولی در سایر نقاط k مشاهده می‌شود که مقدار ARL_1 در نمودار کنترل پیشنهادی کمتر است. این بدان معنا است که در مواقع خارج کنترل سیستم زودتر هشدار می‌دهد.



شکل ۱. نمودار مقایسه کارآمدی نمودار کنترل پیشنهادی

به علاوه، در بسیاری موارد، مشخصه کیفیت تحت بررسی، تمام پیش‌نیازهای نرمال بودن را ندارد؛ بنابراین متغیر X (یا \bar{X}) دارای توزیع نرمال نیست. این موضوع، به ویژه در اندازه‌گیری‌های انفرادی بیشتر مشهود است و باعث بروز مشکلات زیادی در کنترل فرایند تولید می‌شود. یکی دیگر از نقاط قوت این نمودار آن است که در مقایسه با ARL_1 منحنی نرمال (که قرینه است)، لزوماً قرینه نیست. حتی اگر تابع توزیع متغیر X نرمال باشد یا به نرمال نزدیک باشد، در عمل دارای چولگی یا کشیدگی است که GLD به خوبی می‌تواند این ویژگی‌ها را مشخص سازد و نمودار کنترل را با رعایت این موارد تدوین کند.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در کنترل کیفیت آماری از نمودارهای کنترل که معیاری آماری برای کنترل حدود مشخصه‌ی کیفیت است، بر اساس چند پیش‌فرض استفاده می‌شود. نخستین پیش‌فرض این است که خروجی فرایند از توزیع احتمال خاصی مثلاً نرمال برای متغیرهای پیوسته، و دوجمله‌ای یا پواسون برای متغیرهای گسسته (وصفی‌ها) پیروی می‌کند و دومین پیش‌فرض این است که فرایند از جریان تولید پیوسته و بزرگ به دست می‌آید. این پیش‌فرض‌ها همیشه در عمل واقعیت ندارند. این پژوهش بر مسائلی تأکید دارد که فرایند تحت پایش از توزیع ناشناخته پیروی می‌کند؛ همچنین در تولید انبوه شرایطی پیش می‌آید که منطقی نیست یا نمی‌توان هر بار بیش از یک نمونه از خط تولید برداشت و یا هزینه‌های آزمایش به قدری بالا است که برداشتن چند نمونه

به‌طور هم‌زمان به‌صرفه یا منطقی نیست. در این شرایط معمولاً از نمودار $MR-X$ برای کنترل فرایند استفاده می‌شود که به‌اندازه‌ی کافی برای کشف انحرافات قابل تشخیص حساس نیست؛ علاوه بر آن وقتی توزیع فرایند نرمال نباشد و یا نامشخص باشد، دیگر نمی‌توان به نمودار $MR-X$ اعتماد کرد.

در این پژوهش سعی شده است یک روش محاسباتی کارا برای محاسبه حدود دقیق کنترل ارائه شود. در این پژوهش از توزیع پنج‌پارامتری لامبدای تعمیم‌یافته (GLD)، به‌عنوان توزیع احتمال بسیار انعطاف‌پذیر، برای برآورد پارامترهای حدود کنترل استفاده شده است. نمودار پیشنهادی از خانواده نمودارهای شوهارت بوده و از این لحاظ برای استفاده در داده‌هایی با توزیع ناشناخته قابل‌درک است. وقتی توزیع‌های آماری مرسوم نتوانند به‌اندازه‌ی کافی دقت لازم را برای مدل‌سازی فرایند داشته باشند، نمودار کنترل پیشنهادی این پژوهش می‌تواند یک پیشنهاد برای کنترل کیفیت باشد.

در این روش، استفاده از توزیع پنج‌پارامتری لامبدای تعمیم‌یافته برای برآورد پارامترهای توزیع، پیشنهاد شده است. در این مقاله برای برآورد پارامترهای توزیع، از روش تطبیق با صدک (PM) استفاده شده است. روش‌های متعدد دیگری برای برآورد پارامترهای توزیع وجود دارند که از آن‌ها هم می‌توان استفاده کرد. در پژوهش نیلی احمدآبادی و همکاران (۲۰۱۱) از روش تطبیق با گشتاور^۱ برای برآورد پارامترهای آن استفاده شده است که روشی متفاوت است [۴۷]. تفاوت دیگر این پژوهش با روش قبلی در تأکید این پژوهش بر کنترل کیفیت آماری اندازه‌گیری‌های انفرادی است که پژوهشگران قبلی کمتر به آن اشاره کرده‌اند. استفاده از روش پیشنهادی این پژوهش در شرایطی که توزیع آماری قطعات تولیدی معلوم نباشد و یا برای قطعات انفرادی مناسب است.

