

طراحی رویکردی هیبریدی به منظور پیش‌بینی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده براساس تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی و تکنیک PCA

علی یعقوبی*، مقصود امیری**، اعظم دخت صفی صمغ‌آبادی***

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها یک تکنیک مدیریتی برای ارزیابی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده است. در راستای اهمیت پیش‌بینی عملکرد واحدها، این مقاله به ارائه یک رویکرد هیبریدی براساس تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) و تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) می‌پردازد. از آنجا که از تئوری اعتبار در محدودیت‌های مدل پیشنهادی و از مقدار مورد انتظار در تابع هدف آن در راستای پیش‌بینی کارایی مورد انتظار واحدها استفاده می‌شود، فرآیند حل آن پیچیده است؛ لذا تحت این فرض که ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها به صورت متغیرهای فازی مثلثی مستقل هستند، مدل FSDEA به مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل آن تبدیل می‌شود. پس از محاسبه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه توسط مدل برنامه‌ریزی قطعی تحت سطوح مختلف اطمینان، تکنیک PCA روی نتایج به‌دست‌آمده به منظور حذف نتایج نامطلوب به کار می‌رود و مؤلفه‌های اصلی انتخاب می‌شوند که به عنوان خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده در مدل PCA-FSDEA به منظور پیش‌بینی کارایی دوره مالی آتی واحدها به کار می‌روند. در پایان، رویکرد هیبریدی پیشنهادی روی یک مثال کاربردی به کار می‌رود و نتایج به‌دست‌آمده از آن با نتایج مدل Fuzzy-SBM که توسط چن و همکارانش (۲۰۱۳) ارائه شده مقایسه می‌شود.

کلیدواژه‌ها: کارایی، تحلیل پوششی داده‌های تصادفی؛ تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی؛
برنامه‌ریزی فازی؛ تئوری اعتبار.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۳/۷/۳، تاریخ پذیرش مقاله: ۹۳/۹/۱۸.

* دانشجوی دکتری مهندسی صنایع، دانشگاه پیام نور تهران (نویسنده مسئول).

E-mail: Phd_Yaghoobi@Yahoo.com

** استاد، دانشگاه علامه طباطبائی.

*** استادیار، دانشگاه پیام نور تهران.

۱. مقدمه

ارزیابی و مقایسه عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده مشابه در یک سازمان بخش مهمی از وظایف مدیریت آن سازمان است. تحلیل پوششی داده‌ها^۱ یک ابزار مهم مدیریتی برای ارزیابی و بهبود عملکرد واحدها در هر سازمانی محسوب می‌شود. تحلیل پوششی داده‌ها برای اولین بار توسط چارلز و همکاران^۲ (۱۹۷۸) به‌عنوان یک مدل ریاضی مؤثر در تحقیق در عملیات برای ارزیابی کارایی واحدهای سازمان ارائه شده است [۷]. مزیت اصلی DEA این است که در این روش به آگاهی از روابط اولیه بین ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها و اهمیت آن‌ها نیازی نیست. این تکنیک نواقص مهمی نیز دارد؛ ازجمله ناتوانی در پیش‌بینی کارایی واحدها به‌منظور برنامه‌ریزی برای آینده آن‌ها و نادیده گرفتن انحرافات تصادفی داده‌های ورودی و خروجی، مانند خطاهای اندازه‌گیری و داده‌های نادرست در مدل‌سازی. با در نظر گرفتن این انحرافات تصادفی در مدل DEA، یک واحد کارا ممکن است به واحد ناکارا و یا بالعکس تبدیل شود.

برای رفع این ضعف اساسی DEA، سنگوپتا و همکاران^۳ (۱۹۹۲) مدل‌های تحلیل پوششی داده‌های تصادفی^۴ را مطرح کردند. این محققان برای نخستین بار، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها را با برنامه‌ریزی با محدودیت‌های تصادفی تلفیق کردند و از مدل‌های تصادفی به‌دست‌آمده برای تخمین کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده با استفاده از داده‌های قطعی استفاده نمودند [۲۲]. تحقیقات کوپر و همکاران^۵ (۱۹۹۶ و ۲۰۰۲)، فتی و جکسون^۶ (۲۰۰۱)، هوانگ و لی^۷ (۲۰۰۴)، اصلانی و همکاران (۲۰۰۹) و چن و همکاران^۸ (۲۰۰۹) ازجمله مطالعات صورت‌گرفته در حوزه تحلیل پوششی داده‌های تصادفی به‌شمار می‌روند [۹، ۱۰، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۵، ۹]. در تحقیقات بالا، از داده‌های قطعی و ثابت برای ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده در طول زمان استفاده شده است؛ درحالی‌که معمولاً در دنیای واقعی، با داده‌های فازی مواجه هستیم که از کارشناسان مختلف با ایده‌های مختلف سرچشمه می‌گیرد.

اخیراً تئوری‌های امکان^۹، اعتبار^{۱۰} و متوسط شانس^{۱۱} به‌عنوان مفاهیم نوین فازی در مسائل دنیای واقعی، برای کابردی‌تر کردن نتایج به‌کار رفته‌اند. از مهم‌ترین و جدیدترین مطالعات صورت‌گرفته در ارتباط با کاربرد تئوری‌های فازی مذکور در حوزه تحلیل پوششی داده‌ها تحقیق

1. Data Envelopment Analysis (DEA)

2. Charnes et al.

3. Sengupta et al

4. Stochastic DEA

5. Cooper et al

6. Fethi and Jackson

7. Huang and Li

8. Chen et al.

9. Possibility Theory

10. Credibility Theory

11. Mean Chance

چن و همکاران^۱ (۲۰۱۳) است. آن‌ها در راستای پیش‌بینی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده، مدل تحلیل پوششی داده‌های فازی نوینی به نام Fuzzy-SBM^۲ ارائه کردند که در آن ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت متغیرهای فازی مثلثی لحاظ می‌شوند و با در نظر گرفتن اصل عدم قطعیت در محیط پیش‌بینی از طریق مدیریت متغیرهای کمبود در مدل پیشنهادی، کارایی‌های واحدها بر اساس سطوح مختلف اطمینان پیش‌بینی می‌گردند. در نهایت، آن‌ها با استفاده از مدل پیشنهادی به پیش‌بینی کارایی دوره مالی آتی شعب یک بانک ملی در تایوان و تحلیل ریسک این پیش‌بینی پرداختند [۸]. از دیگر مطالعات نوین در این حوزه می‌توان به تحقیقات دای و همکاران^۳ (۲۰۱۳) و منگ^۴ (۲۰۱۴) اشاره کرد [۱۲، ۱۷]. بر اساس بررسی‌های صورت گرفته، نویسندگان بیشتر در مقالات خود، کارایی فعلی واحدهای تصمیم‌گیرنده در محیط‌های فازی یا تصادفی را ارزیابی کرده‌اند و معمولاً اهمیت نیاز به پیش‌بینی عملکرد واحدها در محیط فازی - تصادفی برای دستیابی به نتایج کاربردی‌تر را نادیده گرفته‌اند. از آنجا که در مسائل مربوط به پیش‌بینی در دنیای واقعی، معمولاً با محیط غیرقطعی به صورت فازی - تصادفی مواجه هستیم، این مقاله به منظور پیش‌بینی کارایی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده برای دوره مالی آتی آن‌ها و کاربردی‌ترسازی نتایج، به ارائه یک رویکرد هیبریدی نوین بر اساس تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی^۵ (FSDEA) و تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی^۶ (PCA) می‌پردازد.

