

## طراحی مدل ریاضی متنوع‌سازی سبد سهام و حل آن با استفاده از الگوریتم ژنتیک

مسلم خاک بیز\*، عباس رضائی پندری\*\*، محمود دهقان نیری\*\*\*

### چکیده

میزان مطلوبیت سرمایه‌گذار از انتخاب مجموعه دارایی‌های سرمایه‌گذاری به‌وسیله معیارهای ریسک و بازده مشخص می‌شود. با توجه به عدم اطمینان سرمایه‌گذار نسبت به آینده، یکی از روش‌های مطرح در مباحث سرمایه‌گذاری برای کاهش ریسک، متنوع‌سازی سبد سرمایه‌گذاری است. در این پژوهش علاوه بر معرفی معیار فاصله اقلیدسی به‌عنوان یک معیار اندازه‌گیری تنوع سبد سهام، مدلی چندهدفه برای انتخاب سبد سهام طراحی شده است. مدل ارائه‌شده در این پژوهش درصدد حداکثرسازی بازدهی و تنوع و حداقل کردن ریسک غیرسیستماتیک سبد سهام است. با توجه به اینکه مدل ارائه‌شده غیرخطی است و از نظر پیچیدگی محاسباتی جزو مسائل «حل‌نشده چندجمله‌ای سخت» قرار می‌گیرد؛ بنابراین پژوهش با توجه به کارایی محاسباتی الگوریتم ژنتیک در بهینه‌سازی، برای حل مدل از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. نتایج اجرای مدل دوهدفه (بازدهی و تنوع) و سه‌هدفه (بازدهی، تنوع و ریسک غیر-سیستماتیک) در تکرارهای متعدد نشان داد که متوسط بازدهی سبدهای سهام انتخاب شده با مدل این پژوهش بالاتر از حد مطلوب است. بررسی شاخص‌های عملکرد سبد سهام نیز نمایانگر کارایی مدل دوهدفه (بازدهی و تنوع) است.

**کلیدواژه‌ها:** انتخاب سبد سهام؛ شاخص تنوع؛ الگوریتم ژنتیک؛ بازدهی موردانتظار؛ ریسک غیرسیستماتیک.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۵/۰۲/۱۷، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۶/۰۳/۲۴.

\* کارشناس ارشد مدیریت صنعتی، دانشگاه یزد

\*\* دانش‌آموخته دکتری، دانشگاه تربیت مدرس (نویسنده مسئول).

E-mail: a.rezaei.p@modares.ac.ir

\*\*\* استادیار، دانشگاه تربیت مدرس.

## ۱. مقدمه

مسئله انتخاب مجموعه بهینه‌ای از دارایی‌ها، یکی از نظریه‌های بازار سرمایه است که اهمیت خاصی نیز در مباحث اقتصاد خرد و کلان دارد. تصمیم بهینه سرمایه‌گذاری میزان مطلوبیت موردانتظار سرمایه‌گذار را از مصرف آتی بیشینه می‌کند؛ بنابراین سرمایه‌گذار برای نیل به این هدف نیازمند روش‌ها، ابزارها و معیارهایی برای شناسایی و اندازه‌گیری ارزش بالقوه موجود در هر یک از فرصت‌های سرمایه‌گذاری است [۹]. این معیارها باید به‌اندازه کافی قابل‌اتکا باشند تا سرمایه‌گذاران بتوانند بر اساس آن‌ها تصمیم‌گیری‌های خود را اجرا کنند و سرمایه خود را در فعالیت‌های تجاری صرف کنند. ریسک و بازده معیارهایی هستند که میزان مطلوبیت سرمایه‌گذار از انتخاب مجموعه دارایی‌های سرمایه‌گذاری را مشخص می‌کنند. انتخاب یک مجموعه از سهام معمولاً با تعامل بین ریسک و بازده مطرح می‌شود. هرچه ریسک سبد سهام بیشتر باشد، احتمال دریافت بازده بالاتر بیشتر خواهد بود [۱۳]. در دنیای واقعی درجه ریسک‌پذیری افراد با یکدیگر متفاوت است و بازده دارایی‌ها نیز به دلیل وجود عوامل متعدد مؤثر بر آن غیرقابل‌پیش‌بینی و همراه با ریسک است. به دلیل اینکه سرمایه‌گذاران نمی‌توانند در مورد آینده مطمئن باشند، یکی از روش‌های مطرح در مباحث سرمایه‌گذاری برای کاهش ریسک، متنوع‌سازی<sup>۱</sup> یا پر گونه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری است. تنوع، پایه و اساس انتخاب سبد سهام است؛ همچنین پیش‌نیازی برای رقابت محسوب می‌شود. تنوع یا گوناگونی باعث انتخاب گزینه‌های مطلوب می‌شود؛ بنابراین بخشی از فایده تصمیم‌گیری محسوب می‌شود [۲۶].

فلسفه متنوع‌سازی این است که سرمایه‌گذاری در مجموعه‌ای از چند دارایی باعث می‌شود که زیان‌های ناشی از سرمایه‌گذاری در یک دارایی با سودهای حاصل از سرمایه‌گذاری در سایر دارایی‌ها حداقل شود؛ به عبارت دیگر هر چه تنوع سبد سرمایه‌گذاری بیشتر باشد قدرت ایجاد زیان هر یک از دارایی‌ها برای سرمایه‌گذار کمتر می‌شود. در مدیریت سبد سهام متنوع‌سازی تا آن اندازه اهمیت دارد که می‌توان گفت نخستین قاعده مدیریت سبد سهام متنوع‌سازی است [۱۸]. متنوع‌سازی در سرمایه‌گذاری عبارت است از: فرآیند ساختن سبدهای از دارایی‌ها که هدف آن کاهش ریسک مرتبط با هر یک از دارایی‌ها به صورت مجزا. این هدف نیازمند آن است که تغییرپذیری بازده یک دارایی خاص با تغییرپذیری بازده دارایی‌های دیگر در سبد تعدیل شود که در نتیجه آن ریسک غیرسیستماتیک سبد با ایجاد تنوع مناسب به میزان مؤثری کاهش خواهد یافت [۱۲].

در نظریه نوین سرمایه‌گذاری، تنوع، هسته اصلی انتخاب سبد سهام است؛ اما تاکنون تعریفی رسمی برای این مفهوم ارائه نشده است و در نتیجه ابزار واحد و منحصر به فرد کمی برای

اندازه‌گیری و تعیین درجه متنوع‌بودن یک سبد سهام وجود ندارد [۴]. سؤال قابل طرح این است که چگونه می‌توان میزان تنوع را با استفاده از اطلاعات پایه‌ای مطرح در سبد سهام از جمله بازدهی، ریسک، ضریب  $\beta$ ، نسبت شارپ و ریسک نقدشوندگی اندازه‌گیری کرد تا درجه پرگونه‌بودن سبد سهام قابل بیان باشد؟ همچنین سرمایه‌گذاران برای انتخاب سبد سهامی متنوع، سرمایه خود را چگونه به گزینه‌های موجود سرمایه‌گذاری تخصیص بدهند؟ بنابراین این پژوهش می‌کوشد تا مدلی مناسب به منظور انتخاب سبد سهام بهینه و ابزاری کارآمد برای تخمین درجه تنوع این انتخاب با اهداف بهینه‌سازی بازدهی، ریسک غیرسیستماتیک و تنوع سبد سهام پیشنهاد کند؛ بنابراین با توجه به ساختار مسئله در عملیات بهینه‌سازی، الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌کردن مدل چندهدفه غیرخطی به کار می‌رود و برای اعتباریابی مدل پژوهش، نتایج مدل‌های مختلف با هم مقایسه می‌شود. در بخش دوم، ضمن مروری بر مبانی نظری انتخاب و متنوع‌سازی سبد سهام پیشینه پژوهش‌های انجام‌شده در این زمینه بیان می‌شود. در بخش سوم روش‌شناسی پژوهش و مدل‌سازی مسئله ارائه می‌شود. در بخش چهارم نتایج اجرا و حل مدل درخصوص مورد مطالعه پژوهش ارائه و در بخش پایانی به ارائه نتایج و پیشنهادهای پژوهش پرداخته می‌شود.

## ۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

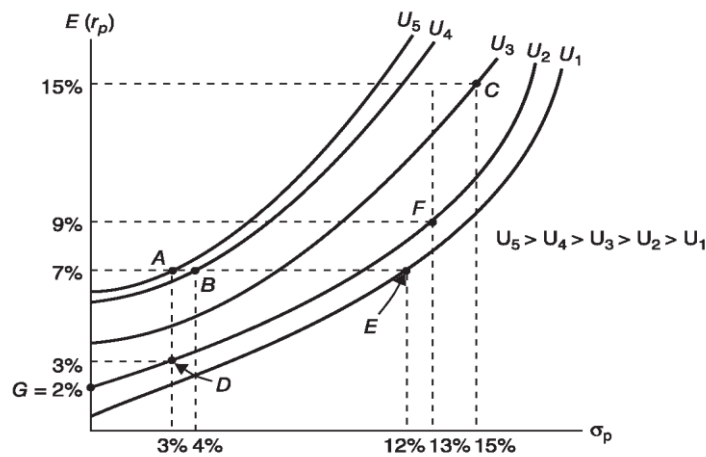
**نظریه سبد سهام.** سرمایه‌گذاری عبارت است از: تبدیل وجوه مالی به یک یا چند نوع دارایی که باهدف به‌دست‌آوردن سود برای مدتی در زمان آینده نگهداری خواهد شد. صرف‌نظر از هزینه‌کردن پول یا دیگر منابع مالی در زمان حاضر، منظور از سرمایه‌گذاری پذیرش ریسکی مشخص یا نامشخص برای کسب سود در آینده است [۱۳]. یکی از اصول اساسی سرمایه‌گذاری در سهام شرکت‌ها مرور صورت‌های مالی برای تشخیص بازدهی آن‌ها است. تهیه صورت‌های مالی یکی از متداول‌ترین روش‌های تجزیه و تحلیل اطلاعات مالی است که به بررسی موفقیت یک کسب و کار در بورس پرداخته و شاخص‌های خوبی برای سنجش عملکرد و موقعیت مالی و بازدهی شرکت‌ها می‌باشد [۲۸]. از طرف دیگر مطالعه دو عامل ریسک و بازده نیز در هر تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، اهمیت بسزایی داشته که مبنای امر سرمایه‌گذاری محسوب می‌شود. از نظر مارکویتز (۱۹۵۲)، منظور از ریسک، انحراف معیار چند دوره یک متغیر است که در طول یک دوره مشخص و در یک موقعیت معین رخ دهد و به منفعت و سودی که از یک سرمایه‌گذاری حاصل می‌شود، بازده گفته می‌شود. نرخ بازده موردانتظار، سرمایه‌گذار را از متوسط پاداشی که پیش‌بینی می‌شود طی یک دوره خاص به‌دست آورد، مطلع می‌کند. این پیش‌بینی ممکن است مطابق با واقعیت نباشد و اختلاف بین پیش‌بینی و واقعیت، عدم‌اطمینان در بازده

سبد سهام را می‌رساند [۱۸]. طبق تعریف فرانسویس (۲۰۱۳)، یک سرمایه‌گذاری اگر نسبت به سایر سرمایه‌گذاری‌ها، بازدهی بیشتری در سطح معینی از ریسک داشته باشد یا نسبت به سایر سرمایه‌گذاری‌ها دارای ریسک کمتری در سطح معینی از بازدهی باشد، کارآمد است [۱۰].

طبق نظریه نوین سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذار برای بهینه‌کردن هم‌زمان ریسک و بازده باید در سبدهای از دارایی‌ها (سهام) سرمایه‌گذاری کند. سبد دارایی‌ها (سهام) در لغت به ترکیبی از دارایی‌ها گفته می‌شود که توسط یک سرمایه‌گذار برای سرمایه‌گذاری انتخاب شود که به آن «سبد سرمایه‌گذاری» نیز گفته می‌شود [۱۳]. فرآیند مدیریت سبد سرمایه‌گذاری، اقدامی سه‌مرحله‌ای به شرح زیر است:

- تجزیه و تحلیل اوراق بهادار که بر توزیع احتمالی بازده سرمایه‌گذاری‌های مختلف تمرکز دارد؛  
 - تجزیه و تحلیل سبد سرمایه‌گذاری: مرحله‌ای از مدیریت سبد سرمایه‌گذاری است که در آن همه امکان‌های بهینه سبد سرمایه‌گذاری از فرصت‌های در دسترس سرمایه‌گذاری، شکل داده می‌شود؛  
 - انتخاب سبد سرمایه‌گذاری: در این مرحله بهترین سبد سرمایه‌گذاری از میان فهرست سرمایه‌گذاری‌های بهینه موجود برگزیده می‌شود.

سرمایه‌گذاری کارآمد بر مدل مارکوویتز (۱۹۵۲)، استوار است که در آن مرز کارایی عبارت است از: مکان هندسی کلیه سبدهای سهامی که نسبت به سایر سبدهای سهام که ریسک مشابه دارند بازده بیشتری دارند و یا در مقایسه با سبدهای سهامی که بازده مشابه دارند، ریسک کمتری دارند [۱۰]. در فضای بازدهی-ریسک با فرض اینکه تابع مطلوبیت به فرم درجه دوم باشد، منحنی‌های بی‌تفاوتی (شکل ۱)، ترجیحات یک سرمایه‌گذار ریسک‌گریز را نمایش می‌دهد. این منحنی‌ها ترکیب‌های متفاوت یک مجموعه از ریسک و بازده موردانتظار را که سرمایه‌گذار با میزان یکسانی از درجه مطلوبیت به دست می‌آورد، نشان می‌دهد. منحنی بی‌تفاوتی بالاتر نشان‌دهنده سطوح بالاتری از مطلوبیت موردانتظار و در نتیجه نمایانگر رضایت بیشتر سرمایه‌گذار است؛ به عبارت دیگر سرمایه‌گذاران به بازده موردانتظار بالاتر علاقه‌مند و از ریسک‌گریزان هستند. شیب همه منحنی‌های بی‌تفاوتی مثبت است؛ زیرا سرمایه‌گذار به فرض ریسک بالاتر، بازده موردانتظار بالاتری را متصور است. منحنی‌های بی‌تفاوتی در سطوح ریسک بالاتر، رشد (شیب) تندتری دارند که این موضوع نشان می‌دهد تمایل سرمایه‌گذار به تقبل ریسک‌های بیشتر کاهش می‌یابد.



شکل ۱. منحنی‌های بی‌تفاوتی و ترجیحات سرمایه‌گذار در فضای بازدهی-ریسک [۱۰]

سرمایه‌گذاران همواره به دنبال اندازه‌گیری ریسک برای گرفتن تصمیمات سرمایه‌گذاری بهینه هستند. آنان همواره تلاش می‌کنند بازدهی بیشتری را به ازای ریسک‌هایی که متقبل شده‌اند به دست آورند؛ به بیانی دیگر سرمایه‌گذاران تلاش می‌کنند بازده سرمایه‌گذاری‌ها را به ازای ریسک معین بیشینه کرده و یا ریسک آن‌ها را به ازای بازدهی مشخص کمینه کنند.

**تنوع و متنوع‌سازی.** تنوع مفهومی است که در رشته‌های مختلف از جمله فیزیک، زیست، علوم اطلاعاتی، علوم اجتماعی، اقتصاد و به‌خصوص در علم و سیاست فناوری موضوعی مهم و پرکاربرد است. نکته جالب در مورد مفهوم تنوع این است که در زمینه و بسترهای کاملاً متفاوت، تنوع به مجموعه‌ای از خواص متعدد مشابه و خاص اشاره دارد. با وجود کارهای گوناگون صورت‌گرفته در این حوزه، پژوهش‌هایی که بر ویژگی‌های میان‌رشته‌ای تنوع متمرکز باشد، اندک است [۲۷]. چهار منطق قوی برای توجه و علاقه به اهمیت بالقوه تنوع در اقتصاد، به‌خصوص در حوزه فناوری، وجود دارد که عبارت‌اند از: ۱. تنوع، عامل کلیدی برای پیشبرد نوآوری و رشد است؛ ۲. ابزاری برای کاهش عدم قطعیت‌ها و ناآگاهی در تصمیم‌گیری برای فناوری‌های بدیل است؛ ۳. ابزاری برای کاهش عوارض جانبی شتاب و سکون و قفل‌شدگی (حرکت سازمانی) در رسیدن به اهداف درازمدت سازمانی بر مدار فناوری است و ۴. راهی برای تطبیق دادن منافع و ارزش‌های به‌ظاهر غیرمتجانس در جوامع جدید صنعتی است که عموماً همراه با تکثرگرایی و پیچیدگی‌های خاص خود هستند.

استرلینگ (۲۰۰۷)، به شناسایی خصوصیات عمومی مشترک تنوع در بسیاری از حوزه‌ها، حتی گاهی متضاد، پرداخته است؛ سپس یک مدل ابتکاری بدیع ارائه کرده است که تنوع را به صورت

سیستماتیک در زمینه‌ها و علوم مختلف توصیف می‌کند. وی سه صفت تعداد اقلام، توازن میان اقلام و اختلاف مابین اقلام را در مورد شاخص تنوع معرفی می‌کند [۲۷]:

- تعداد اقلام در ارتباط با مقدار کل مواد یا موجوداتی است که باید به تعداد قلم‌های مختلفی تقسیم شوند. این عدد، مثبت و صحیح است. با فرض تساوی دیگر موارد، هرچه قدر این عدد بزرگ‌تر باشد، تنوع بیشتر است؛

- توازن به الگوی تقسیم مقدار کل به قلم‌های مختلف عطف می‌شود؛ مانند سهم بازار در یک صنعت خاص و در میان چند بنگاه که جمع آن یک است. هرچه مقدار کسرها به هم نزدیک‌تر باشد، آن‌ها با هم برابرتر و در نتیجه تنوع‌سازی بزرگ‌تر است؛

- اختلاف میان ارقام به طبیعت و درجه تفاوت مابین اقلام داخل سیستم ارجاع داده می‌شود که به نحوه تعریف قلم‌ها ارتباط دارد. اختلاف ذاتاً یک پدیده کیفی، ذهنی و مفهومی است؛ به همین دلیل اندازه‌گیری آن سخت و گاهی ناممکن است؛ اما برای دو سیستم با تعداد اقلام برابر و اقلام متوازن، سیستمی که اختلاف بیشتری داشته باشد، تنوع بیشتری دارد [۲۶].

