

انتخاب و زمان‌بندی چندین پروژه با محدودیت منابع در چندین حالت اجرایی به منظور حداکثر کردن ارزش فعلی خالص

امید موحدیان عطار*، مجید اسماعیلیان**، داریوش محمدی زنجیرانی***

چکیده

در این مقاله با هدف حداکثر کردن ارزش فعلی خالص و در نظر گرفتن شیوه‌های مختلف پرداخت کارفرما، مسئله انتخاب و زمان‌بندی چندین پروژه با استفاده از برنامه‌ریزی ریاضی و برنامه‌ریزی محدودیتی بررسی شده است؛ به طوری که امکان‌پذیری پروژه‌ها با توجه به میزان منابع در دسترس تضمین و کلیه روابط پیش‌نیازی رعایت شود. فعالیت‌ها با حالت مختلف از منابع، امکان اجرا دارند و از منابع تجدیدپذیر (نیروی انسانی، ماشین‌آلات) و تجدیدناپذیر (مواد اولیه، بودجه) استفاده می‌کنند. در محاسبه هزینه‌ها، هزینه اضافه‌کاری منابع تجدیدپذیر، جریمه دیرکرد یا پاداش تحویل زودتر از موعد پروژه در نظر گرفته شده است. مدل‌های ایجاد شده با چند پروژه از کتابخانه‌های مسائل زمان‌بندی پروژه بررسی شده‌اند.

کلیدواژه‌ها: برنامه‌ریزی محدودیتی؛ مدل‌سازی ریاضی؛ ارزش فعلی خالص؛ زمان‌بندی
پروژه؛ انتخاب پروژه.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۴/۴/۲۱، تاریخ پذیرش مقاله: ۹۴/۱۰/۲۳.

* دانشجوی کارشناسی ارشد، دانشگاه اصفهان.

** استادیار، دانشگاه اصفهان (نویسنده مسئول).

E-mail: M.Esmaelian@ase.ui.ac.ir

*** استادیار، دانشگاه اصفهان.

۱. مقدمه

امروزه مدیران سازمان‌ها عموماً با این مسئله روبه‌رو هستند که از بین پروژه‌هایی که به‌صورت بالقوه به آن‌ها پیشنهاد می‌شود، کدام پروژه را انتخاب کنند، پروژه‌ها را بر چه اساسی انتخاب کنند یا چگونه منابع لازم را به آن‌ها تخصیص دهند [۱۸]. در بین روش‌هایی که برای مدیریت و کنترل هزینه و زمان‌بندی پروژه‌ها وجود دارد، روش مدیریت ارزش کسب‌شده به‌طور گسترده‌ای برای پیش‌بینی هزینه و زمان اتمام پروژه‌ها استفاده می‌شود [۲]. اگر در مسئله انتخاب سید پروژه، اثر متقابل بین پروژه‌ها بر مبنای معیارهای انتخاب چندگانه و اولویت‌های تصمیم‌گیرندگان لحاظ شود، تصمیم‌گیری بسیار پیچیده می‌شود. به‌خصوص وقتی تعداد زیادی پروژه موجود باشد [۸]. تعریف مدیریت پروژه از نظر «مؤسسه مدیریت پروژه آمریکا»^۱ به‌کارگیری دانش، مهارت‌ها و روش‌ها به‌منظور اجرای مؤثر و کارآمد پروژه‌ها است. طبق تعریف این سازمان در کتاب «PMBOK 2008»، پروژه تلاشی موقت برای ایجاد یک محصول، خدمت یا نتیجه منحصربه‌فرد است [۱۷]. با توجه به نیازهای پروژه، ارائه یک مدل با در نظر گرفتن محدودیت‌های پروژه، به‌طوری که منافع پیمانکار را حداکثر کند، احساس می‌شود؛ از طرفی با توجه به محدودیت‌های سازمان در اجرای پروژه‌های مختلف، مسئله انتخاب پروژه مطرح می‌شود؛ به‌طوری که از حداکثر ظرفیت سازمان استفاده شده و درعین‌حال سازمان با پروژه‌ای با تأخیر زمانی و ضرر مالی ناشی از آن مواجه نشود. در این پژوهش یک مدل ریاضی مبتنی بر اندیس زمانی و یک مدل برنامه‌ریزی محدودیتی برای مسئله انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها به‌منظور حداکثر کردن ارزش فعلی خالص و با در نظر گرفتن هزینه‌های اضافه‌کاری منابع تجدیدپذیر و جریمه تأخیر و پاداش زودکرد ارائه شده است. مسئله انتخاب و زمان‌بندی همزمان پروژه‌ها با توجه به هزینه‌های اضافه‌کاری، پاداش زودکرد و جریمه دیرکرد با توجه به سه شیوه: پرداخت کارفرما به پیمانکار و همچنین منابع تجدیدپذیر و تجدید ناپذیر با فعالیت‌های پروژه در چندین حالت اجرایی در کنار هم و در یک مدل به‌منظور حداکثر کردن ارزش فعلی خالص در نظر گرفته شده است. در پژوهش‌های پیشین تمام موارد بالا در یک مدل به‌صورت همزمان در نظر گرفته نشده بود.

ساختار مقاله حاضر به این شرح است: در بخش دوم، مبانی و چارچوب نظری پژوهش و در بخش سوم، روش‌شناسی پژوهش و مدل ریاضی و برنامه‌ریزی محدودیتی تشریح شده است. در بخش چهارم، مدل‌های ارائه‌شده با داده‌های کتابخانه‌ای مورد آزمایش قرار گرفته و در بخش پنجم نتیجه‌گیری و پیشنهادها ارائه شده است.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

مسئله RCPSP، یکی از مسائل معروف در حوزه تحقیق در عملیات، موضوع پژوهش‌های بسیاری بوده است؛ از این رو، تعمیم‌های مختلفی از آن در مبانی نظری پژوهش وجود دارد. این تعمیم‌ها عموماً به منظور تطبیق مسئله پایه‌ای RCPSP با شرایط واقعی رخ می‌دهند. طبق دسته‌بندی هارتمن و بریسکرن (۲۰۱۰)، این تعمیم‌ها در حوزه‌های زیر روی داده است [۱۰]:

- تعمیم مفاهیم فعالیت: می‌توان به مواردی مانند اجازه انقطاع در فعالیت [۳]، تغییر نیاز منابع با تغییر زمان [۴]، در نظر گرفتن زمان‌های راه‌اندازی [۱۵]، حالت‌های اجرایی چندگانه^۱ و مسائل مبادله‌ای^۲ اشاره کرد.

- تعمیم محدودیت‌های زمانی: در تعمیم‌های زمانی مواردی از قبیل حداقل تأخیر زمانی^۳، بیشترین تأخیر زمانی، تاریخ‌های آزادسازی و ضرب‌الاجل‌ها^۴، محدودیت‌های تعویض زمانی^۵، محدودیت‌های موازی‌ساز و غیره اشاره شده است.

- تعمیم محدودیت‌های منابع: منابع تجدیدپذیر، تجدیدناپذیر [۲۰] و مضاعف از جمله تعریف‌های استفاده‌شده در مبانی نظری پژوهش است. موارد دیگری از قبیل منابع تجمعی، نسبی و پیوسته نیز در پژوهش‌های انجام‌شده موجود است [۱۰].

- اهداف جایگزین: اهداف مبتنی بر زمان یکی از کاربردی‌ترین اهداف مورد استفاده هستند. از دیگر اهداف می‌توان به مواردی از قبیل: اهداف مبتنی بر استحکام^۶، اهداف به‌منظور زمان‌بندی دوباره، اهداف مبتنی بر منابع تجدیدپذیر، اهداف مبتنی بر منابع تجدیدناپذیر، اهداف مبتنی بر هزینه‌ها و اهداف مبتنی بر ارزش خالص فعلی اشاره کرد. در مسائل با پروژه‌های چندگانه^۷، چندین پروژه با هم برنامه‌ریزی می‌شوند. این‌گونه مسائل نیز توابع هدف متناسب با خود را دارند. چن (۲۰۰۹)، مدل ریاضی انتخاب و زمان‌بندی را برای حل در یک حالت اجرایی به‌منظور کاهش زمان اتمام پروژه‌ها ارائه کرد [۶]. مدل ریاضی پایه آن، مدل مبتنی بر اندیس زمانی است که در ادامه درباره آن توضیح داده خواهد شد.