در ادامه مقاله و در بخش دوم، مروری بر مطالعات انجام شده در حوزه رویکرد هیبریدی PCA-DEA انجام خواهد شد. در بخش سوم، ابتدا بعضی از مفاهیم اساسی فازی همچون تئوری اعتبار بیان خواهد شد که در ادامه مقاله در مدل‌سازی رویکرد پیشنهادی به کار می‌رود. سپس، فرم اولیه مدل پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) ارائه می‌شود. در این مدل، ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت متغیرهای فازی مثلثی فرض شده‌اند. در ادامه، تحت این فرض، مدل پیشنهادی به مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل آن تبدیل می‌شود. در نهایت، در این بخش با تلفیق تکنیک PCA و مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل به دست آمده، مدل نهایی رویکرد هیبریدی پیشنهادی (PCA-FSDEA) به منظور پیش‌بینی کارایی دوره مالی آتی واحدهای تصمیم‌گیرنده طراحی و ارائه می‌شود. در راستای تشریح اعتبار و اثربخشی رویکرد هیبریدی پیشنهادی، یک مطالعه موردی کاربردی در بخش چهارم صورت خواهد گرفت و نتایج حاصله با نتایج مدل Fuzzy-SBM و کارایی‌های واقعی واحدهای تصمیم‌گیرنده مقایسه خواهد شد. در بخش پنجم، نتایج تحلیل و بررسی خواهند شد.

-
1. Chen et al
 2. Fuzzy Slack-Based Measure of Efficiency
 3. Dai et al
 4. Meng
 5. Fuzzy Stochastic DEA
 6. Principal Component Analysis

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

به‌طور کلی، PCA یک تکنیک کاهش در ابعاد داده‌ها است. ایده ترکیب متدولوژی‌های DEA و PCA ابتدا توسط هوشیای^۱ (۱۹۹۷) مطرح شد و سپس توسط آدلر و گولانی^۲ (۲۰۰۱)، توسعه یافت [۱، ۳]. جنکینز و آندرسون^۳ (۲۰۰۳) با استفاده از تکنیک‌های DEA و PCA یک رویکرد آماری چندمتغیره را برای انتخاب و حفظ متغیرهایی ارائه کردند که حذفشان در کارایی واحدها بسیار تأثیرگذار است [۱۶]. هادی و همکاران (۲۰۰۵) یک مدل DEA غیرشعاعی با استفاده از PCA برای برخورد با فاکتورهای ورودی و خروجی نامطلوب ارائه کردند [۱۴]. شانموگام و جانسون^۴ (۲۰۰۷) با استفاده از PCA یک تکنیک جدید برای ارزیابی واحدهای تصمیم براساس مدیریت متغیرهای کمکی ارائه کردند [۲۳]. در کنار رویکردهای موجود، پودینووسکی و تاناسولیس^۵ (۲۰۰۷) یک رویکرد پیچیده برای ارزیابی کارایی واحدها ارائه کردند که با افزایش تعداد واحدهای تصمیم‌گیرنده و کاهش متغیرهای ورودی و خروجی از طریق تجمیع آن‌ها با استفاده از تکنیک PCA همراه است [۲۰]. آدلر و یازهمسک^۶ (۲۰۱۰) در مقاله‌ای اثبات کردند که رویکرد هیبریدی PCA-DEA فازی از روشی که جنکینز و همکارش (۲۰۰۳) در مقاله خود ارائه کردند برتر است و به نتایج بهتری برای ارزیابی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده منجر می‌شود؛ به‌ویژه هنگامی که با مجموعه‌های کوچکی از داده‌ها مواجه باشیم. آن‌ها دریافتند که رویکرد PCA-DEA فازی در مقایسه با تکنیک جنکینز هیچگاه به نتایج ضعیف‌تری منجر نمی‌شود [۲].

نیرانجان و همکاران^۷ (۲۰۱۱) در مقاله خود، چهار رویکرد اساسی به‌منظور کاهش ابعاد داده‌ها و کاهش متغیرها در DEA ارائه کردند که عبارت‌اند از: اندازه‌گیری سهم کارایی (ECM^۸)، تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی، آزمون رگرسیون و انتخاب متغیر به‌کمک شبیه‌سازی مونت کارلو. همچنین، آن‌ها در این مقاله مزایای هر یک از این تکنیک‌ها را بیان کردند [۱۸]. احمدوند و همکاران (۲۰۱۱) مدل جدیدی براساس مدل تحلیل پوششی داده‌ها، روش‌های آماری چندمتغیره و تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی به‌منظور حذف ورودی‌ها و خروجی‌های نامطلوب ارائه کردند [۴]. عمرانی و همکاران (۲۰۱۵) یک رویکرد یکپارچه به‌منظور ارزیابی کارایی شرکت‌های توزیع برق با در نظر گرفتن اساس کاهش داده‌ها را معرفی

-
1. Hushiai
 2. Adler and Golany
 3. Jenkins and Anderson
 4. Shanmugam and Johnson
 5. Podinovski and Thanassoulis
 6. Adler and Yazhemsk
 7. Niranjana et al
 8. Efficiency Contribution Measure

کردند. آن‌ها با تلفیق تکنیک‌های تئوری بازی‌ها، تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی و تحلیل پوششی داده‌ها، به استخراج نتایج پرداختند [۱۹].

در تحقیقات بالا، نویسندگان بیشتر PCA با DEA را با هدف کاهش ابعاد داده‌ها و کاهش متغیرهای نامطلوب به منظور ارزیابی کارایی‌های فعلی واحدهای تصمیم‌گیرنده تلفیق کرده‌اند؛ اما در رویکرد هیبریدی پیشنهادی PCA-FSDEA در این مقاله، تکنیک PCA روی نتایج کارایی‌های پیش‌بینی شده اولیه که توسط مدل پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) تحت سطوح مختلف اطمینان حاصل می‌شوند، در راستای کاهش و حذف کارایی‌های نامطلوب، به منظور پیش‌بینی دقیق‌تر کارایی واحدها به کار خواهد رفت.

۳. روش شناسی پژوهش

روش به‌کارگرفته شده در این پژوهش از نظر هدف کاربردی و با توجه به اینکه مبتنی بر مدلسازی ریاضی می‌باشد، از نوع پارادایم اثبات‌گرایی با رویکرد پژوهشی-توصیفی است. **تئوری مجموعه فازی**. تئوری فازی اولین بار توسط زاده^۱ (۱۹۶۵) ارائه شد و سپس توسط محققان بسیاری در زمینه‌های مختلف به کار رفت. میزان اعتبار یک پیشامد فازی با مشخصه $\{\xi \geq r\}$ به‌ازای هر $r \in R$ به صورت زیر تعریف می‌شود [۶]:

$$Cr\{\xi \geq r\} = \frac{1}{2} (1 + \sup_{t \geq r} \mu(t) - \sup_{t < r} \mu(t)) \quad (1)$$

همچنین، ارزش انتظاری متغیر فازی ξ براساس تئوری اعتبار به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$E[\xi] = \int_0^{\infty} Cr\{\xi \geq r\} dr - \int_{-\infty}^0 Cr\{\xi \leq r\} dr \quad (2)$$

همچنین، به‌طور معادل خواهیم داشت:

$$E[\xi] = \frac{1}{2} \int_0^1 (\xi_{\sup}(\alpha) + \xi_{\inf}(\alpha)) d\alpha \quad (3)$$

که در آن:

$$\begin{aligned} \xi_{\sup}(\alpha) &= \sup\{r | Cr\{\xi \geq r\} \geq \alpha\}, & \alpha \in (0,1] \\ \xi_{\inf}(\alpha) &= \inf\{r | Cr\{\xi \leq r\} \geq \alpha\}, & \alpha \in (0,1] \end{aligned} \quad (4)$$

رویکرد تئوری اعتبار در متغیرهای فازی مثلثی. در این بخش، برخی روابط مربوط به اعمال تئوری اعتبار روی متغیرهای فازی مثلثی ایجاد می‌شوند که در مدل‌سازی رویکرد هیبریدی پیشنهادی این مقاله به کار می‌روند.