**تنوع و متنوع‌سازی سبد سهام.** در حوزه اقتصاد، نظریه‌های مالی و خرد عمومی به ما می‌آموزد در جهانی که پر از عدم قطعیت است نباید همه تخم‌مرغ‌ها را در یک سبد قرار داد؛ یعنی اینکه از لحاظ فنی، سرمایه‌گذاران برای حفظ سرمایه‌های خود باید در مجموعه متنوعی سرمایه‌گذاری کنند [۲۹]. بر اساس نظریه سبد سهام، ریسک سبد تنها متأثر از میانگین انحراف معیار اعضای مجموعه تشکیل‌دهنده آن نیست؛ بلکه تنوع در سرمایه‌گذاری و چگونگی ارتباط بازده اعضا بر یکدیگر نیز بر ریسک مجموعه تأثیر خواهد گذاشت؛ به بیان دیگر در یک مجموعه سرمایه‌گذاری هر چه تنوع بیشتر باشد، ریسک مجموعه کمتر خواهد شد [۲۲].

بر اساس نظریه نوین سرمایه‌گذاری در حالت کلی ریسک را می‌توان به دو بخش ریسک سیستماتیک<sup>۱</sup> و ریسک غیرسیستماتیک<sup>۲</sup> دسته‌بندی کرد. ریسک غیرسیستماتیک که به آن ریسک قابل کنترل و یا ریسک اجتناب‌پذیر نیز گفته می‌شود فقط منحصر به یک دارایی است؛ برای اینکه آن ریسک در ارتباط با بخشی از بازده یک دارایی مطرح است. این میزان از ریسک مختص یک شرکت یا یک صنعت و ناشی از عوامل و پدیده‌هایی مانند اعتصابات کارگری، عملکرد مدیریت، رقابت تبلیغاتی، تغییر در سلیقه مصرف‌کنندگان و غیره است. ریسک سیستماتیک که آن را ریسک غیرقابل کنترل و یا ریسک اجتناب‌ناپذیر نیز می‌خوانند، آن قسمت از ریسک است که به شرایط عمومی بازار مربوط است. تغییر نرخ بهره، نرخ برابری پول ملی در

1. Systematic Risk

2. Unsystematic Risk

مقابل ارزشهای خارجی، نرخ تورم، سیاست‌های پولی و مالی، شرایط سیاسی و غیره از منابع ریسک سیستماتیک هستند [۲۴]. سرمایه‌گذاران برای کاهش ریسک غیرسیستماتیک اقدام به خرید سهام شرکت‌ها گوناگون (سبد سرمایه‌گذاری) با نسبت‌های مختلف می‌کنند. این تنوع‌بخشی قادر به کاهش ریسک غیرسیستماتیک سرمایه‌گذاری خواهد بود؛ ولی قادر به کاهش یا حذف ریسک سیستماتیک نیست. در دهه ۱۹۵۰ مارکوتیز اثبات کرد چگونه در شرایط عدم اطمینان بر مبنای میانگین بازدهی و ریسک می‌توان با سرمایه‌گذاری در مجموعه‌ای متنوع از سهام یا دارایی‌ها که به سبد سهام، پرتفویو یا بدره معروف است، ریسک را کاهش و بازدهی را به حداکثر رساند [۱۵]. او با این ایده که تصمیم‌گیری مالی از بده-بستان بین ریسک و بازدهی سبد سهام به‌وجود می‌آید، به دو دلیل در مدیریت سرمایه‌گذاری انقلاب ایجاد کرد: نخست اینکه فرض می‌کند، سرمایه‌گذار ارزیابی کمی از ریسک و بازدهی سبد سهام با توجه هم‌زمان به بازدهی سبد سهام و حرکت هم‌زمان بازدهی سبدها نسبت به هم انجام می‌دهد که این ایده اصلی در تنوع‌بخشی است. دوم اینکه فرآیند تصمیم‌گیری مالی را یک مسئله بهینه‌سازی در نظر می‌گیرد؛ یعنی سرمایه‌گذار از میان انواع مختلف سبدهای در دسترس، سبدی را انتخاب می‌کند که کمترین واریانس را دارد [۲۰]. متنوع‌سازی مارکوتیز (۱۹۵۲)، شیوه خاصی از متنوع‌سازی است که در تجزیه و تحلیل سبد سرمایه‌گذاری کاربرد دارد. این نوع از متنوع‌سازی با لحاظ کردن کوواریانس بین اوراق بهادار و ترکیب سرمایه‌هایی با همبستگی کمتر به‌منظور کاهش ریسک در سبد سهام بدون به‌خطر انداختن بازدهی را شامل می‌شود؛ به عبارت دیگر همبستگی کمتر سرمایه‌ها در یک سبد سرمایه‌گذاری، ریسک کمتری را متوجه آن سبد خواهد کرد [۱۰].

با مرور مبانی نظری بسیاری از مقاله‌ها، رایج‌ترین ابزارهای اندازه‌گیری تنوع، به‌طور ساده شمارش تعداد اوراق یا سهام در سبد سرمایه‌گذاری عنوان شده است. روش پیشنهادی دیگر در مقاله‌ها استفاده از ضریب همبستگی بین بازده بازار و بازده سبد سرمایه‌گذاری است. به‌طور واضح این ابزار اندازه‌گیری به داده‌های یک دوره یک یا چندساله نیاز دارد و زمانی که ترکیب سبد سرمایه‌گذاری تغییر کند، مشکلاتی را در محاسبه به همراه دارد [۲۵]. از دیگر روش‌های معرفی شده می‌توان به استفاده از شاخص (HHI)<sup>۱</sup> و شاخص آنتروپی شانون اشاره کرد [۳۰]. بر اساس مطالعات قبلی، از دیدگاه عملی، درجه تنوع نقش عمده‌ای در کاربرد مدل میانگین-واریانس معرفی شده توسط مارکوتیز دارد و ماتریس همبستگی سهام در یک سبد سرمایه‌گذاری به‌وضوح به درجه تنوع سبد سهام مرتبط است و عنصر کلیدی مدل میانگین-واریانس محسوب می‌شود [۸]. از دیدگاه تیرا (۲۰۱۵)، تنوع بهینه سبد سهام دقیقاً می‌تواند با توجه به برآورد بازده موردانتظار و ریسک مرتبط با هر یک از دارایی‌های موجود برای سرمایه‌گذاری، تعیین شود [۲۹].

1. Hirschman-Herfindahl Index

قدمت نخستین فرمول ریاضی تنوع در تجزیه و تحلیل انتخاب سبد سهام به مدل میانگین-واریانس معرفی شده توسط مارکوویتز (۱۹۵۲) برمی‌گردد. هرچند این مدل ایده متنوع‌سازی سبد سهام را تشریح می‌کند؛ اما ابزار خاصی را برای این منظور در اختیار قرار نمی‌دهد. از آن زمان تاکنون چندین ابزار اندازه‌گیری تنوع پیشنهاد شده که هر یک بر اساس معیارهای مختلفی بنا شده است. از جمله می‌توان به مدل قیمت‌گذاری دارایی‌های سرمایه‌ای<sup>۱</sup> (CAPM) که مبنای آن اندازه سبد سرمایه‌گذاری و یا مدل شارپ که مبنای آن ریسک ویژه سبد سرمایه‌گذاری است یا روش معرفی شده توسط فرنهولز و شای (۱۹۸۲) که بر اساس مازاد نرخ رشد است و به «مدل بازدهی تنوع» معروف است، اشاره داشت. از روش‌های جدید معرفی شده نیز می‌توان به روش بازدهی شکاف<sup>۲</sup> (RG) استاتمن و شید (۲۰۰۵) یا شاخص متنوع‌سازی سبد سهام<sup>۳</sup> (PDI) رودین و مورگان (۲۰۰۶) و همچنین شاخصی که توسط میوسی و همکاران (۲۰۱۴) با استفاده از تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی<sup>۴</sup> (PCA) و آنتروپی شانون و تعداد سرمایه‌گذاری‌های مؤثر (ENB)<sup>۵</sup> ارائه شده است، اشاره داشت [۴]. خلاصه‌ای از پیشینه پژوهش‌های انجام شده در زمینه بهینه‌سازی انتخاب و متنوع‌سازی سبد سهام به شرح زیر است:

اُه و همکاران (۲۰۰۵) با استفاده از الگوریتم ژنتیک اقدام به بهینه‌سازی سبد مبتنی بر شاخص کردند. در پژوهش آن‌ها هدف ساخت سبدی بود که عملکردی مشابه با شاخص سهام داشته باشد. الگوریتم پیشنهادی بر روی شاخص بورس کُره (KOPSI200) در بین سال‌های ۱۹۹۹ تا ۲۰۰۱ اعمال شد و با روش‌های سنتی ساخت سبد مبتنی بر شاخص مقایسه گردید. نتایج نشان داد که الگوریتم ژنتیک مزایای زیادی نسبت به روش‌های سنتی دارد و زمانی که نوسانات بازار در حال افزایش است کاملاً مؤثر عمل می‌کند و هنگامی که روند بازار ثابت باشد، عملکرد میانگین را نشان می‌دهد [۱۶].

اوکوویچ و همکاران (۲۰۰۸) در مطالعه‌ای بازدهی مازاد سرمایه‌گذاری متمرکز را با سرمایه‌گذاری سبدی متنوع از سهام با استفاده از مدل قیمت‌گذاری چهار عاملی (شامل صرف بازار، صرف اندازه، صرف ارزش و صرف مومنتوم) معرفی شده توسط کرهارت (۱۹۹۷)، مورد مقایسه قرار دادند و توانستند نتایجی بهتر از مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌ای ارائه دهند [۱].