مسائل زمان‌بندی پروژه به روش‌های مختلفی حل می‌شوند، طبق مقاله عبدالشاه (۲۰۱۴)، این روش‌ها را می‌توان به سه دسته کلی: روش‌های حل دقیق، ابتکاری و فرا ابتکاری تقسیم‌بندی کرد [۱]. روش‌های حل دقیق شامل مدل‌سازی ریاضی و روش‌های شمارش ضمنی^۸

-
1. Multiple Modes
 2. Tradeoff Problems
 3. Time Lags
 4. Release Dates and Deadlines
 5. Time-Switch Constraints
 6. Robustness-based Objectives
 7. Multiple Projects
 8. Numerical Implicit Methods

هستند. برای یافتن فرمول‌بندی مناسب برای ساخت مدل ریاضی، مدل‌های پایه‌ای استفاده شده در میانی نظری پژوهش بررسی شد. بر اساس مقاله کنه و همکاران (۲۰۱۳)، زمان‌بندی فعالیت‌های پروژه با استفاده از مدل‌سازی ریاضی به سه طریق انجام می‌شود [۱۳]:

فرمول‌بندی مبتنی بر اندیس زمانی^۱. در این نوع مدل‌سازی، متغیر باینری x_{it} به‌عنوان متغیر تصمیم در نظر گرفته می‌شود. i شاخص فعالیت و t شاخص زمان است. اگر فعالیت i در زمان t شروع شود، مقدار x_{it} یک به خود می‌گیرد. مدت‌زمان و زمان شروع فعالیت، عدد صحیح در نظر گرفته می‌شود. متغیر t در بازه $(0, T)$ قرار دارد که T حد بالایی طول زمان‌بندی یا افق زمانی^۲ است [۱۶]. متغیر T به مدت‌زمان فعالیت‌ها وابسته است و با افزایش آن، تعداد متغیرها به‌صورت نمایی رشد خواهند کرد. این فرمول‌بندی به مدل‌های زمان - گسسته مشهور بوده و با نماد DT^3 نشانه‌گذاری می‌شود [۱۲].

فرمول‌بندی مبتنی بر توالی فعالیت‌ها^۴. در این نوع مدل‌سازی MILP، یک متغیر تصمیم باینری و یک متغیر تصمیم پیوسته S_i تعریف می‌شود. متغیر x_{ij} اگر و تنها اگر فعالیت j بعد از فعالیت i اجرا شود، مقدار یک به خود می‌گیرد. متغیر S_i تاریخ شروع فعالیت i را مشخص می‌کند. در این صورت اگر $x_{ij} = 1$ باشد، خواهد بود. p_i طول زمان فعالیت i است. متغیرهای اضافی دیگر برای مدل‌سازی جریان‌های منابع نیز موردنیاز است تا بتوان آن را برای مسئله RCPSPP گسترش داد؛ به همین دلیل این نوع فرمول‌بندی را «فرمول‌بندی بر اساس جریان»^۵ نیز می‌نامند. این نوع مدل‌سازی به دلیل محدودیت‌های M -بزرگ^۶ که به منظور خطی‌سازی محدودیت‌های دوحالتی (این یا آن) موردنیاز است، آزادسازی خطی ضعیفی دارد [۱۳]. این فرمول‌بندی به «مدل‌سازی پیوسته - زمانی مبتنی بر جریان»^۷ (FCT) مشهور است. مدل جای‌دهی جعبه^۸ برای RCPSPP که توسط سبزه‌پرور (۲۰۰۷)، ارائه شده است، نوعی فرمول‌بندی بر اساس توالی است [۱۹]. این مدل در مقاله کرامتی (۲۰۱۵) نیز استفاده شده است [۱۱].

فرمول‌بندی مبتنی بر رویداد^۹. برخلاف مدل‌های DT که از متغیرهای اندیس‌گذاری شده

1. Time-Indexed Formulations
2. Time Horizon
3. Discrete-Time Formulation (DT)
4. Sequence-based, or Disjunctive Formulations
5. Flow-based Formulations
6. Big-M Constraints
7. Flow-based Continuous-Time Formulation (FCT)
8. Rectangle Packing
9. Event-based Formulations

مبتنی بر زمان استفاده می‌کنند، کنه (۲۰۱۱)، دو نوع مدل جدید ارائه کرده است که متغیرهای آن بر مبنای رویدادها اندیس‌گذاری شده‌اند [۱۲]. رویدادها مربوط به زمان‌های شروع و پایان فعالیت‌ها است. در هر زمان‌بندی با هدف زودترین زمان پایان^۱ و با روابط پیش‌نیازی پایان به شروع (FS)^۲ و تأخیر زمانی^۳ صفر، شروع هر فعالیت در زمان صفر یا همزمان با پایان یکی از فعالیت‌ها است؛ بنابراین تعداد رویدادها به تعداد فعالیت‌ها به‌علاوه یک محدود می‌شود. مجموعه فعالیت‌ها $\varepsilon = \{0, 1, 2, \dots, n\}$ رویدادها را مشخص می‌کند. فرمول‌بندی بر اساس رویداد نیازی به فعالیت‌های مجازی (موهومی) ندارد. در نتیجه تعداد فعالیت‌ها برابر با n خواهد بود. این فرمول‌بندی، مانند فرمول‌بندی بر اساس رویداد FCT، مزیت زمان‌های فعالیت غیرصحیح را نیز دارد و در صورتی که افق زمانی برنامه‌ریزی افزایش یابد به دلیل استفاده از تعداد متغیر کمتر، کارایی بهتری نسبت به DT خواهد داشت؛ همچنین در مقایسه با FCT، از M -بزرگ استفاده نمی‌کند.

فرمول‌بندی مبتنی بر رویداد بر دو اساس امکان‌پذیر است: ۱. رویدادهای شروع و پایان^۴ (SEE)؛ ۲. رویدادهای فعال و غیرفعال^۵ (OOE). در فرمول‌بندی بر اساس رویداد شروع و پایان (SEE) از دو متغیر باینری برای شروع و پایان هر فعالیت استفاده می‌کند. متغیر باینری x_{ie} برابر یک خواهد بود؛ اگر و تنها اگر فعالیت i در رویداد e شروع شود و همچنین متغیر باینری y_{ie} زمانی برابر یک خواهد بود زمانی که فعالیت i در رویداد e به پایان برسد. یک متغیر پیوسته t_e برای تعیین تاریخ رویداد e تعریف شده است. یک متغیر پیوسته r_{ek} نیز مقدار موردنیاز از منبع k را درست بعد از رویداد e نشان می‌دهد. فرمول‌بندی SEE در مقایسه با FCT تعداد بیشتری متغیر باینری نیاز دارد؛ ولی در عوض از M -بزرگ استفاده نمی‌کند. در فرمول‌بندی بر اساس رویداد فعال و غیرفعال (OOE)، برای هر رویداد تنها از یک متغیر باینری استفاده می‌کند. در اینجا متغیر z_{ie} تعریف شده است که اگر و تنها اگر فعالیت i در رویداد e شروع شده باشد یا بلافاصله پس از رویداد e هنوز در حال پردازش باشند، برابر یک خواهد بود؛ در غیراین صورت مقدار آن برابر صفر می‌شود؛ در نتیجه، z_{ie} در زمان پردازش فعالیت i برای تمام رویدادهایی که در طول زمان پردازش قرار دارند، مقدار یک می‌گیرد. تعداد متغیر باینری این روش، نصف روش SEE و برابر با روش FCT است و تعداد محدودیت بیشتری دارد.

با توجه به نظریه پیچیدگی، مسئله RCPSP یکی از غیرقابل‌کنترل‌ترین مسائل در بهینه‌سازی ترکیبی است؛ در واقع، RCPSP به دسته مسائل NP-hard در سطح بالا^۶ تعلق دارد.