قضیه ۱: اگر ξ یک متغیر فازی مثلثی به صورت $\xi = (r_1, r_2, r_3)$ باشد، آنگاه به ازای سطح اطمینان α ($0.5 < \alpha \leq 1$)، فرم معادل قطعی محدودیت $Cr\{\xi \geq r\} \geq \alpha$ به صورت زیر خواهد بود:

$$Cr\{\xi \geq r\} \geq \alpha \Leftrightarrow r \leq (2\alpha - 1)r_1 + 2(1 - \alpha)r_2 \quad (5)$$

اثبات: براساس تعریف تئوری اعتبار، توزیع اعتبار متغیر فازی مثلثی ξ برابر خواهد بود با:

$$Cr\{\xi \geq r\} \geq \begin{cases} 1 & \text{if } r < r_1 \\ \frac{2r_2 - r - r_1}{2(r_2 - r_1)} & \text{if } r_1 \leq r < r_2 \\ \frac{r_3 - r}{2(r_3 - r_2)} & \text{if } r_2 \leq r \leq r_3 \\ 0 & \text{if } r > r_3 \end{cases}$$

واضح است که تابع $Cr\{\xi \geq r\}$ به ازای هر مقدار برای r پیوسته است. در این صورت، به ازای $\alpha > 0.5$ محدودیت $Cr\{\xi \geq r\} \geq \alpha$ معادل است با $Cr\{\xi \geq r\} = \{(2r_2 - r - r_1) / 2(r_2 - r_1)\} \geq \alpha$ بنابراین، حالت قطعی معادل محدودیت $Cr\{\xi \geq r\} \geq \alpha$ برابر خواهد بود با:

$$r \leq (2\alpha - 1)r_1 + 2(1 - \alpha)r_2$$

قضیه ۲: اگر ξ یک متغیر فازی مثلثی به صورت $\xi = (r_1, r_2, r_3)$ باشد، آنگاه به ازای سطح اطمینان α ($0.5 < \alpha \leq 1$)، حالت قطعی معادل محدودیت $Cr\{\xi \leq r\} \geq \alpha$ به صورت زیر خواهد بود:

$$Cr\{\xi \leq r\} \geq \alpha \Leftrightarrow r \geq 2(1 - \alpha)r_2 + (2\alpha - 1)r_3 \quad (6)$$

اثبات: اثبات این قضیه مانند اثبات قضیه ۱ است.

قضیه ۳: اگر $X = (x-a, x, x+b)$ و $Y = (y-c, y, y+d)$ متغیرهای فازی مثلثی مستقل باشند، چنانچه a, b, c, d اعداد حقیقی مثبت، $x > a$ و $y > c$ باشند، در این صورت خواهیم داشت:

$$E\left[\frac{Y}{X}\right] = -\frac{c}{2b} - \frac{d}{2a} + \frac{1}{2b}\left(y + \frac{c}{b}x\right)\ln\left(1 + \frac{b}{x}\right) + \frac{1}{2a}\left(y + \frac{d}{a}x\right)\ln\frac{x}{x-a} \quad (V)$$

اثبات: اگر X_α و Y_α به ترتیب بیانگر برش آلفای متغیرهای X و Y باشند، آنگاه خواهیم داشت:

$$X_\alpha = [x - (1-\alpha)a, x + (1-\alpha)b]$$

$$Y_\alpha = [y - (1-\alpha)c, y + (1-\alpha)d]$$

با توجه به پیوسته بودن توزیعات احتمال X و Y ، برش آلفای نسبت این متغیرها به صورت زیر خواهد بود:

$$\left(\frac{Y}{X}\right)_\alpha = \frac{Y_\alpha}{X_\alpha} = \begin{cases} \left[\frac{y - (1-\alpha)c}{x + (1-\alpha)b}, \frac{y + (1-\alpha)d}{x - (1-\alpha)a}\right] & \text{if } \frac{y - (1-\alpha)c}{x + (1-\alpha)b} \leq \frac{y + (1-\alpha)d}{x - (1-\alpha)a} \\ \left[\frac{y + (1-\alpha)d}{x - (1-\alpha)a}, \frac{y - (1-\alpha)c}{x + (1-\alpha)b}\right] & \text{if } \frac{y - (1-\alpha)c}{x + (1-\alpha)b} > \frac{y + (1-\alpha)d}{x - (1-\alpha)a} \end{cases}$$

بنابراین، مطابق با رابطه ۳ خواهیم داشت:

$$E\left[\frac{\eta}{\xi}\right] = \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{y - (1-\alpha)c}{x + (1-\alpha)b} + \frac{y + (1-\alpha)d}{x - (1-\alpha)a}\right) d\alpha = \frac{1}{2} \int_0^1 \left(\frac{y - (1-\alpha)c}{x + (1-\alpha)b} d\alpha\right. \\ \left. + \frac{1}{2} \int_0^1 \frac{y + (1-\alpha)d}{x - (1-\alpha)a} d\alpha = \frac{1}{2} \int_0^1 \left(-\frac{c}{b} - \frac{1}{b^2} \frac{by + cx}{a - (\frac{x}{b} + 1)}\right) d\alpha + \frac{1}{2} \int_0^1 \left(-\frac{d}{a} + \frac{1}{a^2} \frac{ay + dx}{a + (\frac{x}{a} - 1)}\right) d\alpha = -\frac{c}{2b} - \frac{d}{2a} + \frac{1}{2b} \left(y + \frac{c}{b}x\right) \ln\left(1 + \frac{b}{x}\right) + \frac{1}{2a} \left(y + \frac{d}{a}x\right) \ln\frac{x}{x-a}\right.$$

مدل‌سازی مدل هیبریدی پیشنهادی (PCA-FSDEA) تحت محدودیت‌های تصادفی فازی. مدل پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها (CCR) را که توسط چارنر و همکاران (۱۹۷۸) ارائه شد، به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned}
 \text{Max: } Z_0(U, V) &= \frac{U_0^T Y_0}{V_0^T X_0} \\
 \text{st: } \frac{U_j^T Y_j}{V_j^T X_j} &\leq 1 \quad j=1, 2, \dots, n \\
 U_j, V_j &\geq \varepsilon
 \end{aligned} \tag{۸}$$

که در آن، بردارهای X_0 و Y_0 به ترتیب بیانگر بردار ورودی‌ها و خروجی‌ها واحد DMU_0 و بردارهای V_0 و U_0 به ترتیب بیانگر بردار اوزان مربوط به ورودی‌ها و خروجی‌های DMU_0 به صورت زیر باشند. ایده اصلی این مدل یافتن مجموعه اوزان (U_0, V_0) در راستای حداکثر کردن نسبت کارایی $U_0^T Y_0 / V_0^T X_0$ برای DMU_0 است [۷].

گام ۱: ارائه مدل تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA). مدل‌های پایه‌ای تحلیل پوششی داده‌ها همچون مدل CCR از ورودی‌ها و خروجی‌های قطعی برای ارزیابی کارایی واحدها استفاده می‌کنند. در مسائل مربوط به پیش‌بینی در دنیای واقعی، تصمیم‌گیرندگان بیشتر با محیط‌های غیرقطعی مواجه می‌شوند که در آن‌ها، ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت داده‌های فازی وارد مدل می‌شوند؛ بنابراین در این مقاله، ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها به صورت متغیرهای فازی مثلثی در نظر گرفته شده‌اند (با فرض وجود m ورودی و s خروجی برای واحدها) که مقادیر آن‌ها توسط کارشناسان برای دوره مالی آتی سازمان پیش‌بینی و برآورد می‌شوند. به این ترتیب، خواهیم داشت:

$$X_j = \begin{pmatrix} (x_{1j} - a_{1j}, x_{1j}, x_{1j} + b_{1j}) \\ (x_{2j} - a_{2j}, x_{2j}, x_{2j} + b_{2j}) \\ \vdots \\ (x_{mj} - a_{mj}, x_{mj}, x_{mj} + b_{mj}) \end{pmatrix} \quad Y_j = \begin{pmatrix} (y_{1j} - c_{1j}, y_{1j}, y_{1j} + d_{1j}) \\ (y_{2j} - c_{2j}, y_{2j}, y_{2j} + d_{2j}) \\ \vdots \\ (y_{sj} - c_{sj}, y_{sj}, y_{sj} + d_{sj}) \end{pmatrix} \tag{۹}$$