چانگ و همکاران (۲۰۰۹)، مسئله بهینه‌سازی سبد را با توجه به مقیاس‌های مختلف برای اندازه‌گیری ریسک سبد و با استفاده از الگوریتم ژنتیک بررسی کردند. در پژوهش آن‌ها الگوریتم

---

1. Capital Asset Pricing Model  
 2. Return Gaps  
 3. Portfolio Diversification Indices  
 4. Principal Component Analysis  
 5. Effective Number of Bets



ژنتیک به دلیل قابلیت آن در حل مسائل پیچیده موجود در ارزیابی‌های مختلف از ریسک مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان داد که بیشتر مسائل بهینه‌سازی، شامل محدودیت کاردینالیتی، می‌تواند از طریق الگوریتم ژنتیک در مدت‌زمانی منطقی حل شود؛ در صورتی که از میانگین-واریانس، نیمه‌واریانس و واریانس همراه با چولگی به عنوان معیار اندازه‌گیری ریسک استفاده شود؛ همچنین مشخص شد که هر چه اندازه سبد کوچک‌تر باشد، عملکرد سبد بهتر از زمانی است که سبد بزرگ‌تری انتخاب شود [۵].

جایچیترا و همکاران (۲۰۱۰)، کارایی سهام را با اندازه‌گیری تأثیر متنوع‌سازی در ریسک سهام در محیط دائماً متغیر تجزیه و تحلیل کردند. نتایج پژوهش آن‌ها نشان‌دهنده همبستگی مثبت خطی و بالا بین بازدهی سبد سهام و ریسک و همچنین کاهش ریسک غیرسیستماتیک در اثر متنوع‌سازی بود [۱].

نتایج پژوهش گرکز و همکاران (۱۳۸۸) در مقاله‌ای با عنوان «انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک بر اساس تعاریف متفاوتی از ریسک» که نشان‌دهنده توانایی فوق‌العاده الگوریتم ژنتیک در به دست آوردن نقاط بهینه بود، این اطمینان خاطر را برای سرمایه‌گذار ایجاد کرد که نقطه بهینه به دست آمده، نقطه بهینه اصلی است و از سوی دیگر این پژوهش نشان داد که مسائل بهینه‌سازی سبد سهام می‌تواند به راحتی در زمانی نسبتاً کوتاه (کمتر از چند دقیقه) با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل شود [۱۱].

رضائی پندری و همکاران (۲۰۱۲) در پژوهشی با عنوان «به کارگیری الگوریتم ژنتیک برای انتخاب سبد سهام بهینه‌ای با اهداف غیرخطی (بورس اوراق بهادار تهران)» نشان دادند که در مقایسه جواب حاصل از الگوریتم ژنتیک با مدل کلاسیک مارکوویتز (۱۹۵۲) و مدل آرمانی با اهداف خطی و غیرخطی (درجه دوم)، اگرچه بازدهی سبد سهام حاصل از الگوریتم ژنتیک کمتر از مدل‌های دیگر است؛ اما کاهش بازدهی با کاهش ریسک جبران شده است و معیارهای تعدیل‌شده بر مبنای ریسک بر بهتر بودن جواب حاصل از الگوریتم ژنتیک صحت می‌گذارد؛ همچنین سبد سهام حاصل، تنوع بیشتری نسبت به سبد سهام مدل‌های دیگر دارد [۱۸].

کارمایکل و همکاران (۲۰۱۵) به یکپارچه‌سازی شاخص‌های اندازه‌گیری تنوع سبد سهام با استفاده از آنتروپی درجه دوم راثو پرداختند؛ با وجود این به نظر می‌رسد هیچ‌یک از اقدامات بالا کاملاً رضایت‌بخش نبوده‌اند. برای مثال، مدل ENB دارای دو نقص اصلی به شرح زیر است [۴]:  
- بین همبستگی منفی و مثبت تمایز قائل نمی‌شود؛ بنابراین منافع حاصل از همبستگی منفی را لحاظ نمی‌کند؛

- زمانی می‌تواند محاسبه شود که ریسک سبد سهام توسط واریانس یا نوساناتش اندازه‌گیری شده باشد. به عبارتی زمانی که بازدهی سرمایه‌ها دارای توزیع نرمال باشند؛

بنابراین توسعه یک ابزار ایده‌آل به‌منظور اندازه‌گیری تنوع سبد سهام، یک زمینه پژوهشی مناسب در مدیریت سرمایه‌گذاری است. به‌طور خلاصه مهم‌ترین پژوهش‌هایی که در زمینه پرگونه‌سازی سبد سهام در سال‌های اخیر، به‌خصوص با استفاده از الگوریتم ژنتیک، صورت گرفته در جدول ۱، آورده شده است.

جدول ۱. مهم‌ترین پژوهش‌های صورت‌گرفته درخصوص پرگونه‌سازی سبد سهام

منبع	ویژگی روش	عنوان
[۲۳]	اعمال روش تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) به ماتریس همبستگی بازده دارایی‌ها به‌منظور محاسبه شاخص پرگونه‌سازی سبد سهام	شاخص پرگونه‌سازی سبد سهام و ریسک سیستماتیک سبک‌های صندوق سرمایه‌گذاری تأمینی
[۱۷]	شناسایی ارتباط بین پرگونه‌سازی و متمرکز سازی سبد سرمایه‌گذاری با استفاده از شاخص‌های پرگونه‌سازی سهام (PDI) و پیچیدگی ماتریس همبستگی و الگوریتم ژنتیک	اندازه‌گیری تنوع و تعداد مطلوب سهام در یک سبد سرمایه‌گذاری
[۳]	استفاده از شاخص واگرایی کولبک-لیبلر یا آنتروپی نسبی به‌عنوان معیار اندازه‌گیری دو توزیع و به‌کارگیری آن به همراه میانگین و واریانس با الگوریتم ژنتیک به‌منظور تخصیص بهینه سبد سهام و بیشینه‌سازی پرگونه‌سازی	استفاده از الگوریتم ژنتیک در حل مدل‌های تخصیص سبد سرمایه‌گذاری مبتنی بر آنتروپی نسبی و میانگین و واریانس
[۶]	برآورد پرگونه‌سازی ریسک مجموعه‌ای سرمایه‌گذاری با استفاده از ماتریس کوواریانس بازدهی و توسعه شاخص بیشینه‌سازی رادین و مورگان (MDI) با الگوریتم ژنتیک	شاخص بیشینه‌سازی پرگونه‌سازی
[۱۹]	استفاده از ضریب بتا به‌عنوان ابزار پرگونه‌سازی ریسک سرمایه‌گذاری در سهام، اوراق قرضه و ارز به‌عنوان سبد دارایی	پرگونه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری جهانی با استفاده از الگوریتم رابطه ژنتیک
[۴]	تعریف آنتروپی درجه دوم راثو در خصوص سبد سهام به‌عنوان شاخص پرگونه‌سازی با استفاده از توزیع احتمالی و تفاوت زوجی بین جمعیت سهام.	یکپارچه‌سازی مقیاس‌های اندازه‌گیری پرگونه‌سازی سبد سهام با استفاده از آنتروپی درجه دوم راثو
[۱۴]	استفاده از آنتروپی اطلاعات توزیع احتمالی ارزش نهایی یک سبد سرمایه‌گذاری به‌عنوان معیار پرگونه‌سازی	اندازه‌گیری پرگونه‌سازی سبد سهام

### ۳. روش‌شناسی پژوهش

به‌منظور انجام این پژوهش، داده‌های شرکت‌های فعال در «بورس اوراق بهادار تهران» برای ۷۲ ماه منتهی به اسفندماه سال ۱۳۹۳ انتخاب شد و با در نظر گرفتن مفروضات زیر مدلی چندهدفه با اهداف بیشترین تنوع، بیشترین بازدهی و کمترین ریسک غیرسیستماتیک برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری از میان ۵۰ شرکت برتر «بورس اوراق بهادار تهران» طراحی و سپس مدل با استفاده از الگوریتم ژنتیک با به‌کارگیری منوی Optimization بسته نرم‌افزاری متلب (MATLAB 2014a) و همچنین نرم‌افزار لینگو برای حل این مسئله استفاده شد:

۱. با توجه به ترجیحات یک سرمایه‌گذار ریسک‌گریز در منحنی‌های بی‌تفاوتی، در حد معینی از مطلوبیت، سرمایه‌گذاران به بازده موردانتظار بالاتر به ازای ریسک کمتر علاقه دارند و با بده - بستان بین ریسک و بازده به دنبال متعادل‌سازی هستند؛
۲. سبد سهام بر اساس حداقل کردن مقدار تابع برازندگی انتخاب می‌شود؛
۳. سرمایه‌گذار تمایل به سرمایه‌گذاری جزئی و خرد ندارد؛
۴. محدودیت هزینه مبادلاتی و مالیات وجود ندارد؛
۵. هیچ محدودیت بازاری و فروش استقراضی وجود ندارد.

**متغیرهای تصمیم:** مجموعه متغیرهایی که باید برای مقدار آن‌ها تصمیم‌گیری شود یا مجموعه متغیرهایی که بیان‌کننده انتخاب تصمیم‌گیر است. در این پژوهش متغیرهای تصمیم مدل ریاضی  $x_i$  و  $x_j$  که نمایانگر سهم گزینه  $i, j$  در سبد سرمایه‌گذاری است.

**پارامترهای مدل:** مجموعه متغیرهایی که مقدار آن‌ها از قبل تعیین شده است و تصمیم‌گیری باید با فرض کردن آن‌ها انجام شود. در این پژوهش مقادیر ثابتی که پیش از حل مدل باید از اسناد، مدارک و تجزیه و تحلیل داده‌های جمع‌آوری شده تعیین شوند، مطابق جدول ۲، است.