-
1. Left-Shifted Schedule
 2. Finish to S
 3. Time Lag
 4. Start/end event-based formulation (SEE)
 5. On/off event-based formulation (OOE)
 6. NP-hard in the strong sense

مسئله RCPSP با یک منبع و بدون محدودیت پیش‌نیازی، معروف به مسئله زمان‌بندی با منابع محدودشده، مسئله NP-complete در سطح بالا است و مدل‌های ریاضی ارائه‌شده برای حل این مسئله کارایی محاسباتی بالایی ندارد [۱۲]. رویکرد مدل‌سازی ریاضی، مبتنی بر مدل‌سازی هوشمند و الگوریتم جستجو غیرهوشمند است؛ در نتیجه مدل‌سازی ریاضی مسائل واقعی مشکل و حل مدل نیز زمان‌بر است؛ در صورتی که در رویکرد برنامه‌ریزی محدودیتی، از مدل‌سازی غیرهوشمند و الگوریتم جست‌وجوی هوشمند استفاده می‌شود؛ در نتیجه فرایند مدل‌سازی تسهیل شده و الگوریتم جست‌وجو نیز از کارایی محاسباتی بالاتری برخوردار است. در این پژوهش به منظور افزایش جنبه کاربردی و عملیاتی مدل برای مسائل واقعی، علاوه بر مدل ریاضی، یک مدل برنامه‌ریزی محدودیتی نیز ارائه شده است.

برنامه‌ریزی محدودیتی. برنامه‌ریزی محدودیتی (CP)^۱ جزو روش‌های هوش مصنوعی است و برای حل مسائل ارضای محدودیت^۲ و به‌طور کلی برای حل مسائل ترکیبی^۳ به کار می‌رود [۹]. روش‌های سازگاری و استراتژی‌های جست‌وجوی سیستماتیک در CP برای حل مسائل، لازم هستند. در برنامه‌ریزی محدودیتی استراتژی‌های جست‌وجوی مختلفی مانند، تولید و آزمون (GT)^۴، عقب‌گرد (BT)^۵، بررسی روبه‌جلو (FC)^۶ برای یافتن راه‌حل‌های مسائل ترکیبی مورد استفاده قرار می‌گیرد، روش GT تمام راه‌حل‌های ممکن را تا رسیدن به یک جواب موجه، جست‌وجو و بررسی می‌کند. در روش BT، اگر راه‌حل فعلی، محدودیتی را نقض کند، جست‌وجو به آخرین متغیر سازگار عقب‌نشینی می‌کند؛ در نتیجه با حذف شاخه‌های غیرضروری، جست‌وجو برای جواب‌های موجه، کارآمدتر از GT عمل می‌کند. در روش FC، مقادیر متناقض برای متغیرها به‌طور موقت حذف می‌شوند و سایر متغیرهای موجود با توجه به محدودیت‌های مربوط به متغیر فعلی، تجدیدنظر می‌شوند. برای بهبود عملکرد جست‌وجو، روش FC، انتشار محدودیت بیشتری نسبت به روش GT برای بررسی سازگاری متغیرها صرف می‌کند؛ با وجود این، زمان کلی ممکن است بیشتر شده و پردازش در هر گره طولانی‌تر شود؛ در نتیجه، با توجه به ماهیت مسئله، ارزیابی هزینه-فایده برای تعیین یک راه‌برد جست‌وجو مناسب، ضروری است [۱۴]. برنامه‌ریزی محدودیتی در حل مسائل زمان‌بندی استفاده شده است. از مواردی که مسئله زمان‌بندی پروژه با این روش حل شده است، می‌توان به پژوهش لیبو و وانگ (۲۰۱۱) در حداکثر کردن سود پروژه‌های انتخاب‌شده، اشاره کرد [۱۴]. در این پژوهش زمان‌بندی فعالیت‌های پروژه در نظر

-
1. Constraint Programming (CP)
 2. Constraint Satisfaction Problems (CSP)
 3. Combinatorial Problems
 4. Generate-and-test (GT)
 5. Backtracking (BT)
 6. Forward Checking (FC)

گرفته نشده است. تروجت و همکاران (۲۰۱۱)، مسئله زمان‌بندی پروژه را با محدودیت منابع تجدیدپذیر به‌منظور حداقل کردن زمان اتمام پروژه به کمک برنامه‌ریزی محدودیتی اجرا کردند [۲۱]. مقایسه این پژوهش با پژوهش‌های مرتبط در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱. مقایسه مدل‌های ارائه‌شده در پیشینه پژوهش

مقاله‌ها	منابع چندحالتی	منابع تجدیدپذیر	ارزش خالص فعلی	جریمه دیرکرد	پاداش زودکرد	روش‌های پرداخت	چند پروژه	انتخاب پروژه	اضافه‌کاری	روش حل
سیفیو همکاران، (۱۳۸۷)	✓	-	✓	-	-	✓	-	-	-	روش‌های فراابتکاری
کرامتی و همکاران، (۱۳۹۳)	✓	-	✓	✓	✓	✓	-	-	✓	مدل‌سازی ریاضی (جای‌دهی جعبه‌ها)
چن و اسکین، (۲۰۰۹)	-	-	-	-	-	-	✓	✓	-	مدل‌سازی ریاضی
چاکرابورتی و سارکر (۲۰۱۴)	✓	✓	-	-	-	-	-	-	-	مدل‌سازی ریاضی رویداد محور
لیو و وانگ، (۲۰۱۱)	-	-	-	-	-	-	✓	بدون زمان‌بندی	-	برنامه‌ریزی محدودیتی
در این پژوهش	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	مدل‌سازی ریاضی و برنامه‌ریزی محدودیتی

۳. روش‌شناسی پژوهش

برای توسعه مدل به‌منظور دستیابی به اهداف پژوهش از میان مدل‌های ریاضی موجود در مبانی نظری یک مورد انتخاب شده و توسعه داده می‌شود.

انتخاب مدل پایه ریاضی. مدل‌سازی مبتنی بر رویداد فعال و غیرفعال (OOE) در مقایسه با سایر مدل‌ها به تعداد متغیر کمتری نیاز دارد [۵]. این مدل برای توابع هدف زمانی طراحی شده است. چون در فرمول‌بندی این مدل فرض شده است که فعالیت‌ها در زودترین تاریخ ممکن شروع می‌شوند، نمی‌توان از این فرمول‌بندی در توابع هدف مالی که در آن‌ها با توجه به زمان پرداخت‌ها توسط کارفرما و محاسبه ارزش خالص فعلی، ممکن است فعالیت‌ها در زودترین تاریخ

ممکن شروع نشوند، استفاده کرد. در این مدل، برای محاسبه هزینه‌های اضافه‌کاری، تاریخ پایان هر فعالیت به‌طور دقیق در دسترس نیست؛ به عبارت دیگر، در صورتی که در پایان یک فعالیت، شروع فعالیت دیگر وجود نداشته باشد، مدل الزامی برای اختصاص رویداد به آن ندارد؛ از این رو، امکان محاسبه هزینه اضافه‌کاری از یک رویداد به رویداد دیگر امکان‌پذیر نیست؛ از طرفی، دسترسی به سطح منابع تجدیدپذیر در مدل OOE تنها در رویدادها امکان‌پذیر است و اگر پژوهشگران بخواهند در هر دوره زمانی t به سطح منابع دسترسی داشته باشند، به دلیل استفاده از متغیر تصمیم در توابع جمع شرطی از شرایط مدل‌سازی ریاضی خارج می‌شوند.

فرمول‌بندی بر اساس رویدادهای شروع و آغاز (SEE)، در مقایسه با مدل OOE به دو برابر متغیر باینری نیازمند است؛ در نتیجه زمان بیشتری برای حل مسئله نسبت به مدل OOE مورد نیاز است [۵]؛ اما در مقایسه این مدل با مدل DT، زمان حل به شرایط مسئله بستگی دارد. اگر طول زمانی فعالیت‌ها کم باشد، مدل DT سریع‌تر از مدل SEE عمل می‌کند؛ اما در صورتی که طول زمان‌ها زیاد و همچنین متنوع باشند، به طوری که نتوان دوره زمانی را به گونه‌ای تنظیم کرد که زمان‌های پردازش فعالیت‌ها غیرصحيح نشوند، مدل SEE در زمان کمتری نسبت به DT به جواب بهینه خواهد رسید.