که در آن اعداد حقیقی مثبت و x_{ij} و y_{rj} به ترتیب بیانگر ورودی i ام و خروجی r ام از واحد j ام هستند؛ به طوری که $x_{ij} > a_{ij}$ و $y_{rj} > c_{rj}$ به ازای $i = 1, \dots, m$ ، $r = 1, \dots, s$ و $j = 1, \dots, n$ هستند. برای پیش‌بینی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده، مدل پیشنهادی تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) به صورت مدل ۱۰ است. در این مدل، به دلیل فازی بودن ورودی‌ها و خروجی‌ها و به طور کلی، فازی بودن محیط پیش‌بینی در راستای کاربردی کردن آن، از تئوری اعتبار در محدودیت‌های مدل که از تئوری‌های نوین مجموعه فازی است و

نقش احتمال در محیط‌های تصادفی را بازی می‌کند و همچنین، از مفهوم مقدار مورد انتظار برای تابع هدف در راستای پیش‌بینی و تعیین کارایی مورد انتظار واحدهای تصمیم‌گیرنده استفاده شده است.

$$\begin{aligned} \text{Max: } & Z_0(U, V) = E \left[\frac{U_0^T Y_0}{V_0^T X_0} \right] \\ \text{st: } & Cr \{ U_j^T Y_j - V_j^T X_j \leq 0 \} \geq \alpha_j \quad j=1, \dots, n \\ & U_j, V_j \geq \varepsilon \end{aligned} \quad (10)$$

که در آن α_j بیانگر سطح اطمینان دستیابی به سطح مطلوب کارایی مورد انتظار برای واحد j ام است. در مدل ارائه‌شده، مقدار کارایی واحدها و همچنین، مقادیر بهینه اوزان ورودی‌ها و خروجی‌های آن‌ها به سطح اطمینان α_j وابسته خواهد بود. به‌طور کلی، به‌کارگیری تئوری اعتبار در محدودیت‌ها و تابع امید ریاضی در تابع هدف سبب دشواری محاسبات مدل ۱۰ شده است. بر مبنای این فرض که ورودی‌ها و خروجی‌های مدل پیشنهادی به‌صورت متغیرهای فازی مثلثی هستند، در قسمت بعدی، مدل FSDEA ارائه‌شده براساس تئوری فازی و قضایای تئوری اعتبار که در ابتدای بخش سوم مطرح شد، به مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل آن تبدیل خواهد شد.

گام ۲: فرم برنامه‌ریزی قطعی معادل محدودیت‌های مدل پیشنهادی FSDEA

محدودیت‌های $Cr \{ U_j^T Y_j - V_j^T X_j \leq 0 \} \geq \alpha_j$ در مدل پیشنهادی اولیه دربرگیرنده اعتبار رخداد پیشامدهای فازی تصادفی $U_j^T Y_j - V_j^T X_j \leq 0$ در سطح اطمینان α_j هستند ($j=1, \dots, n$) که به محاسبه آن‌ها درطول فرآیند حل مدل نیاز است. اگر فرض کنیم که بردارهای Y_j و X_j به ترتیب بیانگر بردار ورودی‌ها و خروجی‌ها واحد j ام به‌صورت تعاریف ۹ باشند، در این صورت خواهیم داشت:

$$U_j^T Y_j - V_j^T X_j = \left(\sum_{r=1}^s u_r (y_{rj} - c_{rj}) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij} + b_{ij}), \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij}, \sum_{r=1}^s u_r (y_{rj} + d_{rj}) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij} - a_{ij}) \right)$$

فرم برنامه‌ریزی قطعی معادل محدودیت $Cr \{ U_j^T Y_j - V_j^T X_j \leq 0 \} \geq \alpha_j$ در سطح اطمینان $0.5 < \alpha_j \leq 1$ براساس قضایای ۱ و ۲ به‌صورت $g_j(U, V) \leq 0$ خواهد بود که در آن:

$$g_j(U, V) = 2(1 - \alpha_j) \left(\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} \right) + (2\alpha_j - 1) \left(\sum_{r=1}^s u_r (y_{rj} + d_{rj}) - \sum_{i=1}^m v_i (x_{ij} - a_{ij}) \right) \quad (11)$$

گام ۳: فرم برنامه‌ریزی قطعی معادل تابع هدف مدل پیشنهادی FSDEA. اگر فرض کنیم که بردارهای X_j و Y_j به ترتیب بیانگر بردار ورودی‌ها و خروجی‌ها واحد j ام باشند، در این صورت براساس قضیه ۳، فرم برنامه‌ریزی قطعی تابع هدف مدل پیشنهادی برابر خواهد بود با:

$$Z_0(u, v) = E \left[\frac{U^T Y_0}{V^T X_0} \right] = \quad (12)$$

$$-\frac{c_0}{2b_0} - \frac{d_0}{2a_0} + \frac{1}{2b_0} (y_0 + \frac{c_0}{b_0} x_0) \ln(1 + \frac{b_0}{x_0}) + \frac{1}{2a_0} (y_0 + \frac{d_0}{a_0} x_0) \ln \frac{x_0}{x_0 - a_0}$$

که در آن:

$$\begin{aligned} a_0 &= \sum_{i=1}^m v_i a_{i0} & b_0 &= \sum_{i=1}^m v_i b_{i0} & x_0 &= \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} \\ c_0 &= \sum_{r=1}^s u_r c_{r0} & d_0 &= \sum_{r=1}^s u_r d_{r0} & y_0 &= \sum_{r=1}^s u_r y_{r0} \end{aligned} \quad (13)$$

درنهایت، پس از حصول فرم برنامه‌ریزی قطعی معادل تابع هدف و محدودیت‌ها، مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل مدل پیشنهادی FSDEA با در نظر گرفتن ورودی‌ها و خروجی‌ها به صورت متغیرهای فازی مثلثی به صورت مدل ۱۴ خواهد بود:

$$\text{Max: } Z_0(U, V)$$

$$\text{st: } g_j(U, V) \leq 0 \quad j=1, \dots, n \quad (14)$$

$$U, V \geq \varepsilon$$

که در آن $Z_0(U, V)$ و $g_j(U, V)$ به ترتیب توسط روابط ۱۲ و ۱۱ تعیین می‌شوند. مدل ۱۴ یک مدل غیرخطی با محدودیت‌های خطی است که توسط نرم‌افزارهای بهینه‌سازی استاندارد در حوزه تحقیق در عملیات قابل حل است.