جدول ۲- پارامترهای مدل

پارامتر	شرح	پارامتر	شرح
$r_j$	متوسط بازدهی سهام $j$ ام	$\beta_j$	ریسک سیستماتیک سهام $j$ ام.
$\delta_{ij}, \delta_j^2$	واریانس سهام $j$ ام و کوواریانس بین سهام $i$ ام و $j$ ام.	$s_j$	شاخص شارپ برای سهام $j$ ام.
$e_j$	ریسک نقد شوندگی سهام $j$ ام.	$Z_k^*$	مقدار برازندگی برای هدف برای هدف $k$ ام.
$n$	تعداد کل سهام در سبد	$s_{ik}$	مقدار مشخصه $k$ ام از سهم $i$
$k$	تعداد مشخصه مرتبط که هر سهم دارا است		

### اهداف مدل

**حداکثرسازی تنوع.** استرلینگ به نقل از ویتزمن (۱۹۹۲)، بیان می‌کند که درک مفهوم اساسی فاصله در اندازه‌گیری اختلاف بین عناصر مهم است و این معیار باید نقشی اساسی در نظریه‌های تنوع‌بخشی یا طبقه‌بندی بازی کند [۲۶]. مطابق با تعریف استرلینگ می‌توان تنوع را با استفاده از اختلاف میان ارقام محاسبه کرد؛ بر این اساس سبدهای از سهام را در نظر بگیرید:

$$N = \{s_1, s_2, s_3, \dots, s_n\}$$

فاصله اقلیدسی بین دو سهام انتخابی  $i$  و  $j$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$d_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^k (s_{ik} - s_{jk})^2}$$

$$d_{ij} = d_{ji} \quad \text{رابطه (۱)}$$

$$i = j; \quad d_{ij} = 0$$

$$i \neq j; \quad d_{ij} > 0$$

استرلینگ بر این اساس شاخص تنوع چندمعیاره یکپارچه<sup>۱</sup> (IMDI) را بر اساس فاصله اقلیدسی بین هر جفت از گزینه‌ها به صورت زیر معرفی کرد:

$$D = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_i x_j \quad i \neq j \quad \text{رابطه (۲)}$$

در این رابطه، بالا بودن مقدار  $D$  به معنای بالا بودن تنوع بین گزینه‌ها است؛ بنابراین تنوع عناصر انتخابی، به صورت مجموع فواصل اقلیدسی بین هر جفت از عناصر تخمین زده شده و مسئله بیشترین تنوع به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\text{Maximize } Z_{\downarrow} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n d_{ij} x_i x_j \quad i \neq j \quad \text{رابطه (۳)}$$

**حداکثرسازی بازدهی سبد سهام.** بازده موردانتظار هر سبد سهام از طریق میانگین وزنی بازده موردانتظار هر یک از اوراق بهادار به دست می‌آید. وزن‌هایی که برای میانگین مورد استفاده قرار می‌گیرد نسبتی از وجوه سرمایه‌گذاری شده در آن دارایی است و بازده کل سبد سهام به صورت زیر محاسبه می‌شود [۲۲]:

$$r_p = \sum_{j=1}^n x_j r_j \quad \text{رابطه (۴)}$$

بنابراین مسئله حداکثرسازی بازدهی سبد سهام به صورت زیر فرموله می‌شود:

$$\text{Maximize } Z_{\uparrow} = \sum_{j=1}^n x_j r_j \quad \text{رابطه (۵)}$$

1. Integrated Multicriteria Diversity Index

**حداقل ریسک غیرسیستماتیک.** شاخص‌های متفاوتی برای اندازه‌گیری ریسک سبد سهام ارائه شده است که از جمله می‌توان به شاخص انحراف از معیار<sup>۱</sup> معرفی شده توسط مارکوویتز (۱۹۵۹) اشاره داشت [۲۲].

به‌منظور محاسبه واریانس سبد سهام ضروری است که وزن هر سهم در سبد سهام ( $x_j$ ) مشخص شود. واریانس سبد سهام به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta_p^2 = \sum_{j=1}^n x_j^2 \delta_j^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \delta_{ij} \quad i \neq j \quad \text{رابطه (۶)}$$

بنابراین هدف حداقل‌سازی ریسک غیرسیستماتیک به‌صورت زیر فرموله‌سازی می‌شود:

$$\text{Minimize } Z_p = \sum_{j=1}^n x_j^2 \delta_j^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \delta_{ij} \quad i \neq j \quad \text{رابطه (۷)}$$

### محدودیت‌های مدل

**محدودیت میزان سرمایه.** سهم خریداری شده باید دقیقاً برابر با کل منابع موجود باشد.

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1 \quad \text{رابطه (۸)}$$

**محدودیت حداکثر سرمایه‌گذاری در سهام.** با تعیین یک حد بالا برای متغیر تصمیم می‌توان تنوع سهام تشکیل‌دهنده سبد سهام را افزایش داد و یک سبد سهام با تنوع بیشتر حاصل کرد. در تعیین حد بالا برای متغیرهای تصمیم نظر سرمایه‌گذار تعیین‌کننده است و با توجه به حداقل تعداد سهامی که سرمایه‌گذار تمایل به سرمایه‌گذاری در آن دارد، تعیین می‌شود.

$$x_j \leq U ; j = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (۹)}$$

**محدودیت فروش استقرایی.** در بازارهای سرمایه پیشرفته، سرمایه‌گذار می‌تواند پیشنهاد فروش سهامی را دهد که مالک آن نیست. این عمل را «فروش استقرایی» می‌نامند. در صورتی که فروش استقرایی منع شده باشد، به‌صورت محدودیت زیر در مدل نشان داده می‌شود [۱۸]:

$$0 \leq x_j ; j = 1, 2, \dots, n \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

این محدودیت حداقل وزن هر سهم را در سبد سهام برابر صفر در نظر می‌گیرد و اعداد منفی را رد می‌کند.

**روش حل مدل ( الگوریتم ژنتیک).** الگوریتم ژنتیک از جمله روش‌های بهینه‌سازی تصادفی و فراابتکاری بسیار مؤثر و کارا می‌باشد که در حل بسیاری از مسائل پیچیده به خصوص مسائلی که ماهیت ترکیبی دارند مورد استفاده قرار گرفته است [۲]. در این الگوریتم‌های در مرحله نخست، متغیرهای مسئله به شکل تصادفی انتخاب می‌شوند؛ ولی بعد از مدتی به وسیله مدلی که از طبیعت الهام گرفته شده است، با یکدیگر ترکیب می‌شوند و نقاط دیگری را به وجود می‌آورند. ایده اصلی الگوریتم‌های تکاملی در سال ۱۹۶۰ از سوی ریچنبرگ مطرح شد. الگوریتم ژنتیک که منشعب از این الگوریتم‌ها است، روش جست‌وجوی رایانه‌ای بر پایه الگوریتم بهینه‌سازی و بر اساس ساختار ژن و کروموزوم است که به وسیله «پرفسور هولند» در «دانشگاه میشیگان» مطرح و پس از وی توسط جمعی از دانشجویان، مانند گلدبرگ در سال ۱۹۸۹ توسعه یافت. الگوریتم ژنتیک با الهام از نظریه داروین و بر اساس اصل ادامه حیات بهترین‌ها پی‌ریزی شده است. یکی از مزیت‌های اصلی الگوریتم ژنتیک نسبت به روش‌های قدیم بهینه‌سازی در این است که این الگوریتم با جمعیت یا مجموعه‌ای از نقاط در یک لحظه خاص کار دارد؛ در حالی که در روش‌های قدیم بهینه‌سازی تنها بر روی یک نقطه خاص عمل می‌شود؛ این بدان معنا است که الگوریتم ژنتیک تعداد زیادی از طرح‌ها را در یک‌زمان پردازش می‌کند.

این الگوریتم ابتدا با مجموعه‌ای از جواب‌های تصادفی (کروموزوم) که به آن جمعیت اولیه گفته می‌شود، آغاز و سپس مقدار شایستگی هر کروموزوم با توجه به تابع شایستگی (برازندگی) تعیین می‌شود. کروموزوم‌های با شایستگی بالاتر شانس بیشتری برای تولید فرزندان دارند؛ بر همین اساس عمل انتخاب والدین صورت می‌گیرد و سپس فرزند به وسیله عمل تقاطع روی والدین به وجود می‌آید. سرانجام بعضی از ژن‌های فرزند با عمل جهش تغییر می‌یابد و بعد فرزند جدید جانشین ضعیف‌ترین کروموزوم در مجموعه اولیه می‌شود [۷].

گام‌های اصلی که برای حل یک مسئله بهینه‌سازی به روش الگوریتم ژنتیک باید انجام گیرد به شرح زیر است:

گام نخست: تولید نسل اولیه به صورت تصادفی؛

گام دوم:

- محاسبه مقدار برازندگی هر یک از اعضا؛

- انتخاب دو عضو از جمعیت با احتمالی متناسب با مقدار برازندگی آن‌ها؛
- اعمال عملگر جابه‌جایی؛
- اعمال عملگر جهش؛
- تکرار مراحل b تا d تا زمانی که عضوهای کافی برای شکل دادن نسل آینده تولید شود؛
- گام سوم: تکرار گام دوم تا زمانی که معیار توقف اتفاق بیفتد.