در مدل مبتنی بر توالی فعالیت‌ها (FCT)، توالی دو فعالیت یا پردازش موازی آن‌ها در یک متغیر باینری ذخیره می‌شود. این فرمول‌بندی، متغیرها و محدودیت‌های زیادی دارد و از لحاظ آزادسازی برنامه‌ریزی خطی به دلیل استفاده از M -بزرگ ضعیف است. برای کنترل میزان استفاده از منابع تجدیدپذیر، جریانی از منابع شکل می‌گیرد که پس از پایان هر فعالیت به فعالیت دیگر انتقال می‌یابد. هر فعالیت اجازه دارد از فعالیت‌هایی که از لحاظ توالی پیش از آن قرار دارد، منبع دریافت کند و فعالیت مجازی صفر از فعالیت $n+1$ به میزان ظرفیت منبع تجدیدپذیر جریان دریافت می‌کند.

با توجه به جریان کنترل منابع، امکان محاسبه میزان استفاده‌شده از هر منبع در هر دوره زمانی به روش خطی به دلیل استفاده از متغیر تصمیم در تابع جمع شرطی، وجود ندارد. در مدل کرامتی (۲۰۱۵) که توسعه‌یافته مدل سبزه‌پرور (۲۰۰۷) با در نظر گرفتن معیارهای مالی است، محاسبه هزینه‌های اضافه‌کاری با مشکل مواجه شده است [۱۱]. مدل‌سازی مبتنی بر اندیس زمانی (DT) به دلایل زیر به عنوان مدل پایه این پژوهش انتخاب شده است:

- اعمال نکردن شرایط محدودکننده خارج از محدودیت‌های مسئله؛
- استفاده نکردن از M -بزرگ در مدل‌سازی و فرمول‌بندی؛
- امکان محاسبه میزان استفاده از منابع تجدیدپذیر در هر دوره زمانی؛
- کارایی مناسب در فعالیت‌های با مدت‌زمان کوتاه.

ارائه مدل ریاضی. در مدل پایه، متغیر تصمیم x_{it} است. برای گسترش آن به مسئله چندحالتی و چند پروژه، متغیر تصمیم به x_{pimt} تغییر پیدا کرد. در اینجا p نشان‌دهنده شماره پروژه، i شماره فعالیت، m مدت اجرایی فعالیت و t دوره زمانی‌ای است که این فعالیت در صورت اجرایی شدن پروژه از آن تاریخ شروع می‌شود. این متغیر، یک متغیر صفر و یک است. برای انتخاب پروژه متغیر تصمیم y_p نیز به مدل اضافه شده است. متغیر باینری y_p زمانی برابر یک خواهد شد که پروژه p اجرا شود؛ در غیراین صورت مقدار آن صفر خواهد بود. مدل ریاضی ارائه شده به شرح زیر است:

$$\text{Max } z = \text{CFP}_{npv} - \text{CFM}_{npv} - \text{OAC}_{npv} + \text{ROP}_{npv} \quad (1)$$

$$\text{CFP}_{npv} = \sum_{p \in P} \text{TCFP}_p \times y_p / (1 + \alpha)^{\sum_{m \in M_n} \sum_{t=1}^T x_{pimt}} \quad (2)$$

$$\text{CFP}_{npv} = \sum_{p \in P} \sum_{\rho=1}^{H_p} \text{ICFP}_{p\rho} \times y_p / (1 + \alpha)^{T p \rho} \quad (3)$$

$$\text{CFP}_{npv} = \sum_{p \in P} \sum_{i \in A_p} \sum_{m \in M_i} \sum_{t=1}^T \text{CFP}_{pi} \cdot x_{pimt} / (1 + \alpha)^{(t+d_{pim})x_{pimt}} \quad (4)$$

$$\text{CFM}_{npv} = \sum_{p \in P} \sum_{i \in A_p} \sum_{m \in M_i} \sum_{t=1}^T \text{CFM}_{pim} \cdot x_{pimt} / (1 + \alpha)^{(t+d_{pim})x_{pimt}} \quad (5)$$

$$\text{OAC}_{npv} = \sum_{r \in R} \sum_{t=1}^T \text{OAR}_r \cdot \text{oa}_r / (1 + \alpha)^t \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{ROP}_{npv} = & \sum y_p \cdot (\text{rewRate}_p (1 - g_p) + \text{penRate}_p \cdot g_p) \cdot (\text{DL}_p \\ & - \sum_{m \in M_n} \sum_{t=1}^T x_{pimt}) / (1 + \alpha)^{\sum_{m \in M_n} \sum_{t=1}^T x_{pimt}} \end{aligned} \quad (7)$$

$$\sum_{m \in M_j} \sum_{t=1}^T t \cdot x_{pjmt} \geq \sum_{m \in M_j} \sum_{t=1}^T (t + d_{pim}) \cdot x_{pimt} \quad \forall p \in P, (i, j) \in E_p \quad (8)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in A_p} \sum_{m \in M_i} \sum_{t=1}^T L_{pimw} x_{pimt} \leq V_w \quad \forall w \in W \quad (9)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in A_p} \sum_{m \in M_i} \sum_{u=t-d_{pim}+1}^t N_{pimr} x_{pimu} \leq C_r \quad \forall r \in R, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (10)$$

$$\sum_{m \in M_i} \sum_{t=1}^T x_{pimt} = y_p \quad \forall p \in P, \forall i \in A_p \quad (11)$$

$$\sum_{p \in P} \sum_{i \in A_p} \sum_{m \in M_i} \sum_{u=t-d_{pim}+1}^t N_{pimr} x_{pimu} + ua_t - oa_t = AC_r \quad (12)$$

$$\forall r \in R, \forall t \in \{1, \dots, T\}$$

$$ua_t \geq 0, oa_t \geq 0 \quad \forall r \in R, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (13)$$

$$\sum_{m \in M_n} \sum_{t=1}^T x_{pnmt} - DL_p \leq M \cdot g_p \quad \forall p \in P \quad (14)$$

$$DL_p - \sum_{m \in M_n} \sum_{t=1}^T x_{pnmt} \leq M \cdot (1 - g_p) \quad \forall p \in P \quad (15)$$

$$x_{pimt}, g_p, y_p = \{0, 1\} \quad (16)$$

برای حالت‌های پرداخت کارفرما می‌توان، «پرداخت در زمان اتمام پروژه»، «پرداخت در فواصل زمانی مشخص» و «پرداخت در زمان اتمام فعالیت‌ها» را در نظر گرفت. در صورتی که در تاریخ اتمام پروژه، به‌طور یکجا تمامی جریان‌های نقدی مثبت پروژه پرداخت شود، محاسبات آن در تابع هدف به‌صورت رابطه ۲ خواهد بود. پارامتر $TCFP_p$ کل پرداختی‌های کارفرما برای پروژه p است. نرخ تنزیل^۱ با α نشان داده شده است. در صورتی که کارفرما در فواصل زمانی مشخص پس از تاریخ شروع اقدام به پرداخت مبلغ مطابق با قرارداد کند، ارزش خالص جریان‌های نقدی مثبت از طریق رابطه ۳ محاسبه می‌شود. پارامتر $ICFP_{pp}$ میزان دریافت جریان نقدی مثبت در بازه p برای پروژه p است. T_{pp} تاریخ دریافت این مبلغ است. در صورتی که در زمان اتمام هر فعالیت، کارفرما مبلغ موردنظرش را برای آن فعالیت پرداخت کند، ارزش خالص

1. Discount rate

فعلی این پرداخت‌ها از طریق رابطه ۴ محاسبه می‌شود. پارامتر CFP_{pi} مبلغی است که کارفرما در اتمام فعالیت i از پروژه p به پیمانکار می‌دهد. هزینه‌های اجرای فعالیت‌ها، به انتهای هر فعالیت اختصاص داده می‌شود. ارزش خالص فعلی هزینه از طریق رابطه ۵ محاسبه می‌شود. پارامتر CFM_{pim} هزینه اجرای فعالیت i در حالت اجرایی m برای پروژه p است. هزینه اضافه‌کاری منابع تجدیدپذیر سازمان در تابع هدف با عبارت ۶ محاسبه می‌شود. هزینه هر واحد اضافه‌کاری منبع r با OAR_r نمایش داده شده است. در هر یک از حالت‌های اتمام پروژه زودتر از موعد و اتمام دیرتر از آن، در صورتی که برای آن طبق قرارداد اولیه پاداش یا جریمه‌ای در نظر گرفته شده باشد، از طریق رابطه زیر اعمال می‌شود.