گام ۴: ارائه مدل رویکرد هیبریدی پیشنهادی PCA-FSDEA. تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA) یک تکنیک آماری برای کاهش داده‌ها است. فرض کنید که هدف پیش‌بینی کارایی n واحد تصمیم‌گیرنده مشابه ($j=1, \dots, n$) به ازای m ورودی ($i=1, \dots, m$) و s خروجی ($r=1, \dots, s$) براساس امتیاز کارایی‌های اولیه (e_{ij}) حاصله از مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل مدل پیشنهادی FSDEA است ($l=1, \dots, m \times s = p$). در این مقاله، تکنیک PCA روی نتایج e_{ij}

که تحت سطوح مختلف اطمینان (α_j) حاصل شده‌اند، در راستای کاهش و حذف کارایی‌های نامطلوب با هدف پیش‌بینی دقیق‌تر کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده به کار می‌رود. ماتریس کارایی‌های اولیه به دست آمده e_{ij} از مدل ۱۴ را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$D = [e_{ij}]_{n \times p} \quad (15)$$

مراحل اجرای PCA روی ماتریس کارایی D به صورت زیر است [۲۴]:

۱. با توجه به یکسان نبودن واحدهای اندازه‌گیری e_{ij} ها، تحلیل مؤلفه‌های اصلی روی ماتریس همبستگی انجام می‌شود. در این صورت، ماتریس همبستگی R برابر خواهد بود با:

$$R = [r_{ii}]_{p \times p} \quad (16)$$

با مؤلفه‌های $r_{ii} = s_{ii} / \sqrt{s_{ii} \cdot s_{ii}}$ که در آن $s_{ii} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (e_{ij} - \bar{e}_i)(e_{ij} - \bar{e}_i)$ و

$$s_{ii} = \sum_{j=1}^n (e_{ij} - \bar{e}_i)^2 / n - 1$$

۲. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه نظیرشان از حل معادلات زیر حاصل می‌شوند:

$$|R - \lambda I_p| = 0 \quad (17)$$

که در آن I_p ماتریس همانی $P \times P$ است. مقدار ویژه مرتب‌شده را با $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_p$ و بردار ویژه نرمال‌شده نظیرشان را با k_1, k_2, \dots, k_p نمایش می‌دهیم؛ بنابراین، ماتریس بردارهای ویژه نرمال‌شده به صورت ماتریس K خواهد بود:

$$K = [k_1, k_2, \dots, k_p] \quad (18)$$

۳. مؤلفه‌های بردارهای ویژه ضرایب مؤلفه‌های اصلی PC_1, PC_2, \dots, PC_p را تشکیل می‌دهند. اگر ماتریس شامل مقادیر مؤلفه‌های اصلی با PC نشان داده شود، خواهیم داشت:

$$PC = D \times K = [PC_1, PC_2, \dots, PC_p]_{n \times p} \quad (19)$$

P مؤلفه اصلی که به ترتیب بالا برای P متغیر تعریف می‌شوند دوه‌دو ناهمبسته هستند و مجموع واریانس آن‌ها با مجموع واریانس P متغیر اولیه برابر است.

۴. انتخاب M مؤلفه اصلی با $\lambda_l > 1$ به ازای $l=1, \dots, M$ از میان مؤلفه‌های اصلی ایجاد شده در ماتریس PC [۱۴]. مؤلفه‌های اصلی منتخب به عنوان متغیرها برای مدل DEA در نظر گرفته می‌شوند. همچنین، در مدل‌های DEA باید مقادیر متغیرها مثبت باشند؛ در حالی که مقادیر مؤلفه‌های اصلی می‌توانند منفی شوند. به این ترتیب، برای رفع این مشکل از تبدیل زیر استفاده می‌شود:

$$Z_{lj} = PC_{lj} + Q \quad (20)$$

که در آن $Q = -\min\{PC_{lj}\} + 1$ خواهد بود ($j=1, \dots, n$) [۱۴]. به منظور محاسبه و تعیین مقادیر کارایی‌های پیش‌بینی شده واحدهای تصمیم‌گیرنده مدل نهایی رویکرد هیبریدی پیشنهادی PCA-FSDEA به صورت مدل ۲۱ ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Max } W_0 &= \sum_{l=1}^M f_l Z_{l0} \\ \text{st :} \\ \sum_{l=1}^M f_l Z_{lj} &\leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad j \neq 0 \\ f_l - f_{l+1} &\geq \varepsilon_l \quad l = 1, 2, \dots, p-1 \\ f_l &\geq 0 \quad l = 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad (21)$$

که در آن W_0 بیانگر مقدار کارایی پیش‌بینی شده DMU_0 ، f_l بیانگر وزن خروجی Z_{lj} است و دلیل وجود محدودیت وزنی $f_l - f_{l+1} \geq \varepsilon_l$ آن است که سهم l مین مؤلفه اصلی از پراکندگی کل بیشتر از سهم $l+1$ مین مؤلفه اصلی است.

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

مدیریت یک مؤسسه تجاری به دنبال پیش‌بینی عملکرد ده شرکت نمایندگی (DMU) خود برای دوره مالی آتی (زمستان سال ۹۲)، به منظور برنامه‌ریزی و انجام اقدامات اصلاحی پیشاپیش در راستای افزایش بهره‌وری آنها است.

جدول ۱. ورودی‌های فازی مثلثی پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها برای زمستان سال ۹۳

نمایندگی	ورودی‌ها		
	حقوق کارمندان (X_1)	هزینه عملیاتی (X_2)	هزینه اجاره (X_3)
۱	(۳/۹-۰/۶, ۳/۹, ۳/۹+۰/۶)	(۲/۲-۰/۳, ۲/۲, ۲/۲+۰/۳)	(۷/۹-۰/۱, ۷/۹, ۷/۹+۰/۱)
۲	(۳-۰/۲, ۳, ۳+۰/۲)	(۱/۵-۰/۲, ۱/۵, ۱/۵+۰/۲)	(۷/۲-۰/۱, ۷/۲, ۷/۲+۰/۱)
۳	(۴/۷-۰/۶, ۴/۷, ۴/۷+۰/۶)	(۲/۵-۰/۵, ۲/۵, ۲/۵+۰/۵)	(۲/۹-۰/۱, ۲/۹, ۲/۹+۰/۱)
۴	(۴/۱-۰/۸, ۴/۱, ۴/۱+۰/۸)	(۲/۲-۰/۵, ۲/۲, ۲/۲+۰/۵)	(۸/۹-۰/۱, ۸/۹, ۸/۹+۰/۱)
۵	(۵/۲-۰/۴, ۵/۲, ۵/۲+۰/۴)	(۳/۱-۰/۲, ۳/۱, ۳/۱+۰/۲)	(۹/۸-۰/۱, ۹/۸, ۹/۸+۰/۱)
۶	(۴/۱-۰/۶, ۴/۱, ۴/۱+۰/۶)	(۲/۳-۰/۳, ۲/۳, ۲/۳+۰/۳)	(۸/۲-۰/۲, ۸/۲, ۸/۲+۰/۲)
۷	(۳/۲-۰/۲, ۳/۲, ۳/۲+۰/۲)	(۱/۶-۰/۲, ۱/۶, ۱/۶+۰/۲)	(۷/۵-۰/۱, ۷/۵, ۷/۵+۰/۱)
۸	(۴/۹-۰/۶, ۴/۹, ۴/۹+۰/۶)	(۲/۶-۰/۵, ۲/۶, ۲/۶+۰/۵)	(۹/۵-۰/۳, ۹/۵, ۹/۵+۰/۳)
۹	(۴/۳-۰/۸, ۴/۳, ۴/۳+۰/۸)	(۲/۳-۰/۵, ۲/۳, ۲/۳+۰/۵)	(۹/۲-۰/۵, ۹/۲, ۹/۲+۰/۵)
۱۰	(۵/۳-۰/۴, ۵/۳, ۵/۳+۰/۴)	(۳/۲-۰/۲, ۳/۲, ۳/۲+۰/۲)	(۹/۹-۰/۲, ۹/۹, ۹/۹+۰/۲)

وی سه متغیر ورودی و دو متغیر خروجی را برای این نمایندگی‌ها در نظر گرفته است و مقادیر آن‌ها را برای دوره مالی زمستان ۹۲ به صورت متغیرهای فازی مثلثی توسط نظرات کارشناسان در دوره مالی فعلی (پاییز ۹۲) برآورد کرده است که نتایج به شرح جدول ۱ و ۲ است. ورودی‌ها عبارت‌اند از: حقوق کارمندان (X_1)، هزینه عملیاتی (X_2) و هزینه اجاره (X_3). خروجی‌ها عبارت‌اند از: درآمد ناخالص (Y_1) و سود خالص (Y_2) که همه پارامترها برحسب هزار میلیون ریال هستند.