**تابع برازندگی (تابع هدف).** در مواجهه با مسائل بهینه‌سازی چندهدفه، یکی از رویکردها برای حل، استفاده از روش معیار جامع است که نخستین بار توسط زیلینی و یو (۱۹۷۳) معرفی شد. این روش در زمره روش‌های برنامه‌ریزی سازشی و جزو تکنیک‌های حل مسئله بدون کسب اطلاع از تصمیم‌گیرنده است که فاصله بین برخی از نقاط مرجع و جواب احتمالی هدف (انحراف) را حداقل می‌کند. در این روش، انتخاب نقطه مرجع و معیار برای اندازه‌گیری فاصله، موضوعی بسیار اساسی و مهم است [۲۱].

بر اساس این مدل، هر یک از اهداف مسئله چندهدفه ( $k$  هدفه)، به صورت جداگانه حل شده و پس از نرمال کردن جواب‌ها به منظور یافتن جواب بهینه نهایی (جواب کارآمدی که نزدیک‌ترین جواب به جواب ایده‌آ است) باهم ترکیب می‌شوند. فرم ریاضی این روش به صورت زیر قابل‌نمایش است:

$$\text{Minimize } Z = \sum_{i=1}^k \left( \frac{Z_i^* - Z_i}{Z_i^*} \right)^p \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

برای  $p = 1$  به وزن یکسان تمام انحرافات اشاره دارد و افزایش  $p$  به معنای وزن بیشتر انحرافات بزرگ‌تر است. حال به منظور تشکیل تابع برازندگی (هدف) برای استفاده در الگوریتم ژنتیک از روش معیار جامع مطابق شکل زیر استفاده می‌شود:

$$\text{Minimize } F(x) = \frac{(Z_1^* - Z_1)}{Z_1^*} + \frac{(Z_2^* - Z_2)}{Z_2^*} + \frac{(Z_p^* - Z_p)}{Z_p^*} \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

که در آن  $Z_1$  تابع هدف بیشترین تنوع (متنوع‌سازی) و  $Z_p$  تابع هدف بازدهی و  $Z_p$  تابع هدف ریسک غیرسیستماتیک است و  $Z_1^*$ ،  $Z_p^*$  و  $Z_p^*$  به ترتیب مقدار بهینه هر یک از اهداف با توجه به محدودیت‌های مسئله هستند.

**پارامترهای بهینه‌سازی با الگوریتم ژنتیک.** در این پژوهش به منظور انتخاب بهینه سبد

سرمایه‌گذاری در آزمایش‌های مختلف از الگوریتم ژنتیک با اجزایی مطابق جدول ۳، در برنامه متلب استفاده شده است.

جدول ۳. پارامترهای بهینه‌سازی در الگوریتم ژنتیک

نوع جمعیت	بردار دوگانه
اندازه جمعیت	۲۰۰،۵۰۰،۱۰۰۰
دفعات اجرا	۱۵ بار
تعداد نسل‌ها	۵۰۰
نرخ عملگر ضربدری	۰/۸
شرط توقف	۱۰-۶

بررسی پیشینه پژوهش (جدول ۱) نشان می‌دهد که یکی از عوامل مؤثر بر جواب نهایی الگوریتم ژنتیک، اندازه جمعیت است؛ بنابراین اثر اندازه جمعیت بر جواب نهایی مدل (بازدهی سید سهام) برای اندازه جمعیت ۲۰۰، ۵۰۰ و ۱۰۰۰ بررسی شد؛ از این رو مدل برای هر یک از سطوح اندازه جمعیت ۱۵ بار اجرا شد. جدول ۴، نتیجه بررسی آزمایش‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۴. تحلیل واریانس بررسی اثر تعداد جمعیت الگوریتم ژنتیک بر بازدهی سید سهام

منابع تغییرات	مجموع مجذورات	درجه آزادی dF	میانگین مجذورات	نسبت F	سطح معناداری $\alpha$
آزمون	۶/۴۵۲	۲	۳/۲۲۶	۴/۱۷۵	۰/۰۴۲
خطا	۹/۲۷۲	۱۲	۰/۷۷۳		
جمع کل	۱۵/۷۲۴	۱۴			

مطابق نتایج تحلیل واریانس بالا با توجه به نسبت F محاسبه شده (۴/۱۷۵) در سطح ۰/۰۴۲ ( $\alpha = 0.042 < 0.05$ ) رابطه بین تعداد جمعیت و میانگین بازدهی سید سهام معنادار و نشان‌دهنده نابرابری میانگین بازدهی در جمعیت‌های مختلف است؛ همچنین تحلیل نتایج آزمون شفه در تحلیل واریانس بالا از بهتر بودن میانگین بازدهی به ازای جمعیت‌های بزرگ‌تر حکایت دارد؛ بنابراین اندازه جمعیت ۱۰۰۰ در تحلیل‌های نهایی مدل استفاده شد.

#### ۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

**مورد مطالعه.** برای اجرای مدل و سنجش کارایی آن، داده‌های ۵۰ شرکت برتر در بورس به کار رفت و ویژگی‌هایی مانند بازدهی انتظاری، ریسک غیرسیستماتیک، ضریب  $\beta$ ، نسبت شارپ و



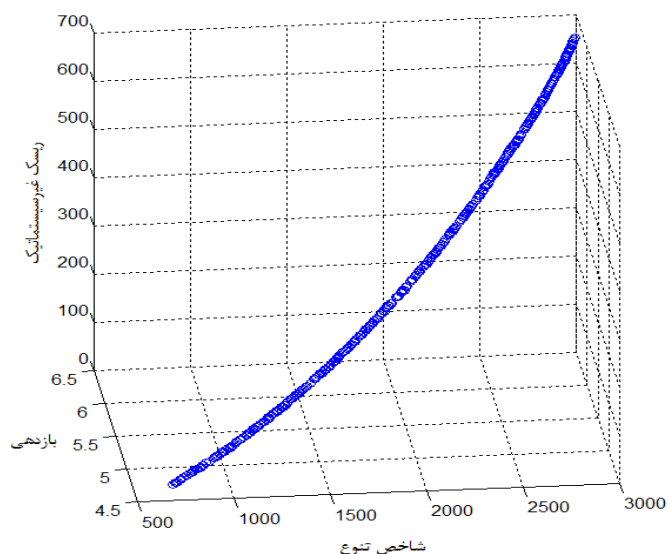
ریسک نقدشوندگی آن‌ها برای یک دوره ۷۲ ماهه جمع‌آوری شد که داده‌های آن طبق جدول ۵، آورده شده است. هدف، ایجاد سبد سرمایه‌گذاری است که در آن شاخص تنوع استرلینگ و اهداف تعریف‌شده در مسئله بهینه‌ترین مقدار، با ویژگی‌های فوق‌الذکر را دارا باشند.

جدول ۵. اطلاعات مربوط به شرکت‌ها و ویژگی‌های آن‌ها

نام شرکت	بازدهی انتظاری	ریسک	$\beta$ ضریب	نسبت شارپ	ریسک نقدشوندگی
ایران خودرو	۳/۳۵	۱۶۵/۳۸	۲/۰۴	۰/۲۶	۰/۸۹
ایران خودرو دیزل	۴/۰۱	۳۱۳/۳۴	۲/۷۳	۰/۲۲	۰/۸۵
بانک اقتصاد نوین	۹/۸۳	۱۲۸۸/۴	۳/۱۸	۰/۲۷	۰/۸۳
پارس‌دارو	۳/۴۳	۱۵۴/۲	۰/۳۹	۰/۲۷	۰/۸۵
پتروشیمی آبادان	۳/۷۴	۱۵۵/۳۱	۰/۵۱	۰/۳	۰/۸۹
...	...	...	...	...	...
نفت بهران	۳/۴۸	۸۷/۸۷	۰/۴۷	۰/۳۷	۰/۸
نفت پارس	۷	۱۱۲/۸۲	۰/۶۳	۰/۲۶	۰/۷۷

**مقادیر ایده‌آل برازندگی و سطوح محدودیت‌ها.** مقادیر برازندگی ایده‌آل برای استفاده در روش معیار جامع، برای اهداف حداکثر تنوع، حداکثر بازدهی سبد سهام و حداقل واریانس بازدهی سبد سهام (ریسک غیرسیستماتیک) با حل مسئله برنامه‌ریزی تک‌هدفه با استفاده از الگوریتم ژنتیک به ترتیب  $۷۸۰۸/۸۴$ ،  $۱۱/۴۴$  و  $۱۳/۰۵$  تعیین شد؛ همچنین با مطالعه موارد مشابه و مصاحبه از کارشناسان بورس و کارگزاران حداکثر مجاز سرمایه‌گذاری در هر سهام  $۰/۱$  تشخیص داده شد و در مدل اعمال گردید؛ همچنین در اجرای مدل‌ها به دلیل آنکه سرمایه‌گذار تمایل به سرمایه‌گذاری جزئی و خرد ندارد میزان سهم سرمایه‌گذاری‌ها در سبد سهام بیشتر از ۱ درصد در نظر گرفته شده است؛ به عبارت دیگر سهام شرکت‌هایی برای سرمایه‌گذار مطلوب است که بیش از ۱ درصد در سبد سرمایه‌گذاری سهم داشته باشند.

**حل مدل.** با اجرای مدل چندهدفه ژنتیک و با توجه به مفهوم بهینه پارتو یک مجموعه از پاسخ‌ها در فضای جست‌وجو که از پاسخ‌های دیگر بهتر باشد، یافت می‌شود؛ بنابراین نمی‌توان یک نقطه بهینه را هم‌زمان برای تمامی توابع هدف به دست آورد (یعنی تمامی توابع، مطلوبیت را محقق کنند). شکل ۲، مرز کارایی بازدهی - ریسک را با توجه به شاخص تنوع استرلینگ در فضای سه‌بعدی بر اساس حل مدل سه‌هدفه، با استفاده از الگوریتم چندهدفه ژنتیک (MOGA) را نشان می‌دهد. محور Xها میزان تنوع، محور Yها بازدهی و محور Z ریسک را نشان می‌دهد.