پاداش و جریمه تنها در صورتی محاسبه می‌شود که پروژه انتخاب شده و γ_p برابر یک باشد. پارامترهای $penRate_p$ و $rewRate_p$ ، به ترتیب، نرخ‌های پاداش و جریمه به ازای هر دوره زمانی برای پروژه p است در صورتی که g_p از محدودیت‌های ۱۴ و ۱۵ مقدار یک بگیرد، به این معنا است که پروژه پس از تاریخ ضرب‌الاجل تمام شده است و باید نرخ جریمه در نظر گرفته شود. زمان بین تاریخ ضرب‌الاجل از تاریخ اتمام پروژه کم می‌شود. به دلیل اینکه تاریخ اتمام پس از تاریخ ضرب‌الاجل بوده و مقدار آن بیشتر است، خودبه‌خود مقدار این عبارت منفی شده و به یک جریان نقدی منفی تبدیل می‌شود. اگر g_p برابر صفر شود، نرخ پاداش محاسبه شده و به دلیل اینکه تاریخ اتمام از تاریخ ضرب‌الاجل کمتر است، جریان نقدی به یک جریان مثبت تبدیل می‌شود. در انتهای عبارت با تقسیم مبدل، این عبارت به ارزش خالص فعلی تبدیل می‌شود.

به ازای هر جفت فعالیت‌های پروژه که رابطه پیش‌نیازی وجود دارد، محدودیت ۸ اعمال می‌شود. نامعادله ۹، محدودیت مجموع استفاده از منابع تجدیدناپذیر در کل پروژه‌ها و فعالیت‌ها است. پارامتر L_{pimw} میزان منبع تجدیدناپذیر موردنیاز برای حالت اجرایی m برای فعالیت i در پروژه p است. مقدار منبع در دسترس w با V_w نشان داده شده است. مجموع استفاده از منابع تجدیدپذیر در کل پروژه‌ها و فعالیت‌ها در هر دوره زمانی نباید بیشتر از ظرفیت دوره‌ای آن‌ها باشد. در نامعادله ۱۰، منابع تجدیدپذیر تمام فعالیت‌هایی که از تاریخ t شروع شده‌اند یا هنوز در این تاریخ به پایان نرسیده‌اند با یکدیگر جمع می‌شوند و مقدار مجموع آن کمتر و مساوی ظرفیت این منبع تعیین می‌شود. در اینجا، N_{pimr} میزان موردنیاز از منبع r در هر دوره زمانی برای فعالیت i در حالت اجرایی m در پروژه p است. ظرفیت منبع r با C_r نشان داده شده است. در صورتی که در فرآیند حل مسئله، یک پروژه برای اجرا انتخاب شود، مدل باید تمام فعالیت‌های مرتبط با آن را ملزم به اجرا کند و اگر پروژه برای اجرا انتخاب نشود، هیچ‌یک از فعالیت‌های آن نباید اجرا شوند. این شرایط با محدودیت ۱۱ به مدل اعمال می‌شود. محدودیت ۱۲، اضافه‌کاری منبع r را در دوره t با نماد oa_{rt} محاسبه می‌کند. ظرفیت منابع در دسترس، بدون اضافه‌کاری، با

AC_r نمایش داده شده است. در صورتی که سطح استفاده از منابع در یک دوره کمتر از این مقدار باشد در متغیر ua_{rt} ذخیره می‌شود و مقدار oa_{rt} برابر صفر خواهد شد. بدین منظور در محدودیت ۱۳ هر دو متغیر، غیرمنفی در نظر گرفته می‌شود. برای هر پروژه یک تاریخ ضرب‌الاجل تعیین می‌شود که در صورت اتمام پروژه پیش از آن تاریخ به ازای هر دوره زمانی، برای پروژه پاداش و در صورت اتمام پس از ضرب‌الاجل، جریمه اختصاص می‌یابد. برای تعیین اتمام پیش از ضرب‌الاجل یا پس از آن، از دو محدودیت ۱۴ و ۱۵ استفاده می‌شود. در اینجا، n آخرین فعالیت مجازی پروژه^۱ و پارامتر DL_p ضرب‌الاجل پروژه p است. متغیر باینری g_p تعیین‌کننده اتمام پس از ضرب‌الاجل یا قبل از آن است. در صورتی که g_p برابر صفر شود، محدودیت ۱۵ بی‌اثر خواهد شد و تاریخ اتمام پروژه پیش از ضرب‌الاجل قرار می‌گیرد. در صورتی که g_p برابر یک شود، محدودیت ۱۴ بی‌اثر خواهد شد و تاریخ اتمام پروژه پس از ضرب‌الاجل قرار خواهد گرفت. اطلاعات g_p ، در تابع هدف مورداستفاده قرار خواهد گرفت.

مدل برنامه‌ریزی محدودیتی. این مدل به زبان OPL^۲ نوشته شده و با IBM ILOG CPLEX CP Optimizer حل می‌شود. در مدل‌سازی برنامه‌ریزی محدودیتی از دو متغیر تصمیم بازه‌ای^۳، اولی برای تعیین زمان شروع و پایان فعالیت‌ها و دیگری برای تعیین حالت‌های اجرایی فعالیت‌ها و یک متغیر صفر و یک به منظور انتخاب/عدم‌انتخاب هر یک از پروژه‌ها استفاده شده است. در اینجا هر یک از فعالیت‌ها به صورت Optional تعریف شده‌اند تا در صورت اجرا نشدن پروژه مربوطه، آن فعالیت نیز زمان‌بندی نشود.

dvar boolean project[p in Projects]; (17)

dvar interval task[t in Tasks] optional;
dvar interval mode[m in Modes] optional in 1.TH size m.pt;

dexpr float Obj = npvCFP1 - npvCFM - npvOC + npvROP (18)

dexpr float npvCFP = sum(p in Projects) project[p] * p.TCFP * (1+a) ^ (-projectEnd[p]); (19)

dexpr float npvCFP = sum(p in Projects, t in 1.TH: p.ICFP[t]>0) p.ICFP[t] * (1+a) ^ (-t); (20)

1. Milestone
2. Optimization Programming Language
3. Interval

$$\text{dexpr float npvCFP} = \sum(i \text{ in Tasks}) \text{ presence of}(\text{task}[i]) * i.CFP * ((1+a)^{-\text{end of}(\text{task}[i])}); \quad (21)$$

$$\text{npvCFM} = \sum(j \text{ in Modes}) \text{ presence of}(\text{mode}[j]) * j.CFM * (1+a)^{-\text{end of}(\text{mode}[j])} \quad (22)$$

$$\text{dexpr float npvOC} = \sum(k \text{ in RenewableRsrcIds}, t \text{ in } 1..TH) (\text{usage}[k,t] > \text{AvaRenewableRsrc}[k]) * (\text{usage}[k,t] - \text{AvaRenewableRsrc}[k]) * \text{OCR}[k] * (1+a)^{-t}; \quad (23)$$

$$\text{npvROP} = \sum(p \text{ in Projects}) ((\text{projectEnd}[p] < p.\text{DeadLine}) * \text{rew} + (\text{projectEnd}[p] > p.\text{DeadLine}) * \text{pen}) * (p.\text{DeadLine} - \text{projectEnd}[p]) * (1+a)^{-\text{projectEnd}[p]} * \text{project}[p]; \quad (24)$$

$$\text{dexpr int Nonrenewable RsrcUsage}[r \text{ in NonRenewableRsrcIds}] = \sum(m \text{ in Modes: } m.\text{dmdNonRenewable}[r] > 0) m.\text{dmdNonRenewable}[r] * \text{presence of}(\text{mode}[m]); \quad (25)$$