جدول ۲. خروجی‌های فازی مثلثی پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها برای زمستان سال ۹۳

نمایندگی	خروجی‌ها	
	درآمدهای غیرمستقیم (Y_1)	سود خالص (Y_2)
۱	(۴-۰/۳, ۴, ۴+۰/۳)	(۸/۲-۰/۲, ۸/۲, ۸/۲+۰/۲)
۲	(۳/۲-۰/۲, ۳/۲, ۳/۲+۰/۲)	(۷/۵-۰/۱, ۷/۵, ۷/۵+۰/۱)
۳	(۴/۷-۰/۱, ۴/۷, ۴/۷+۰/۱)	(۹/۵-۰/۳, ۹/۵, ۹/۵+۰/۳)
۴	(۴/۱-۰/۵, ۴/۱, ۴/۱+۰/۵)	(۹/۲-۰/۵, ۹/۲, ۹/۲+۰/۵)
۵	(۵/۲-۰/۴, ۵/۲, ۵/۲+۰/۴)	(۹/۹-۰/۲, ۹/۹, ۹/۹+۰/۲)
۶	(۴/۲-۰/۳, ۴/۲, ۴/۲+۰/۳)	(۸/۵-۰/۲, ۸/۵, ۸/۵+۰/۲)
۷	(۳/۷-۰/۲, ۳/۷, ۳/۷+۰/۲)	(۷/۷-۰/۱, ۷/۷, ۷/۷+۰/۱)
۸	(۴/۶-۰/۱, ۴/۶, ۴/۶+۰/۱)	(۹/۶-۰/۳, ۹/۶, ۹/۶+۰/۳)
۹	(۵/۳-۰/۵, ۵/۳, ۵/۳+۰/۵)	(۹/۵-۰/۱, ۹/۵, ۹/۵+۰/۱)
۱۰	(۵/۸-۰/۴, ۵/۸, ۵/۸+۰/۴)	(۱۰/۵-۰/۲, ۱۰/۵, ۱۰/۵+۰/۲)

جدول ۳. کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه به‌ازای $\alpha = 0.5$ توسط مدل PCA-FSDEA

DMU	کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه	جواب بهینه $(u_1, u_2, v_1, v_2, v_3)$
۱	۰/۹۴۱	(۰/۱۹۵۱, ۰/۰۳۰۲, ۰/۲۵۲۱, ۰/۰۱۹۴, ۰/۵۲۷۲)
۲	۰/۹۸۲	(۰/۳۹۲۹, ۰/۰۸۵۳, ۰/۹۷۲۴, ۰/۱۷۰۸, ۰/۰۱۴۳)
۳	۰/۹۳۹	(۰/۲۲۰۲, ۰/۵۱۲۵, ۰/۴۱۷۳, ۰/۷۱۲۵, ۰/۰۳۷۲)
۴	۰/۹۶۵	(۰/۵۵۵۴, ۰/۸۸۳۴, ۰/۲۲۳۲, ۰/۳۵۳۱, ۰/۰۱۲۵)
۵	۰/۸۷۷	(۰/۳۸۳۸, ۰/۰۶۷۰, ۰/۸۲۶۶, ۰/۰۱۸۷, ۰/۱۶۳۷)
۶	۰/۹۵۱	(۰/۲۵۵۱, ۰/۱۳۰۲, ۰/۱۵۲۱, ۰/۰۱۳۴, ۰/۲۲۵۵)
۷	۰/۹۸۸	(۰/۴۱۲۹, ۰/۱۱۵۳, ۰/۹۷۲۴, ۰/۱۶۰۸, ۰/۰۱۱۲)
۸	۰/۹۰۳	(۰/۲۰۰۱, ۰/۴۸۲۴, ۰/۴۱۷۳, ۰/۸۱۲۶, ۰/۱۳۷۱)
۹	۰/۹۱۳	(۰/۴۵۳۴, ۰/۶۸۵۵, ۰/۲۲۳۲, ۰/۴۵۶۱, ۰/۲۱۶۵)
۱۰	۰/۹۶۹	(۰/۵۸۳۵, ۰/۲۶۸۵, ۰/۸۲۶۶, ۰/۰۱۲۳, ۰/۱۱۲۳)

با استفاده از مدل پیشنهادی ۱۴، مقادیر اولیه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها برای زمستان ۹۲ تحت سطح اطمینان $\alpha = 0.5$ به‌صورت جدول ۳ حاصل شده که محاسبات توسط کامپیوتر شخصی تحت سیستم‌عامل ویندوز ۷ و نرم‌افزار بهینه‌سازی Lingo 11.0 صورت گرفته است. همچنین، مقادیر اولیه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها تحت سطوح مختلف اطمینان، ولی یکسان، برای تمام آن‌ها توسط مدل ۱۴ محاسبه شده که نتایج به‌شرح جدول ۴ است.

جدول ۴. مقادیر اولیه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده به‌ازای سطوح مختلف اطمینان توسط مدل PCA-FSDEA

نمایندگی	$\alpha_1 = ۰/۲$	$\alpha_2 = ۰/۵$	$\alpha_3 = ۰/۸$	$\alpha_4 = ۰/۹$	$\alpha_5 = ۰/۹۵$
۱	۰/۹۶۲	۰/۹۴۱	۰/۸۶۸	۰/۸۴۱	۰/۸۲۳
۲	۰/۹۹۴	۰/۹۸۲	۰/۹۳۲	۰/۹۲۱	۰/۸۹۱
۳	۰/۹۴۶	۰/۹۳۹	۰/۸۵۴	۰/۸۳۴	۰/۸۱۲
۴	۰/۹۷۳	۰/۹۶۵	۰/۸۷۱	۰/۸۴۹	۰/۸۲۷
۵	۰/۹۰۰	۰/۸۷۷	۰/۸۴۴	۰/۸۲۵	۰/۸۰۱
۶	۰/۹۶۷	۰/۹۵۱	۰/۸۵۸	۰/۸۳۱	۰/۸۱۳
۷	۰/۹۹۵	۰/۹۸۸	۰/۹۳۷	۰/۹۱۸	۰/۸۸۸
۸	۰/۹۱۱	۰/۹۰۳	۰/۸۱۸	۰/۸۱۲	۰/۷۸
۹	۰/۹۲۶	۰/۹۱۳	۰/۸۷۴	۰/۸۵۲	۰/۸۳۱
۱۰	۰/۹۷۳	۰/۹۶۹	۰/۹۲۹	۰/۸۹۹	۰/۸۸۵

به‌منظور حذف نتایج نامطلوب کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه حاصله از مدل ۱۴ در جدول ۴، تکنیک PCA روی آن‌ها به‌کار رفت که نتایج در جدول ۵ نمایش داده شده و همان‌طور که می‌بینید، دو مؤلفه اصلی اول که دارای $\lambda > 1$ هستند، انتخاب شدند. این دو مؤلفه اصلی در

ستون‌های دوم و سوم جدول ۵ نمایان هستند که ۹۹/۳ درصد از نتایج جدول ۵ را پوشش داده‌اند.