شکل ۲- مرز کارایی بازدهی-ریسک و شاخص تنوع با استفاده از ژنتیک چندهدفه (MOGA)

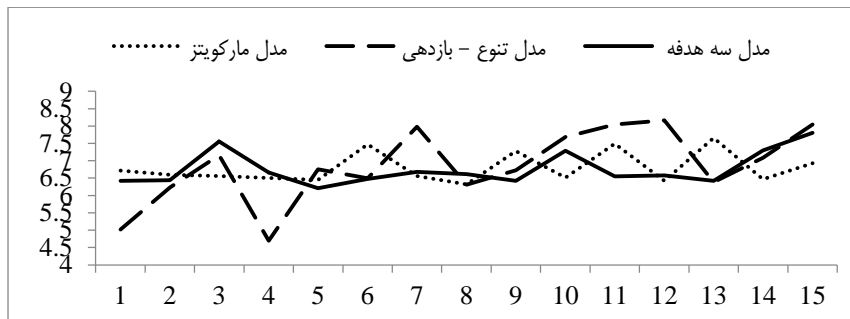
با توجه به اینکه الگوریتم بالا فقط مجموعه جواب‌های پارتو ارائه می‌دهد، به منظور یافتن نقطه کارآمد (جوابی که نزدیک‌ترین جواب به جواب ایده‌آل است) از روش معیار جامع استفاده شده است؛ زیرا نیاز به اطلاعات اضافی از تصمیم‌گیرنده ندارد

جواب‌های حاصل از اجرای مدل‌ها با به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک و روش معیار جامع نشان‌دهنده نسبتی از بودجه است که در سهام هر شرکت باید سرمایه‌گذاری شود. برای مثال، مطابق جدول ۶، سرمایه‌گذار در خصوص متغیر  $X_9$  (شرکت تراکتورسازی) با استفاده از مدل مارکوویتز، ۶/۶۷ درصد و با استفاده از مدل دوهدفه تنوع - بازدهی، ۳/۱۱ درصد و با استفاده از مدل سه‌هدفه بازدهی - تنوع - ریسک غیرسیستماتیک؛ ۷/۰۷ درصد از کل سرمایه خود را به آن تخصیص خواهد داد. در این جدول میزان بازدهی، شاخص تنوع استرلینگ و میزان ریسک غیر سیستماتیک سبد سرمایه‌گذاری در هر یک از مدل‌ها محاسبه شده است.

جدول ۶: جواب حاصل از اجرا مدل‌ها با الگوریتم ژنتیک (برای مثال، سهم شرکت تراکتورسازی در سبد سرمایه‌گذاری)

مدل سه هدفه با روش معیار جامع	مدل تنوع - بازدهی	مدل مارکویتز	متغیر تصمیم %
x(...)	...	...	x(...)
۷/۰۷۳۸	۳/۱۱۷۴	۶/۶۷۴۶	x(9)
x(...)	...	...	x(...)
۱۰/۵۲۶۶	۱۰/۹۶۹۴	۱۰/۳۵۰۹	بازدهی
۶۹۸۷/۰۴۷۸	۷۷۸۰/۷۳۵۳	۷۱۶۸/۳۲۲۷	شاخص تنوع
۹۶۷/۵۰۷۳	۷۶۳/۷۶۸۶	۹۳۶/۱۱۵۵	ریسک غیر سیستماتیک

اعتبارسنجی مدل. به منظور اعتبار سنجی، مدل ۱۵ بار با اندازه جمعیت مختلف اجرا شد که شکل ۳، نشان‌دهنده متوسط بازدهی سبد سهام حاصل از حل مدل‌ها است.



شکل ۳. نمودار متوسط بازدهی سبد سهام، در تکرارهای مختلف

از آنجاکه مقدار بازدهی مطلوب در مصاحبه با کارشناسان برای سرمایه‌گذار به صورت بازه‌ای بین ۶ تا ۸/۵ تعریف شده است، مطابق شکل ۳، مشاهده می‌شود که فقط در مدل تنوع - بازدهی دو بار متوسط بازدهی پایین‌تر از حد مطلوب به دست آمده است و در سایر مدل‌ها متوسط بازدهی سبد سهام بالاتر از حد مطلوب است؛ بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با مدل‌های طراحی شده می‌توان سبدهای سهام مناسب انتخاب کرد.

مطابق جدول ۷، معیارهای موردسنجش انتخاب سبد سرمایه‌گذاری سه مدل بالا مقایسه شده است. در این جدول نرخ بازده بدون ریسک برای محاسبه نسبت شارپ، ۱۵/۵ درصد (متوسط نرخ بازده اوراق تجاری) در نظر گرفته شده است.

جدول ۷. مقایسه جواب مدل‌های مختلف انتخاب سبد سرمایه‌گذاری

معیار	مدل مارکوویتز	مدل تنوع - بازدهی	مدل سه هدفه (تنوع-بازدهی - ریسک غیر سیستماتیک)
متوسط بازده سبد سهام	۷/۶۵۸۷	۸/۱۶۱۵	۷/۸۰۸
ریسک غیر سیستماتیک	۹۳۶/۱۱۵۵	۷۶۳/۷۶۸۶	۹۶۷/۵۰۷۳
معیار ترینر	۱/۸۷۶۸	۲/۳۵۲	۱/۹۱۷۵
معیار شارپ	۰/۲۵۲	۰/۲۹۶۳	۰/۲۵۴۵
شاخص تنوع استرلینگ	۷۱۶۸/۳۲۲۷	۷۷۸۰/۷۳۵۳	۶۹۸۷/۰۴۷۸

مطابق جدول ۸، معیارهای مرتبط با سبد سهام در جایی که شاخص تنوع استرلینگ بیشترین مقدار را دارد با روش‌های مختلف محاسبه شده و مورد محابه قرار گرفته است.

جدول ۸. مقایسه معیارهای مرتبط مدل ماکزیمم سازی شاخص تنوع در سه روش

معیار	نرم‌افزار لینگو	الگوریتم ژنتیک چندهدفه (MOGA)	الگوریتم ژنتیک با معیار جامع
بیشترین میزان شاخص تنوع استرلینگ	۷۸۶۸	۶۰۶۹	۷۸۰۸/۸۴۸
تعداد سهام در سبد	۱۱	۳۴	۱۹
بازده سبد سهام	۸/۸۸	۶/۵۰۰۸	۸/۶۰۷
ریسک غیر سیستماتیک	۶۴۶/۴۶	۳۹۲/۶۱۲۹	۶۵۶/۳۰۰۲
معیار ترینر	۲/۱۹۲۱	۱/۹۵۷۶	۱/۹۱۶۹
معیار شارپ	۰/۲۵۱	۰/۲۲۳۶	۰/۲۴۷۳
ضریب تعیین	۰/۲۶	۰/۲۵۹	۰/۲۳۰۳

### ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

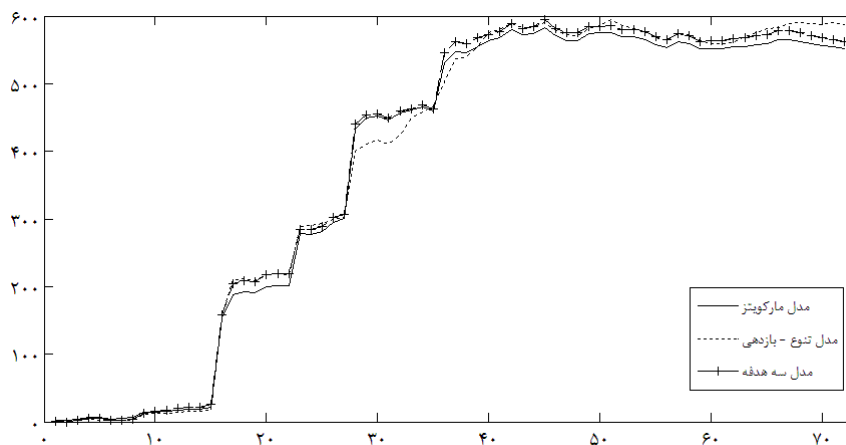
در این پژوهش با معرفی شاخص تنوع استرلینگ به‌عنوان یک معیار تنوع سبد سهام، بر اساس داده‌های ۵۰ شرکت فعال برتر در بازه ۷۲ ماهه منتهی به اسفند ۹۳ در «بورس اوراق بهادار تهران»، انتخاب سبد سهام مدل‌سازی شد؛ سپس سه مدل دوهدفه ریسک - بازدهی مارکوویتز و دوهدفه تنوع - بازدهی و سه‌هدفه تنوع - ریسک - بازدهی با استفاده از روش معیار جامع آزمون شد و با مدل‌های ژنتیک چندهدفه و لینگو مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج اجرای مدل‌ها نشان می‌دهد که مطابق مدل مارکوویتز پیامد افزایش بازدهی، افزایش ریسک است؛ همچنین با افزایش شاخص تنوع استرلینگ، بازدهی افزایش می‌یابد. به‌عبارت‌دیگر با بیشینه‌سازی شاخص تنوع استرلینگ، بازدهی نیز بیشینه خواهد شد. اطلاعات جدول ۷، نشان می‌دهد در مقایسه با مدل مارکوویتز، مدل تنوع - بازدهی و مدل سه‌هدفه (تنوع - بازدهی -

ریسک)، متوسط بازده سبد سهام بهتری را در طی دوره ۷۲ ماهه موردنظر ارائه می‌دهند. یافته‌های پژوهش نشان می‌دهد که مدل دو هدفه تنوع - بازدهی بیشترین بازدهی را به همراه کمترین ریسک غیرسیستماتیک دارد که در مقایسه با مدل سه‌هدفه علت آن را در بده - بستان بین ریسک و بازدهی می‌توان بیان کرد.