$$\text{CumulFunction RenewableRsrcUsage}[r \text{ in RenewableRsrcIds}] = \sum(m \text{ in Modes: } m.\text{dmdRenewable}[r] > 0) \text{Pulse}(\text{mode}[m], m.\text{dmdRenewable}[r]); \quad (26)$$

$$\text{dexpr int usage}[k \text{ in RenewableRsrcIds}, t \text{ in } 1..TH] = \sum(i \text{ in Modes}) (\text{Start of}(\text{mode}[i]) \leq t \ \& \ t < \text{endOf}(\text{mode}[i]) \ \& \ \text{presence of}(\text{mode}[i])) * i.\text{dmdRenewable}[k]; \quad (27)$$

$$\text{Subject to:} \\ \text{forall}(p \text{ in Projects}, t \text{ in Tasks}) \quad (28)$$

$$\text{alternative}(\text{task}[\langle p.\text{pid}, t.\text{tid} \rangle], \text{all}(m \text{ in Modes: } m.\text{tid} = t.\text{tid} \ \& \ p.\text{pid} = m.\text{pid}) \text{ mode}[m]);$$

$$\text{forall}(r \text{ in NonRenewableRsrcIds}) \quad (29)$$

$$\text{nonRenewableRsrcUsage}[r] \leq \text{CapNonRenewableRsrc}[r];$$

$$\text{forall}(r \text{ in RenewableRsrcIds}) \quad (30)$$

$$\text{renewableRsrcUsage}[r] \leq \text{CapRenewableRsrc}[r];$$

$$\text{forall}(t1 \text{ in Tasks}, t2id \text{ in } t1.\text{succs}) \quad (31)$$

$$\text{endBeforeStart}(\text{task}[t1], \text{task}[\langle t1.\text{pid}, t2id \rangle]);$$

$$\text{forall}(t \text{ in Tasks}) \quad (32)$$

$$\text{project}[\langle t.\text{pid} \rangle] = \text{presence of}(\text{task}[t]);$$

عبارت ۱۸، تابع هدف مدل است. برای هر یک از حالت‌های پرداخت‌های کارفرما «پرداخت در زمان اتمام پروژه»، «پرداخت در فواصل زمانی مشخص» و «پرداخت در زمان اتمام

فعالیت‌ها» به ترتیب ارزش فعلی جریان‌های نقدی در رابطه‌های ۱۹، ۲۰ و ۲۱ آورده شده است. پارامتر a نرخ بهره (تنزیل) است. عبارت تصمیم Project End تاریخ اتمام پروژه را از روی آخرین فعالیت هر پروژه محاسبه می‌کند. ارزش خالص فعلی جریان‌های نقدی منفی از عبارت ۲۲ محاسبه می‌شود. عبارت ۲۳ مجموع ارزش خالص فعلی هزینه‌های اضافه‌کاری را محاسبه می‌کند. عبارت ۲۴ ارزش خالص فعلی جریمه یا پاداش زمان اتمام پروژه را محاسبه می‌کند. عبارت تصمیم^۱ در رابطه ۲۵، عبارت $\text{Non Renewable Rsrc Usage [r]}$ میزان مصرف منابع تجدیدناپذیر را توسط کل حالات اجرایی انتخاب‌شده بیان می‌کند. در رابطه ۲۶ عبارت $\text{RenewableRsrcUsage}$ تابعی تجمعی^۲ از کتابخانه توابع OPL برای محاسبه ظرفیت استفاده‌شده منابع تجدیدپذیر است.

Usage در عبارت ۲۷، میزان استفاده از منبع k در زمان t را محاسبه می‌کند. Renewable منبع موردنیاز k برای فعالیت i است. به دلیل اینکه برای تمام حالات اجرایی، یک متغیر تصمیم در نظر گرفته شده است، فرآیند حل مسئله به انتخاب و زمان‌بندی حالت‌های اجرایی خلاصه می‌شود. برای الزام مدل به انتخاب یک حالت اجرایی به ازای هر فعالیت از محدودیت ۲۸ استفاده می‌شود. برای محدودکردن استفاده از منابع تجدیدناپذیر از محدودیت ۲۹ استفاده می‌شود. پارامتر $\text{Cap Non Renewable Rsrc[r]}$ ظرفیت منبع تجدیدناپذیر r را نشان می‌دهد. از عبارت ۳۰ برای محدودکردن منابع تجدیدپذیر استفاده می‌شود. پارامتر $\text{Cap Renewable Rsrc[r]}$ ظرفیت منبع تجدیدپذیر r را نشان می‌دهد. برای تعیین محدودیت پیش‌نیازی از دستور ۳۱ استفاده می‌شود. در عبارت بالا t_{id} شناسه فعالیت‌هایی است که پس از فعالیت t_1 باید اجرا شوند. در صورتی که یک پروژه برای اجرا انتخاب شود، تمامی فعالیت‌های آن نیز باید در زمان‌بندی در نظر گرفته شوند. در صورتی که یک پروژه انتخاب نشود، هیچ‌یک از فعالیت‌های آن نباید زمان‌بندی شوند. این رابطه از طریق محدودیت ۳۲ برقرار می‌شود.

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

برای آزمون مدل‌های ارائه‌شده از کتابخانه Psplib سه پروژه انتخاب شد. هرکدام از پروژه‌ها دارای ۱۶ فعالیت (فعالیت‌های مجازی شروع و پایان پروژه) و هر یک از فعالیت‌ها شامل سه حالت اجرایی بودند. اجرای این پروژه‌ها مستلزم استفاده از دو منبع تجدیدپذیر و دو منبع تجدیدناپذیر بود. مدل باید با توجه به محدودیت‌ها از بین سه پروژه، پروژه‌هایی را انتخاب و زمان‌بندی کند که ارزش خالص فعلی درآمد کل بیشترین مقدار باشد. پارامترهایی که به داده‌های کتابخانه‌ای اضافه شدند در جدول ۲ آورده شده است.

1. Decision Expression (Dexpr)
2. Cumulative Function

جدول ۲. اطلاعات مسئله

پروژه‌ها					
شماره	اسم کتابخانه‌ای	ضرب‌الاجل	افق زمانی	نرخ پاداش	نرخ جریمه
۱	j141_8	۳۲	۶۰	۱۲۰	۱۰۰
۲	j149_10	۳۸	۶۰	۱۲۰	۱۰۰
۳	j144_10	۴۰	۶۰	۱۲۰	۱۰۰
منابع تجدیدناپذیر			منابع تجدید پذیر		
شماره	ظرفیت	شماره	در دسترس	ظرفیت	هزینه اضافه‌کاری در هر روز
۱	۸۷	۱	۴۸	۶۰	۱۰۰
۲	۷۹	۲	۴۸	۶۰	۱۵۰

اطلاعات بالا با فرض بهره مرکب^۱ با نرخ بهره روزانه برابر با ۰/۰۵ درصد در نظر گرفته شد که برابر با نرخ بهره ۲۰ درصد در سال است. برای حل مدل ریاضی از سرور نتوس^۲ و برای حل برنامه‌ریزی محدودیتی از لپ‌تاپ با مشخصات Intel® Core™ i5-3230M CPU استفاده شده است. سرور نتوس برای حل مسائل عددی توسط «دانشگاه ویسکانسین» راه‌اندازی شده است [۷]. مشخصات حل‌کننده‌ها در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳. اطلاعات سخت‌افزاری و نرم‌افزاری حل‌کننده‌ها

برنامه‌ریزی ریاضی	برنامه‌ریزی محدودیتی	
پردازشگر:	2x Intel Xeon E5-2430 @ 2.2GHz (12 cores total), HT Enabled	Intel® Core™ i5-3230M CPU @ 2.63GHz
حافظه داخلی:	64GB RAM	4GB RAM
نرم‌افزار:	GAMS 24.4.3r51699 Released Apr2, 2015 LEX-LEG x86 64bit/Linux	IBM ILOG CPLEX Optimization Studio v12.6 x86
حل‌کننده:	Dicopt	CP Optimizer engine