جدول ۵. مقادیر ویژه و مؤلفه‌های اصلی حاصل از PCA روی نتایج مدل FSDEA در سطوح مختلف اطمینان

مقدار ویژه λ	۳/۴۹۵۳	۱/۴۶۸۷	۰/۰۲۴۱	۰/۰۱۱۸	۰/۰۰۰۱
نسبت (%)	۶۹/۹	۲۹/۴	۰/۵	۰/۲	۰
نسبت تجمعی	۶۹/۹	۹۹/۳	۹۹/۸	۱۰۰	۱۰۰
سطح اطمینان	PC_1	PC_2	PC_3	PC_4	PC_5
$\alpha_1 = ۰/۲$	-۰/۴۳۴	۰/۵۶۳	-۰/۲۵۲	۰/۶۵۲	۰/۰۷۹
$\alpha_2 = ۰/۵$	-۰/۴۳۵	۰/۵۵۳	۰/۲۸۸	-۰/۶۴۶	-۰/۰۷۴
$\alpha_3 = ۰/۸$	-۰/۴۵۷	-۰/۳۳۴	-۰/۵۵۹	-۰/۱۶۱	-۰/۵۸۳
$\alpha_4 = ۰/۹$	-۰/۴۵۲	-۰/۳۶۷	۰/۷۱۳	۰/۳۲۴	-۰/۲۰۳
$\alpha_5 = ۰/۹۵$	-۰/۴۵۷	-۰/۳۵۳	-۰/۱۸۱	-۰/۱۶۳	۰/۷۷۹

پس از تبدیل مؤلفه‌های اصلی منفی به مثبت با استفاده از رابطه ۲۰، نتایج به‌عنوان پارامترهای خروجی به مدل نهایی رویکرد هیبریدی PCA-FSDEA پیشنهادی ۲۱ وارد شد که نتایج کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها برای زمستان سال ۹۲ به‌صورت جدول ۶ حاصل شده است. در این جدول، نمایندگی چهارم کاراترین نمایندگی است، نمایندگی‌های سوم و دهم به‌ترتیب در رتبه‌های دوم و سوم قرار گرفته‌اند و نمایندگی هشتم به‌عنوان ناکاراترین نمایندگی شناخته شده است.

جدول ۶. مقادیر نهایی کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نمایندگی‌ها

نمایندگی	کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نهایی
۱	۰/۷۷۸
۲	۰/۸۴۲
۳	۰/۹۶۵
۴	۰/۹۸۲
۵	۰/۷۶۲
۶	۰/۹۱۲
۷	۰/۸۷۵
۸	۰/۷۳۸
۹	۰/۸۱۲
۱۰	۰/۹۴۷

به‌منظور بررسی اعتبار و صحت کارایی‌های پیش‌بینی‌شده برای نمایندگی‌ها، جدول ۷ دربرگیرنده مقادیر کارایی‌های واقعی نمایندگی‌ها است که در پایان دوره پیش‌بینی توسط مدل

CCR ۸ برمبنای مقادیر واقعی ورودی‌ها و خروجی‌های واحدها به‌دست آمده است. نتایج جدول ۷ نشان می‌دهد که نمایندگی‌های اول، پنجم، هشتم و نهم دارای رتبه‌های مشابه برمبنای کارایی‌های واقعی و پیش‌بینی‌شده هستند. شش نمایندگی (دوم، سوم، چهارم، ششم، هفتم و دهم) براساس کارایی‌های واقعی نیز کارا شناخته شده و در رتبه یکم قرار گرفته‌اند که براساس کارایی‌های پیش‌بینی‌شده نیز به‌ترتیب در رتبه‌های یکم تا ششم قرار گرفته‌اند که نشان‌دهنده برتری قدرت تمایز در رویکرد پیشنهادی است. همچنین، نرخ همبستگی پیرسون بالایی (۰/۸۳۱) بین کارایی‌های واقعی و پیش‌بینی‌شده برای نمایندگی‌ها به‌دست آمده است که در سطر آخر جدول ۷ نمایان شده است و نشان‌دهنده نزدیکی نتایج پیش‌بینی‌شده به مقادیر کارایی‌های واقعی است.

جدول ۷. ورودی‌ها و خروجی‌های واقعی نمایندگی‌ها و مقادیر کارایی واقعی آن‌ها در پایان دوره مالی زمستان ۹۲

نمایندگی	ورودی‌ها			خروجی‌ها		کارایی واقعی	کارایی پیش‌بینی‌شده	رتبه واقعی	رتبه پیش‌بینی‌شده
	حقوق	کارمندان	هزینه عملیاتی	درآمد غیرمستقیم	سود خالص				
۱	۴/۰۱	۲/۱۵	۷/۸۵	۳/۹۵	۸/۱۶	۰/۹۸۶	۰/۷۷۸	۸	۸
۲	۳/۰۲	۱/۵۱	۷/۱۱	۳/۴۱	۷/۴۱	۱	۰/۸۴۲	۱	۹
۳	۴/۶	۲/۳۴	۹/۰۷	۴/۹۱	۹/۵۲	۱	۰/۹۶۵	۱	۲
۴	۴/۱۱	۲/۱۱	۸/۹۱	۴/۵۵	۹/۲۴	۱	۱	۱	۱
۵	۵/۱۲	۳/۰۳	۹/۸۹	۵/۱۹	۱۰/۲	۰/۹۶۷	۰/۷۶۲	۹	۹
۶	۴/۱۲	۲/۲۱	۸/۱۶	۴/۰۱	۸/۶۱	۱	۰/۹۱۲	۱	۴
۷	۳/۱۱	۱/۴۲	۷/۴۱	۳/۷۵	۷/۷۹	۱	۰/۸۷۵	۱	۵
۸	۴/۷۸	۲/۴۸	۹/۵۲	۴/۶۱	۹/۶۸	۰/۹۶۵	۰/۷۳۸	۱۰	۱۰
۹	۴/۱۵	۲/۱۵	۹/۲۴	۵/۳	۹/۳۹	۰/۹۹	۰/۸۱۲	۷	۷
۱	۵/۲۸	۳/۲۲	۱۰/۲	۵/۹۲	۱۰/۶	۱	۰/۹۴۷	۱	۳

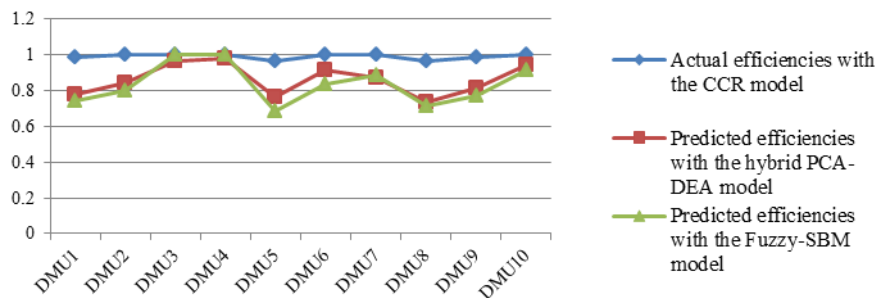
نرخ همبستگی پیرسون بین مقادیر کارایی‌های پیش‌بینی‌شده و واقعی نمایندگی‌ها: ۰/۸۳۱

به‌منظور انجام آزمون دیگر برای اعتبارسنجی دقت کارایی‌های پیش‌بینی‌شده، مقادیر کارایی نمایندگی‌ها با استفاده از مدل مشابه دیگری به‌نام Fuzzy-SBM که توسط چن و همکاران (۲۰۱۳) ارائه شده، پیش‌بینی شد و نتایج آن با نتایج به‌دست‌آمده از رویکرد هیبریدی پیشنهادی PCA-FSDEA مقایسه شد. نتایج در جدول ۸ ارائه شده است.

جدول ۸. مقایسه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده با نتایج مدل Fuzzy-SBM و کارایی‌های واقعی

نماینده	کارایی‌های واقعی توسط مدل CCR	کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد پیشنهادی	کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد Fuzzy-SBM
۱	۰/۹۸۶	۰/۷۷۸	۰/۷۴۶
۲	۱	۰/۸۴۲	۰/۸۰۴
۳	۱	۰/۹۶۵	۱
۴	۱	۰/۹۸۲	۱
۵	۰/۹۶۷	۰/۷۶۲	۰/۶۸۷
۶	۱	۰/۹۱۲	۰/۸۳۶
۷	۱	۰/۸۷۵	۰/۸۸۴
۸	۰/۹۶۵	۰/۷۳۸	۰/۷۱۲
۹	۰/۹۹	۰/۸۱۲	۰/۷۷۵
۱۰	۱	۰/۹۴۷	۰/۹۱۲

شکل ۱ مقایسه نتایج کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد هیبریدی پیشنهادی و مدل Fuzzy-SBM با کارایی‌های واقعی نمایندگی‌ها را نشان می‌دهد. همان‌طور که می‌بینیم، کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد هیبریدی پیشنهادی در مقایسه با مدل Fuzzy-SBM به کارایی‌های واقعی نزدیک‌تر است و دقت بالاتری دارد.