از طرف دیگر، حل معادلات درجه دوم به بالا معمولاً بیش از یک جواب دارد؛ بنابراین کاملاً ضروری است تا برای اطمینان از درستی جواب‌های به‌دست‌آمده آزمون نیکویی برازش انجام شود. در پژوهش حاضر استفاده از آزمون مربع کای برای این منظور پیشنهاد شده است و فرضیه‌های لازم پیشنهاد و اجرا شده‌اند. همانند معیارهای حیاتی برای عملکرد روش‌های SPC ، اقدام به محاسبه‌ی ARL ها و مقایسه آن‌ها شده و کارایی روش پیشنهادی نشان داده شده است. برای نشان‌دادن کارایی روش پیشنهادی و چگونگی استفاده از آن، یک مثال عددی مورد‌استفاده قرار گرفته است. در این مثال میانگین، انحراف معیار و حدود کنترل فرایند محاسبه شده، که فرایند را تحت کنترل آماری نشان داده است؛ علاوه بر آن، همانند معیارهای حیاتی

برای عملکرد روش‌های SPC ، اقدام به محاسبه ARL ها و مقایسه آن‌ها شده و کارایی روش پیشنهادی نشان داده شده است.

مطالعه پیشینه پژوهش نشان می‌دهد که در بسیاری از موارد، مشخصه کیفیت تحت بررسی، تمام پیش‌نیازهای نرمال بودن را ندارد؛ در نتیجه این مشخصه، به‌ویژه در اندازه‌گیری‌های انفرادی، از توزیع نرمال پیروی نمی‌کند و باعث بروز مشکلات زیادی در کنترل فرایند تولید می‌شود. در این شرایط بدون توجه به نوع توزیع متغیر تصادفی استفاده از GLD می‌تواند اطمینان‌بخش باشد. یکی دیگر از نقاط قوت نمودار پیشنهادی آن است که در مقایسه با ARL منحنی نرمال (که قرینه است)، لزوماً قرینه نیست. حتی اگر تابع توزیع متغیر X نرمال باشد یا به نرمال نزدیک باشد، در عمل دارای چولگی یا کشیدگی است که GLD به‌خوبی می‌تواند این ویژگی‌ها را مشخص سازد و نمودار کنترل را با رعایت این موارد تدوین کند.

از محدودیت‌های پژوهش حاضر می‌توان به فرایند طولانی و پیچیده محاسبات آن اشاره کرد؛ با این حال توسعه برنامه متلب^۱ برای آن می‌تواند در ساده‌سازی فرایند محاسباتی حدود کنترل کارساز باشد.