از منظر جدیدبودن و نوآوری، هرچند پژوهش‌های گوناگونی درخصوص بررسی رابطه بین بازده و ریسک در انتخاب سبد سهام صورت گرفته است؛ ولی در زمینه کمی‌سازی شاخص تنوع، در جهت متنوع سازی سبد سهام به‌منظور افزایش بازده و کاهش ریسک، رابطه ریاضی خاصی معرفی نشده است. در این پژوهش کوشیده شد معیار فاصله اقلیدسی به‌عنوان ابزار کمی‌سازی شاخص تنوع معرفی شود.

در پژوهش حاضر ابزار سنجش تنوع برای انتخاب سبد سرمایه‌گذاری، شاخص تنوع استرلینگ معرفی شد که با ترکیب آن با مدل بازدهی - ریسک مارکوویتز مدلی چندهدفه طراحی و با استفاده از یکی از روش‌های بهینه‌سازی مدل‌های چندهدفه به نام «روش معیار جامع» به حل و تجزیه و تحلیل نتایج آن پرداخته شد. مطابق جدول ۸، با توجه به بازدهی موردانتظار برای شرکت‌ها در طی دوره، در جایی که شاخص تنوع استرلینگ بیشترین مقدار را دارد؛ اگرچه مدل الگوریتم ژنتیک چندهدفه تعداد سهام بیشتری در سبد سهام ارائه داده است؛ اما بازدهی به‌مراتب کمتری حاصل شده است؛ همچنین نتایج مدل سه‌هدفه با روش معیار جامع از کاهش ریسک غیرسیستماتیک در مقایسه با مدل مارکوویتز در سطح قابل قبولی از تعداد و میزان تنوع سهام در سبد حکایت دارد. استفاده از مدل ارائه‌شده در این پژوهش علاوه بر اینکه می‌تواند معیاری کمی برای تنوع سبد سهام ارائه دهد، سبد سهام از عملکرد بهتری نسبت به مدل‌های مشابه برخوردار است؛ بنابراین استفاده از این مدل برای انتخاب سبد سهام به شرکت‌های سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاران و سایر افراد درگیر در امر سرمایه‌گذاری پیشنهاد می‌شود.

شکل ۴، بازده تجمعی سبد سهام انتخابی در مدل‌های مختلف در بازه زمانی موردنظر را به‌صورت مقایسه‌ای نشان می‌دهد. نمودارهای این شکل نشان می‌دهند که مدل تنوع - بازدهی و مدل سه‌هدفه، نسبت به مدل مارکوویتز که با استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش معیار جامع حل شده است، بازده بهتری حاصل می‌کنند.



شکل ۴. نمودار بازده تجمعی سید سهام، در مدل‌های مختلف

مدل این پژوهش با قطعی فرض کردن پارامترهای مدل، عدم امکان فروش استقرایی و بدون توجه به هزینه معاملاتی طراحی شده است؛ بنابراین با توجه به محدودیت‌های بالا پیشنهاد می‌شود در پژوهش‌های آتی علاوه بر غیرقطعی در نظر گرفتن پارامترهای مدل، تأثیر فروش استقرایی و هزینه مبادلاتی بر شاخص تنوع مطالعه شود.

## منابع

1. Agarwal, M. (2015). *Developments in Mean-Variance Efficient Portfolio Selection*. Published by Palgrave Macmillan.
2. Akbari, M., Zandieh, M., & Dorri, B. (2012). Scheduling part-time and mixed-skilled workers using genetic algorithm approach, *Journal of Industrial Management Perspective*, 7, 87-102, (In Persian).
3. Aslan, O., Kantar, M.Y. Usta, I. (2015). Genetic Algorithms for Solving Portfolio Allocation Models based on Relative-Entropy, Mean and Variance. *Journal of Scientific Research and Development* 2 (12), 7-12.
4. Carmichael, B., & Koumou, G. B., & Moran, K. (2015). Unifying Portfolio Diversification Measures Using Rao's Quadratic Entropy. *CIRANO (Center for Interuniversity Research and Analysis of Organizations) Working Papers*.
5. Chang, Tun J., & Yang, S. C., & Chang, K. J. (2009). Portfolio optimization Problems in Different Risk Measures Using Genetic Algorithm. *Expert Systems with Applications*, 36 (7), 10529-10537.
6. Diyarbakırlioğlu, E., & Satman, M. H. (2013). The Maximum Diversification Index. *Journal of Asset Management*, 14(6), 400-409.
7. El hachloufi, M., & Guennoun, Z., & Hamza, F. (2012). Stocks Portfolio Optimization Using Classification and Genetic Algorithms. *Applied Mathematical Sciences*, 6, pp. 4673-4684.
8. Eom, C., & Kim, Y. H., & Park, J., & Kaizoji, T. (2015). Effects of the Market Factor on Portfolio Diversification: The Case of Market Crashes. *Investment Analysts Journal*, 44(1), 71-83.
9. Farzi, S., & Shavazi, A. R., & Pandari, A. R. (2013). Using quantum-behaved particle swarm optimization for portfolio selection problem. *International Arab Journal of Information Technology*, 10(2), 111-119.
10. Francis, J. C., Kim, D. (2013). *Modern Portfolio Theory: Foundations, Analysis, and New Developments*. John Wiley & Sons.
11. Garkaz, M., & Abasi, E. & Moghadasi, M. (2010). Selecting and Optimizing the Portfolio Using the Genetic Algorithm Based on Different Definitions of Risk Portfolio, *Journal of Industrial Management*, 5(11), 115-136.
12. Hattingh, j.j. (2004). Portfolio management: The use of alternative investments for the purpose of diversification. Thesis. Rand Afrikaans University, Johannesburg.
13. Jones, C. P. (2008). *Investments: Analysis and management*, translation to Persian by Reza Tehrani, Asgar Noorbakhsh, Negah Danesh, Iran.
14. Kirchner, U., & Zunckel, C. (2011). Measuring Portfolio Diversification, arXiv.org *Quantitative Finance Paper*, No. 1102.4722.
15. Moutameni, A., & Sharifi, S.A. (2012). Propounding a Model for Portfolio Selection in Stock Exchange by Using of MCDM (Case Study: 50 Better Companies), *Journal of Industrial Management Perspective*, 5, 73-89, (In Persian).
16. Oh, K. J., & Kim, T. Y., & Min, S. (2005). Using Genetic Algorithm to Support Portfolio Optimization for Index Fund Management. *Expert Systems with Application*, 28(2), 371-379.
17. Oyenubi, A. (2016). Diversification Measures and the Optimal Number of Stocks in a Portfolio: An Information Theoretic Explanation. *Computational Economics*, 1.

18. Pandari, A.R., & Azar, A., & Shavazi, A.R. (2012). Genetic algorithms for portfolio selection problem with non-linear objectives. *African Journal of Business Management*, 6, 6209-6216.
19. Parque, V., & Mabu, S., & Hirasawa, K., (2009). Global portfolio diversification by genetic relation algorithm. ICROS-SICE International Joint Conference (ICCAS-SICE 2009). 2567-2572.
20. Rahnama, R.F., & Nikoomaram, H., & Toloie, E.A., & Lotfi, H.F., & Bayat, M. (2015). Reviewing the efficiency of portfolio optimization based on a stable model with classical optimization in risk prediction and portfolio returns, *Financial engineering and securities management*, 6(22), 29-60.
21. Ravindran, A. (2009). *Operations Research Methodologies*. CRC Press Taylor & Francis Group.
22. Reily, F.K., & Brown, K.C. 2012. *Investment analysis and portfolio management*. 10th edition. South- Western College Publication
23. Rudin, A. M., & Morgan, S. (2006). A Portfolio Diversification Index. *The Journal of Portfolio Management*, 32(2), 81-89.
24. Shahrabadi, A. & Bashiri, N. (2015). *Investment Management in the Stock Exchange*, Exchange Sharing Publishing. (In Persian).
25. Sharpe, William F., Gordon J. Alexander. 1990. *Investments*. Fourth Edition, Prentice-Hall.
26. Stirling, A. (2006). On the economics and analysis of diversity. *SPRU Electronic Working Paper*, Number 28. University of Sussex.
27. Stirling, A. (2007). A general framework for analysing diversity in science, technology and society. *Journal of the Royal Society Interface*.
28. Taghizadeh, R., & Fazli, S. (2011). Corporate Performance Measurement Method using Grey Relation Analysis and Fuzzy TOPSIS, *Journal of Industrial Management Perspective*, 2, 125-150, (In Persian).
29. Terra, C. (2015), *Principles of International Finance and Open Economy Macroeconomics: Theories, Applications, and Policies*. Elsevier Academic Press.
30. Yibing, C., & Yong, S., & Xianhua W., & Lingling, Z. (2014). How Does Credit Portfolio Diversification Affect Banks' Return and Risk? Evidence from Chinese Listed Commercial Banks. *Technological and Economic Development of Economy*, 20(2), 332-352.