شکل ۱. مقایسه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده توسط رویکرد پیشنهادی و مدل Fuzzy-SBM با کارایی‌های واقعی

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله، رویکرد هیبریدی جدیدی براساس ترکیب تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) تحت محدودیت‌های فازی و تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی (PCA)، با هدف پیش‌بینی کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده برای دوره مالی آینده آن‌ها ارائه شد. به‌طور خلاصه، مدل‌سازی مدل پیشنهادی در این مقاله در گام‌های زیر ارائه شد:

۱. قضایایی درارتباط با اعمال تئوری اعتبار روی متغیرهای فازی مثلثی و توابع آن‌ها ارائه شد. این قضایا به‌منظور ساده‌سازی و کاهش پیچیدگی محدودیت‌های مدل پیشنهادی به‌کار رفتند؛
 ۲. مدل تحلیل پوششی داده‌های تصادفی فازی (FSDEA) جدیدی ارائه شد که در آن از تئوری اعتبار در محدودیت‌ها و از مقدار مورد انتظار در تابع هدف آن در راستای پیش‌بینی کارایی مورد انتظار واحدها استفاده شد. تحت فرض فازی مثلثی بودن ورودی‌ها و خروجی‌های واحدهای تصمیم‌گیرنده، برای کاهش پیچیدگی فرآیند حل، مدل پیشنهادی FSDEA به مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل آن تبدیل شد؛
 ۳. پس از محاسبه کارایی‌های پیش‌بینی‌شده اولیه توسط مدل برنامه‌ریزی قطعی معادل که تحت سطوح مختلف اطمینان به‌دست می‌آیند، تکنیک PCA به‌منظور حذف کارایی‌های نامطلوب حاصله روی آن‌ها به‌کار رفت و مؤلفه‌های اصلی انتخاب شدند. درنهایت، این مؤلفه‌های اصلی به‌عنوان پارامترهای خروجی در مدل نهایی رویکرد PCA-FSDEA به‌منظور پیش‌بینی کارایی‌های واحدها به‌کار رفتند؛
 ۴. در راستای تشریح اعتبار و اثربخشی رویکرد پیشنهادی، از آن برای پیش‌بینی کارایی‌های ده شرکت نمایندگی یک مؤسسه تجاری استفاده شد و نتایج به‌دست‌آمده از آن از یک سو با کارایی‌های واقعی نمایندگی‌ها که در پایان دوره پیش‌بینی توسط مدل پایه‌ای CCR حاصل شدند و از سوی دیگر با نتایج حاصل از مدل مشابه دیگری به‌نام مدل Fuzzy-SBM که توسط چن و همکارانش (۲۰۱۳) ارائه شده، مقایسه شد. نتایج نشان‌دهنده برتری دقت پیش‌بینی رویکرد هیبریدی پیشنهادی است.
- پیشنهاد می‌شود که به‌منظور توسعه رویکرد پیشنهادی، با اعمال فرض فازی دوزنقه‌ای بودن برای متغیرهای ورودی و خروجی و نیز استفاده از تئوری متوسط شانس در محدودیت‌های مدل پیشنهادی، به پیش‌بینی عملکرد واحدهای تصمیم‌گیرنده با ویژگی‌های محیطی متفاوت پرداخته شود.

منابع

1. Adler, N., & Golany, B. (2001). Evaluation of Deregulated airline networks using data envelopment analysis combined with principal component analysis. *European Journal of Operational Research*, 132(2), 18-31.
2. Adler, N., & Yazhensk, E. (2010). Improving Discrimination in Data Envelopment Analysis: PCA-DEA or Variable Reduction. *European Journal of Operational Research*, 202(1), 273-284.
3. Adler, N., & Golany, B. (2002). Including principal component weights to improve discrimination in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research Society*, 53, 985-991.
4. Ahmadvand, A., Abtahy, Z., & Bashiri, M. (2011). Considering undesirable variables in PCA-DEA method: A case of road safety evaluation in Iran. *Journal of Industrial Engineering*, 7(15), 43-50.
5. Aslani, G., Momeni-Masuleh, S.H., Malek, A., & Ghorbani, F. (2004). Bank Efficiency Evaluation using a Neural Network-DEA Method. *Iranian Journal of Mathematical Sciences and Informatics*, 4, 33-48.
6. Azadi, M. Jafarian, M., & Farzipoor, R. (2014). A new fuzzy DEA model for evaluation of efficiency and effectiveness of suppliers in sustainable supply chain management context. *Computer & Industrial Engineering*, 70, 1801-1815.
7. Charnes, A., Cooper, W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 6, 429-444.
8. Chen, Y., Chiu, Y., Huang, C., & Tu, C. (2013). The analysis of bank performance and market risk-applying Fuzzy Data Envelopment Analysis. *Economic Modeling*, 32, 225-232.
9. Chen, Y.W., Larbani, M., & Chang, Y.P. (2009). Multiobjective data envelopment analysis. *Journal of the Operational Research Society*, 60, 1556-1566.
10. Cooper, W., Huang, Z.M., & Li, S.X. (1996). Satisfying DEA models under chance constraints. *Annals of operation research*, 66, 279-296.
11. Cooper, WW., Deng, H., Huang Z., & Li, SX. (2002). Chance constrained programming approach to technical efficiencies. *Journal of Operational Research Society*, 53, 1347-1354.
12. Dai, X., Liu, Y., & Qin, R. (2013). Modeling Fuzzy DEA with Expectation Criterion. *Journal of the Operational Research Society*, 60, 1576-1586.
13. Fethi, M., Jackson, P., & Jones, W. (2001). European airlines: A stochastic DEA study of efficiency with market liberalization. *European workshop of efficiency and productivity analysis*.
14. Hadi, A., Vencheh, R., & Kazemi, M. (2005). Undesirable factors in efficiency measurement. *Applied Mathematics and Computation*, 163, 547-552.
15. Huang, ZM., & Li, SX. (2004). Chance Constrained Programming and Stochastic DEA Models. *Proceeding of the Decision Sciences Institute*, 447-449.
16. Jenkins, L., & Anderson, M. (2003). A multivariate statistical approach to reducing the number of variables in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 147, 51-61.
17. Meng, M. (2014). A hybrid Particle Swarm Optimization Algorithm for Satisficing Data Envelopment Analysis under fuzzy Chance Constraints. *Expert System with Applications*, 41, 2074-2082.

18. Niranjan, R., Nataraja, L., & Andrew, J. (2011). Guidelines for using variable selection techniques in DEA. *European Journal of Operational Research*, 215, 662-669.
19. Omrani, H.I., Gharizadeh Beiragh, R., & Shafiei Kaleibari, S. (2015). Performance assessment of Iranian electricity distribution companies by an integrated cooperative game data envelopment analysis and PCA approach. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 64, 617-625.
20. Podinovski, V., & Thanassoulis, E. (2007). Improving discrimination in Data Envelopment Analysis. *Journal of Productivity Analysis*, 28, 117-126.
21. Razavi, S.H., Amoozad, H., & Zavadskas, E.K. (2013). A Fuzzy Data Envelopment Analysis Approach based on Parametric Programming. *International Journal of Computer Computation*, 8(4), 594-607.
22. Sengupta, J., (1992). A fuzzy systems approach in data envelopment analysis. *Computational Mathematic*, 24, 259- 266.
23. Shanmugam, R., & Johnson, Ch. (2007), At a crossroad of data envelopment and principal component analyses. *Omega*, 35(4), 351-364.
24. Zhu, J. (1998). Data Envelopment Analysis vs principal component analysis: an illustrative study of economic. Performance of Chinese cities. *European Journal of Operational Research*, 111(1), 50-61.