منابع

1. Albers, W., Kallenberg, W.C.M., & Nurdiati, S. (2004). Parametric control charts. *J. Stat. Plann. Inf.* 124, 159-184.
2. Alem Tabriz, A., Hamidzade, M. R., Dari Nokarani, B., & Mohammadi Plarti, M. (2017). A New product development model in the automotive industry. *Journal of Industrial Management Perspective.* 26(2), 33-51 (In Persian).
3. Azar, A., & Momeni, M. T. (2000). Statistics and its use in management, Organization for the Study and Compilation of Human Sciences Books of Universities, Tehran, Iran (In Persian).
4. Bakir, S. T. (2004). A distribution-free Shewhart quality control chart based on signed-ranks. *Qual. Eng.* 16(4), 613-623.
5. Bashiri, M., Amiri, A., Doroudyan, M. H., & Asgari, A. (2013). Multi-objective genetic algorithm for economic statistical design of X bar control chart, *Scientia Iranica, Sharif University of Technology*, E 20 (3), 909-918.
6. Bertapelli, F., Machado M. R., Val Roso, R., & Guerra-Júnior, G. (2017). Body mass index reference charts for individuals with Down syndrome aged 2-18 years. *Journal of Pediatr (Rio J).*, 93(1), 94-99.
7. Borrór, C. M., Montgomery, D. C., & Runger, G. C. (1999). Robustness of the EWMA control chart to non-normality. *Journal of quality technology*, 31(3), 309-316.
8. Chakraborti, S. (2000). Run length, average run length and false alarm rate of Shewhart x chart: exact derivations by conditioning. *Commun. Stat. Simul. Comput.* 29, 61-81.
9. Chandra M. Jeya, (2001). Statistical quality control, CRC Press LLC, 5-53.
10. Chang, Y. S., & Bai, K. C. (2001). Control charts for positively skewed populations with weighted standard deviations. *Qual. Reliab. Eng. Int.* 17, 397-406.
11. Chen, Y. K. (2003). An evolutionary economic-statistical design for VSI X control charts under non-normality. *Int J Adv Manuf Technol*, 22, 602-610.
12. Chen Y. K., & Yeh, C. (2004). An enhancement of DSI X Bar control charts using a fuzzy-genetic approach. *Int J Adv Manuf Technol*, 24, 32-40.
13. Dele H., & Besterfield P. E. (1998). Quality control fifth edition, Prentice Hall, New Jersey, Colombo, Ohio.
14. Devroye, L. (1996). Random variate generation in one line of code. In: Charnes, J. M., Morrice, D. J., Brunner, D. T., Swain, J. J., eds. Proceedings of the Winter Simulation Conference. San Diego, CA, USA, December 8-11. Association for Computing Machinery, NY, 265-272.
15. Fadaee, S., Pouya, A., & Kazemi, M. (2015). Developing fuzzy statistical process charts of defects ratio for control of descriptive characteristics. *Journal of Industrial Management Perspective.* 19(3), 91-116 (In Persian).
16. Farnum, N. R. (1994). Statistical quality control and improvement. Duxbury, Belmont.
17. Fatemi Qomi, M. T. (1991). Statistical quality control, Amir Kabir industrial University, Tehran, Iran (In Persian).
18. Fawad Zafara, R., Mahmoodb, C. T., Abbasb, N., Riazb, M., & Hussain, Z. (2018). A progressive approach to joint monitoring of process parameters. *Computers & Industrial Engineering* 115, 253-268.
19. Freimer, M., Mudholkar, S., Kollia, G., & Lin, T.C., (1988). A study of the generalized Tukey Lambda family. *Commun. Statist. Theor. Meth.* 17, 3547-3567.