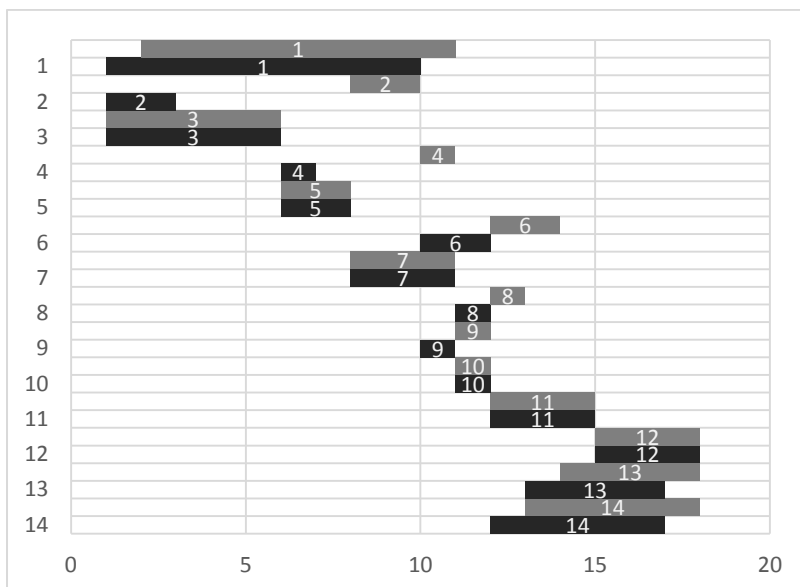
مدل ریاضی ارائه‌شده با هر سه روش پرداخت کارفرما حل شد. در جدول ۴ نتایج تابع هدف با انواع روش‌های پرداخت، آورده شده است.

1. Compound interest
2. Neos Server

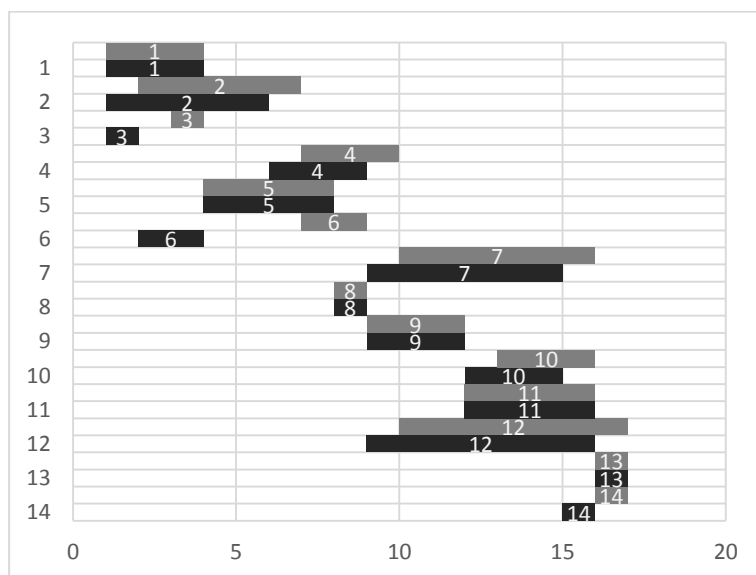
جدول ۴. مقدار تابع هدف برای انواع روش‌های پرداخت

روش پرداخت کارفرما	زمان اتمام پروژه	دوره‌ای	زمان اتمام فعالیت‌ها
برنامه‌ریزی ریاضی	۶۵۴۵/۵۲۴	۶۵۳۵/۰۷۶	۶۵۶۸/۱۸۳
برنامه‌ریزی محدودیتی	۶۵۴۹	۶۴۲۸/۵	۶۲۴۸/۲

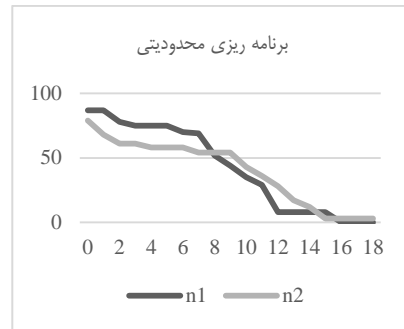
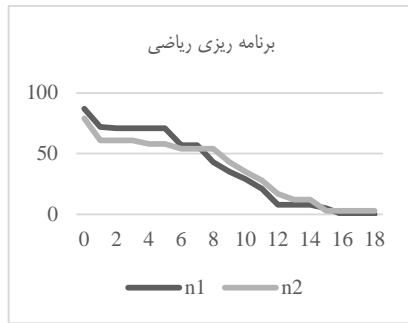
در شکل‌های ۱ و ۲، نمودار گانت فعالیت‌های پروژه‌های انتخاب‌شده به دو روش برنامه‌ریزی محدودیتی و برنامه‌ریزی ریاضی با تابع هدف پرداخت در اتمام پروژه، آورده شده است. از بین سه پروژه موجود، پروژه‌های دوم و سوم انتخاب شده‌اند. با توجه به شکل‌های ۱ و ۲، زمان شروع فعالیت‌های پروژه‌ها در جواب برنامه‌ریزی محدودیتی حتی‌الامکان در انتهای شناوری آن قرار گرفته است؛ بنابراین جواب بهتری نسبت به برنامه مدل ریزی ریاضی حاصل شده است. در شکل ۳، نمودار مصرف منابع تجدید ناپذیر و شکل ۴، نمودار استفاده از منابع تجدید پذیر برای هر دو روش آورده شده است. این دو نمودار نشان می‌دهد که کوچک‌ترین تغییرات در زمان‌بندی و انتخاب حالت اجرایی فعالیت‌ها، با اینکه جواب‌ها از لحاظ ارزش خالص فعلی یکسان هستند، چه تأثیری در تسطیح منابع خواهد گذاشت. با توجه به اینکه امکان مقایسه جواب به‌دست‌آمده برای مسئله جدول ۲ با نتایج پژوهش‌های مشابه وجود ندارد، در یک فایل صفحه گسترده، جواب‌های به‌دست‌آمده از لحاظ موجه بودن و رعایت محدودیت‌های پیش‌نیازی و محدودیت‌های منابع بررسی شده است. در شکل ۵، مدل صفحه گسترده بررسی جواب حاصل از مدل برنامه‌ریزی محدودیتی نشان داده شده و به شکل مشابه برای مدل ریاضی نیز انجام شده است؛ همچنین برای آزمون مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی و برنامه‌ریزی محدودیتی، جواب هر مدل در دیگری قرار داده شد تا مشخص شود نرسیدن به جواب یکسان در دو مدل، به دلیل خطای مدل‌سازی نباشد؛ در نتیجه، تفاوت در جواب نهایی ناشی از شرط توقف الگوریتم جستجو و کارایی محاسباتی دو روش است. شرط توقف برنامه DICOPT که در نرم‌افزار GAMS برای حل مدل ریاضی غیرخطی عدد صحیح استفاده شده است، عدم بهبود جواب زیرمسئله‌ها است و شرط توقف این برنامه لزوماً رسیدن به جواب بهینه نیست.



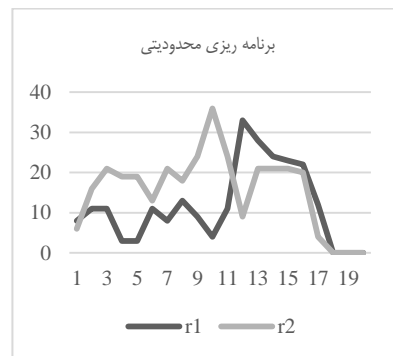
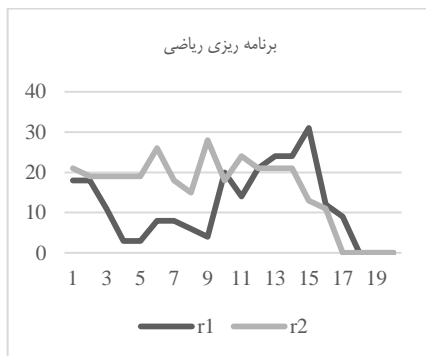
شکل ۱. گانت پروژه انتخاب‌شده دوم. برنامه‌ریزی محدودیتی (■) برنامه‌ریزی ریاضی (■)



شکل ۲. گانت پروژه انتخاب‌شده سوم. برنامه‌ریزی محدودیتی (■) برنامه‌ریزی ریاضی (■)