20. Gilchrist, W. (2000). *Statistical Modeling with Quantile Function*. Boca Raton, FL: CRC Press.
21. Gunter, B. (1989). The use and abuse of c, part 1-4. Quality progress, part 1: 22 (1), 72-73, part 2: 22(3), 108-109, part 3: 22(5), 79-80, and part 4: 22(7), 86-87.
22. Harrison, M., Wadsworth, J. R., Kennets, S., Stephens, A., & Blanton Godfrey (2001). *Modern methods for quality control and improvement*. John Wiley & sons, INC, 243-245.
23. Hoaglin, D. C. (1975). The small-sample variance of the Pitman location estimators. *J. Amer. Statist. Assoc.* 52, 880-888.
24. Hitchina, R., & Knight, I. (2016). Daily energy consumption signatures and control charts for air-conditioned buildings. *Energy and Buildings* 112, 101-109.
25. Hsu, H. M., & Chen Y. K. (2001). A fuzzy reasoning based diagnosis system for X bar control charts. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 12, 57-64.
26. Jang S., Park S.H., and Baek J.G., (2017). Real-time contrasts control chart using random forests with weighted voting. *Expert Systems with Applications* 71, 358-369.
27. Joiner, B. L., & Rosenblatt, J. R. (1971). Some properties of the range in samples from Tukeys symmetric lambda distribution. *J. Amer. Statist. Assoc.* 66, 394-399.
28. Karian, Z. A., Dudewicz, E. J. (2000). *Fitting Statistical Distributions. The Generalized Lambda Distribution and Generalized Bootstrap Methods*. Boca Raton, FL: CRC Press.
29. Kariya, T. (1986). Analogous t and F test statistics based on grouped data. In: Francis, I. S., Manly, B. F. J., Lam, F. C., eds. *Proceedings of the Pacific Statistical Congress, Auckland, 20-24, May 1985*. Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland), 275-279.
30. Katz, S., & Johnson, N. L. (1995). *Process Capability Indices*. Chapman and Hall, New York.
31. Kaya, I., & Kahraman, C. (2011). Process capability analyses based on fuzzy measurements and fuzzy control charts. *Expert Syst Appl* 38, 3172-3184.
32. Kittlitz, R. G., (1999). Transforming the exponential for spc applications. *J. Qual. Technol.* 31, 301-308.
33. Lam, H., Bowman, K. O., & Shenton, L. R. (1980). Remarks on the generalized Tukeys lambda family of distributions. In: *Proc. ASA, Statist. Comput. Sec. Houston, Texas, August 11-14*, 134-139.
34. Lee, S. J., & Amin, R. W. (2000). Process tolerance limits. *Total Qual. Manag.* 11(3), 267-280.
35. Maddahi A., Shahriari H., & Shokouhi A. H. (2011). A robust X control chart based on M-estimators in presence of outliers. *Int J Adv Manuf Technol*, 56, 711-719.
36. Maravelakis, P. E., Panaretos, J., & Psarakis, S. (2002). Effect of estimation of the process parameters on the control limits of the univariate control charts for process dispersion. *Commun. Stat.: A* 31(3), 443-461.
37. Michael, B., & Khoo, C. (2004). Performance measures for the Shewhart x control chart. *Qual. Eng.* 16(4), 585-590.
38. Montgomery, D. C., (2001). *Introduction to statistical quality control*, 4th edn. John Wiley & Sons, New York.
39. Montgomery, Jennings, & Pfund, (2010). *Management controlling and improving quality*, John Wiley.

40. Moatamevi, A., Rezaee, M., & Ehghaghi, M. (2013). Designing demand forecasting model in the ceramic and tile industry. *Journal of Industrial Management Perspective*. 9(1), 159-177 (In Persian).
41. Movahedi, M. M., & Bamenimoghaddam, M. (2011). Statistical quality control, Publication of Sharh, Tehran, Iran, (In Persian).
42. Movahedi, M. M., Khounsivash, M., Otadi, M., & Mosleh, M. (2016). A new statistical method for design and analyses of component tolerance. *J Ind Eng Int.*, DOI 10.1007/s40092-016-0167-5.
43. Nedumaran, G., Pignatiello, Jr, J.J., (2001). On estimating x control chart limits. *J. Qual. Technol.* 33, 206-212.
44. Nelder, J. A., & Mead, R. (1965). A simplex method for function minimization. *Comput. J.* 7, 308-313.
45. Nil, N., Rao Kraleti, S. (2010). Optimal design of X bar-control chart with Pareto in-control times. *Int J Adv Manuf Technol*, 48, 829-837.
46. Nili Ahmadabadi, M., Farjami, Y., & BameniMoghadam, M. (2011). A process control method based on five-parameter generalized lambda distribution. *Qual Quant. Springer Science+Business Media B.V.* 46, 1097-1111.
47. Nili Ahmadabadi, M., Farjami, Y., M., & BameniMoghadam, M. (2012). Approximating Distributions by Extended Generalized Lambda Distribution (XGLD). *Communications in Statistics—Simulation and Computation*, 41, 1-23.
48. Noghondarian, K. (2005). Statistical quality control, Science and Technology University of Iran, Tehran, Iran, in Persian.
49. Norolsana, R., (2000). Statistical quality control, Science and Technology University of Iran, Tehran, Iran, in Persian.
50. Olsson, D. M., & Nelson, L. S. (1975). The Nelder-Mead simplex procedure for function minimization. *Technometrics* 17, 45-51.
51. O'Neill, B., Wells, W. T. (1972). Some recent results in lognormal parameter estimation using grouped and ungrouped data. *J. Amer. Statist. Assoc.* 167, 76-80.
52. Peam, W. L., Kotz, S., & Johnson, N. L., (1992). Distributional and inferential properties of process capability indices. *J. Qual. Technol.* 24(4), 216-231.
53. Pearson, R. K. (2001). Exploring process data. *J. Process Control* 11, 179-194.
54. Pelegrina, G. D., Leonardo, Duarte, T., & Jutten, C. (2016). Blind source separation and feature extraction in concurrent control charts pattern recognition: Novel analyses and a comparison of different methods. *Computers & Industrial Engineering* 92, 105-114.
55. Pérez-Rave, J., Muñoz-Giraldo, L., & Correa-Morales, J. C. (2017). Use of control charts with regression analysis for autocorrelated data in the context of logistic financial budgeting. *Computers & Industrial Engineering* 112, 71-83.
56. Prajapati, D. R. (2003). Performance of Conventional X-bar Chart for Auto correlated Data Using Smaller Sample Sizes. In: Proceedings of the World Congress on Engineering and Computer Science 2013 Vol II, October 23-25, 2013, San Francisco, USA.
57. Pyzdek, T. (1993). Processes control for short and small runs. *Qual. Prog.* 12, 51-60.
58. Pyzdek, T. (1995). Why normal distributions aren't (all that normal). *Qual. Eng.* 7, 769-777.

59. Quesenberry, C. P. (1993). The effect of sample size on estimated limits for \bar{X} and \bar{X} control charts. *J Qual Technol* 25, 237-247.
60. Ramberg, J. S., & Schmeiser, B. W. (1974). An approximate method for generating asymmetric random variables. *Commun. ACM* 17, 78-82.
61. Reynolds, M. R. Jr, Amin, R. W., Arnold, J. C., & Nachlas, J. A. (1988). X charts with variable sampling interval. *Technometrics* 30, 181-192.
62. Riaz, M. (2008). A dispersion control chart. *Common. Stat.: Simul. Computat.* 37, 1239-1261.
63. Sadehpour Gildeh, B., Niloufar Shafiee N., (2015). X-MR control chart for auto correlated fuzzy data using D_p , q -distance. *Int J Adv Manuf Technol*, 81, 1047-1054.
64. Sarabia, J. M. (1996). A hierarchy of Lorenz curves based on generalized Tukeys lambda distribution. *Econometric Rev.* 16, 305-320.
65. Shapiro, S. S., Wilk, M. B. (1965). An analysis of variance test for normality (complete samples). *Biometrika* 52, 591-611.
66. Shewhart, W. A., (1931). *Economic Control of Quality of Manufactured Product*, Van Nostrand, New York.
67. Somerville, S. E., Montgomery, D. C., (1996). Process capability indices and non-normal distributions. *Qual. Eng.* 9(2), 305-316.
68. Tarsitano, A., (2005). Estimation of the Generalized Lambda Distribution Parameters for Grouped Data. Taylor & Francis, Inc., *Communications in Statistics, Theory and Methods*, 34, 1689-1709.
69. Teyarachakul, S., Chand, S., & Tang, J. (2007). Estimating the limits for statistical process control charts: a direct method improving upon the bootstrap. *Eur. J. Oper. Res.* 178, 472-481.
70. Tsai, T. R., Lin, J. J., Wu, S. J., & Lin, H. C. (2005). On estimating control limits of \bar{X} bar chart when the number of subgroups is small. *Int J Adv Manuf Technol*, 26, 1312-1316.
71. Tukey, J.W., (1962). The future of data analysis. *annals of mathematical statistics*, 33(1), 1-67.
72. Wiemken T. L., Carrico R. M., Persaud A. K., & Ramirez J. A. (2017). Process control charts in infection prevention: Make it simple to make it happen. *American Journal of Infection Control* 45, 216-21.
73. Woodall, W. H., (2000). Controversies and contradictions in statistical process control. *J. Qual. Technol.* 32(4), 341-350.
74. Yang, S.-F., (1999). An approach to controlling process variability for short production runs. *Total Quality Management.* 10(8), 1123-1129.
75. Yourstone, S., & Zimmer, W., (1992). Non-normality and the design of control charts for averages. *Decis. Sci.* 23, 1099-1113.
76. Zhou, W., Zheng, Z., & Xie, W., (2017). A control-chart-based queueing approach for service facility maintenance with energy-delay tradeoff. *European Journal of Operational Research* 261, 613-625.