شکل ۳. نمودار مصرف منابع تجدید ناپذیر



شکل ۴. نمودار استفاده از منابع تجدید پذیر

جدول ۵. بررسی مدل ریاضی با پارامترهای مختلف با روش پرداخت در زمان اتمام پروژه

تابع هدف	پروژه‌های انتخاب شده	هزینه اضافه کاری		جریمه دیرکرد (روزانه)	پاداش زودکرد (روزانه)
		منبع ۱	منبع ۲		
۴۴۳۴	۱-۳	۷۵	۵۰	۶۰	۵۰
۴۴۳۴	۱-۳	۱۵۰	۵۰	۶۰	۵۰
۴۴۳۴	۱-۳	۷۵	۱۰۰	۶۰	۵۰
۴۴۳۴	۱-۳	۱۵۰	۱۰۰	۶۰	۵۰
۳۷۶۷/۶	۱-۲-۳	۷۵	۵۰	۱۲۰	۵۰
۳۷۶۷/۶	۱-۲-۳	۱۵۰	۵۰	۱۲۰	۵۰
۳۷۶۷/۶	۱-۲-۳	۷۵	۱۰۰	۱۲۰	۵۰
۳۷۶۷/۶	۱-۲-۳	۱۵۰	۱۰۰	۱۲۰	۵۰
۶۵۴۵/۳	۲-۳	۷۵	۵۰	۶۰	۱۰۰
۶۵۴۵/۳	۲-۳	۱۵۰	۵۰	۶۰	۱۰۰
۶۵۴۵/۳	۲-۳	۷۵	۱۰۰	۶۰	۱۰۰
۶۵۴۵/۳	۲-۳	۱۵۰	۱۰۰	۶۰	۱۰۰
۶۵۴۵/۳	۲-۳	۷۵	۵۰	۱۲۰	۱۰۰
۶۵۴۵/۳	۲-۳	۱۵۰	۵۰	۱۲۰	۱۰۰
۶۵۴۵/۳	۲-۳	۷۵	۱۰۰	۱۲۰	۱۰۰
۶۵۴۵/۳	۲-۳	۱۵۰	۱۰۰	۱۲۰	۱۰۰

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

یکی از ارکان مهم مدیریت پروژه، انتخاب پروژه‌های سودآور با توجه به محدودیت‌های زمانی، مکانی، بودجه‌ای، نیروی انسانی، مواد اولیه در دسترس و تجهیزات سازمان است. با ترکیب این شرایط به مسئله زمان‌بندی فعالیت‌های پروژه امکان مدل‌سازی فرآیند تصمیم‌گیری برای مدیران پروژه فراهم می‌شود. در این پژوهش با استفاده از رویکردهای مدل‌سازی ریاضی و برنامه‌ریزی محدودیتی دو مدل به‌منظور انتخاب و زمان‌بندی پروژه‌ها با استفاده از منابع تجدیدپذیر و تجدیدناپذیر ارائه شده که هدف آن‌ها حداکثرکردن ارزش فعلی خالص با در نظر گرفتن هزینه‌های اضافه کاری و روش‌های پرداخت مختلف است. در مدل ریاضی ارائه شده در این مقاله به دلیل غیرخطی بودن تابع هدف، دستیابی به جواب بهینه تضمین شده نیست؛ از این رو، پیشنهاد می‌شود پژوهش‌های آتی در جهت بهبود عملکرد مدل ریاضی و کاهش زمان حل برای مسئله‌های بزرگ باشد. مقایسه عملکرد مدل ریاضی و برنامه‌ریزی محدودیتی با طراحی مسائل مختلف و مقایسه کارایی محاسباتی آن‌ها و همچنین ارائه روش‌های فراابتکاری جدید و مدل‌های نوین مبتنی بر برنامه‌ریزی محدودیتی برای کاهش زمان حل و ارتقای کارایی حل مسائل بزرگ نیز می‌تواند به‌عنوان حوزه جذاب در پژوهش‌های آینده بررسی شود.

منابع

1. Abdolshah, M. A (2014). Review of Resource-Constrained Project Scheduling Problems (RCPSP) Approaches and Solutions. *International Transaction Journal of Engineering, Management, & Applied Sciences & Technologies*, 50-84.
2. Alam-Tabriz A., Farrokh M. & Ahmadi E. A Comparison of the Neural Network Approach and the Earned Value Management in Predicting Final Cost and Duration of Projects. *Journal of Industrial Management Perspective*, 13, 51-65.
3. Bianco, L., Caramia, M., & Dell'Olmo, P. (1999). Solving a preemptive project scheduling problem with coloring techniques. *Project Scheduling*, 135-145.
4. Cavalcante, C., Souza, C. d., Savelsbergh, M. & Wang, L. W. Y. (2001). Scheduling projects with labor constraints. *Discrete Applied Mathematics*, 112, 27-52.
5. Chakraborty, R. K., Sarker, R. A. & a. Essam, D. L. (2014). Event Based Approaches for Solving Multi-mode Resource Constraints Project Scheduling Problem. *Computer Information Systems and Industrial Management*, 375-386.
6. Chen, J. & Askin, R. G. (2009). Project selection, scheduling and resource allocation with time dependent returns. *European Journal of Operational Research*, 193, 23-34.
7. Czyzyk, J. M., Mesnier, P. & Moré, J. J. (1998). The NEOS Server. *IEEE Journal on Computational Science and Engineering*, 5(3), 68-75.
8. Farsijani H., Fattahi M. & Noroozi M. Project Portfolio Selection with Considering Interaction Between Projects using Particle Swarm Optimization (PSO) & Chaotic Dynamic. *Journal of Industrial Management Perspective*, 13, 51-65.
9. Focacci, F., Lodi A. & Milano, M. (2002). Mathematical Programming Techniques in Constraint Programming: A Short Overview. *Journal of Heuristics*, 8, 7-17.
10. Hartmann, S., & Briskorn, D. (2010). A survey of variants and extensions of the resource-constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 207, 1-14.
11. Keramati, A., Esmaeilian, M. & Rabieh, M. (2015). Developing a Model for Project Scheduling with Limited resources and Budget with Considering Discounted Cash Flows through Fixed Prioritization Method. *Asian Journal of Research in Business Economics and Management*, 5(1), 212-220.
12. Kone, O., Artigues, C., Lopez P. & Mongeau, M. (2011). Event-based MILP models for resource-constrained project scheduling problems. *Computers & Operations Research*, 38, 3-13.
13. Koné, O., Christian, A., Pierre, L. & Marcel, M. (2013). Comparison of mixed integer linear programming models for the resource-constrained project scheduling problem with consumption and production of resources. *Flexible Services and Manufacturing Journal*, 25, 25-47.
14. Liu, S.-S. & Wang, C.-J. (2011). Optimizing project selection and scheduling problems with time-dependent resource constraints. *Automation in Construction*, 20, 1110-1119.
15. Mika, M., Waligóra, G. & Weglarz, J. (2008). Tabu search for multi-mode resourceconstrained project scheduling with schedule-dependent setup times. *European Journal of Operational Research*, 3(187), 1238-1250.
16. Pritsker, A. A. B. L., Waiters, J. & P. Wolfe, M. (1969). Multiproject

scheduling with limited resources: A zero-one programming approach. *Management science*, 1(16), 93-108.

17. Project Management Institute, A guide to the project management body of knowledge (PMBOK guide), Newtown Square, Pa: Project Management Institute, 2008

18. Rabieh, M., Fadaie, A. (1394). Fuzzy Robust Mathematical Model for Project Portfolio Selection and its Solving through Multi Objective Differential Evolutionary Algorithm. *Journal of Industrial Management Perspective*, 19, 65-90.

16. Sabzeparvar, M. & Seyed-Hosseini, M. (2007). A mathematical model for the multi-mode resource-constrained project scheduling problem with mode dependent time lags. *Journal of Supercomputing*, 44(3), 257-273.

17. ski, R. S. (1981). Multiobjective network scheduling with efficient use of renewable and nonrenewable resources. *European Journal of Operational Research*, 7, 265-273.

18. Trojet, M., H'Mida, F. & Lopez, P. (2011). Project scheduling under resource constraints: Application of the cumulative global constraint in a decision support framework. *Computers & Industrial Engineering*, 61, 357-363.