Industrial Management Perspective

Print ISSN: 2251-9874, Online ISSN: 2645-4165
Volume 10, Serial Number 40, Winter 2021, Pages 193-225 (Original Article)
DOI: 10.52547/JIMP.10.4.193

Robust Optimization of Multi-product and Multi-class Lot-sizing and Supplier Selection with Uncertain Demand

Ghasem Mokhtari*, Fatemeh Bakhtiari**

Abstract

In this study, a multi-product and multi-period lot-sizing and supplier selection problem has been considered. The demand of products is multi-class and uncertain. Due to the interchangeability of products, it is possible to satisfy some part of their demand with the alternatives. In the case of an inventory shortage, a specific part of the shortage will be lost sales and the remainder will be backorder. Suppliers can have an all-units quantity discount policy. For confronting uncertain demand, possible modes are defined as scenarios and the robust optimization approach proposed by Mulvey et al. is applied. The objective function of the problem, which is to be minimized, is made up of the total cost of purchasing, transportation, inventory, demand substitution, lost sales, and backorder. The upper and lower bounds for the number of suppliers per product family are defined as a constraint for the implementation of management policies for supplier selection. Dynamic and multi-class demand in a multi-period horizon, together with allowed backlog and lost sales, are features that, to the best of our knowledge, are not yet considered by other researchers. There are many supply chains that have sold the products and should supply required spare parts. The results of this research help attain optimal ordering of the parts. The performance of the model is examined with a numerical example.

Keywords: Lot Sizing; Supplier Selection; Stochastic Demand; Demand Class; Robust Optimization.

Received: January 4, 2020, Accepted: August 17, 2020

* Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Qom (Corresponding author).
E-mail: g.mokhtari@qom.ac.ir
** MSc, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Qom.

چشم‌انداز مدیریت صنعتی
شاپای چاپی: ۹۸۷۴-۲۲۵۱، شاپای الکترونیکی: ۴۱۶۵-۲۶۴۵
سال دهم، شماره ۴۰، زمستان ۱۳۹۹، ص‌ص ۱۹۳ – ۲۲۵ (**نوع مقاله: پژوهشی**)
DOI: 10.52547/JIMP.10.4.193

بهینه‌سازی استوار انتخاب تأمین‌کننده و تعیین اندازه انباشته چندمحصولی، تحت تقاضای تصادفی و چندکلاسه

قاسم مختاری*، فاطمه بختیاری**

چکیده

در این پژوهش، مسئله انتخاب تأمین‌کننده و تخصیص سفارش چندمحصولی و چنددوره‌ای موردتوجه قرار گرفته است. تقاضای کالاها غیرقطعی و دارای کلاس‌های مختلف است. به دلیل تشابه برخی کالاها، امکان جایگزینی بخشی از تقاضای آن‌ها با یکدیگر وجود دارد. در صورت کمبود موجودی یک کالا و عدم‌تأمین آن از طریق موجودی کالاهای جایگزین، بخشی از کمبود به‌صورت فروش ازدست‌رفته و بخشی به‌صورت پس‌افت درمی‌آید. تأمین‌کنندگان می‌توانند سیاست تخفیف برای تمامی واحدها داشته باشند. برای مواجهه با عدم‌قطعیت تقاضا، حالت‌های ممکن تقاضا به‌صورت سناریوهای احتمالی تعریف شده‌اند و از رویکرد بهینه‌سازی استوار ارائه‌شده توسط مالوی و همکاران (۱۹۹۵)، استفاده شده است. تابع هدف مسئله، حداقل‌سازی مجموع هزینه‌های خرید، حمل‌ونقل، نگهداری، جایگزینی، فروش ازدست‌رفته و پس‌افت است. برای اعمال سیاست‌های مدیریت در زمینه انتخاب تأمین‌کنندگان، حدود بالا و پایین برای تعداد تأمین‌کنندگان هر گروه کالا به‌صورت محدودیت تعریف شده است. پویابودن تقاضا در یک افق چنددوره‌ای، ترکیب فروش ازدست‌رفته و پس‌افت و چندکلاسه‌بودن تقاضا، مسئله‌ای ایجاد می‌کند که تاکنون مدلی برای آن ارائه نشده است. زنجیره‌های تأمین بسیاری وجود دارد که محصولاتی را به بازار عرضه کرده‌اند و باید قطعات یدکی مورد نیاز آن‌ها را تأمین کنند. نتایج این پژوهش به تصمیم‌گیری بهینه درباره سفارش‌دهی قطعات در این شرکت‌ها کمک می‌کند.

کلیدواژه‌ها: تعیین اندازه انباشته؛ انتخاب تأمین‌کننده؛ تقاضای غیرقطعی؛ کلاس تقاضا؛ بهینه‌سازی استوار.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۱۰/۱۴، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۵/۲۷.

* استادیار، دانشگاه قم (نویسنده مسئول).
E-mail: g.mokhtari@qom.ac.ir

** کارشناسی ارشد، دانشگاه قم.

۱. مقدمه

مسئله تعیین اندازه انباشته چنددوره‌ای[1] در ساده‌ترین حالت چنین تعریف می‌شود که تقاضای یک محصول در یک افق چنددوره‌ای داده شده است. مقدار سفارش محصول در هر دوره باید به‌گونه‌ای مشخص شود که کل تقاضاها پاسخ داده شوند و مجموع هزینه‌های سفارش و نگهداری موجودی حداقل ممکن باشد [۳۴]. این مدل دارای مفروضات بسیاری است و پژوهشگران برای توسعه کاربردهای مدل، آن‌ها را به چالش کشیده‌اند [۴، ۷، ۱۷]. یکی از توسعه‌ها، مجازشمردن کمبود موجودی در قالب فروش ازدست‌رفته یا سفارش‌های پس‌افت یا ترکیبی از آن‌ها است. در این حالت، هزینه‌های کمبود نیز به تابع هدف افزوده خواهد شد.

در اغلب مدل‌های موجودی، تقاضا به‌صورت همگن در نظر گرفته می‌شود؛ درحالی‌که امروزه مشتریان به گروه‌های مختلف طبقه‌بندی می‌شوند و ارزش‌های متفاوتی برای شرکت‌ها ایجاد می‌کنند. وقتی تقاضاها همگن نباشند، آن‌ها را در قالب چند کلاس طبقه‌بندی می‌کنند. معمولاً هر کلاس دارای پیش‌بینی تقاضا و پارامترهای هزینه و درآمد خاص خود است. وقتی چند کلاس تقاضا وجود دارد، ممکن است سهمیه‌بندی موجودی نیز مطرح شود که به معنای ذخیره موجودی برای مشتری‌های با اولویت بالا در مقابل تأخیر یا لغو تحقق تقاضا برای مشتری‌های با اولویت پایین است [۶، ۳۵].

توسعه دیگری که مورد توجه پژوهشگران قرار گرفته است، یکپارچه‌سازی تعیین اندازه انباشته با انتخاب تأمین‌کننده است. انتخاب تأمین‌کننده از تصمیم‌های مهم مدیریت لجستیک محسوب می‌شود. افزایش تعداد تأمین‌کنندگان به افزایش هزینه‌های حمل‌ونقل و سفارش‌دهی منجر می‌شود. امروزه تأمین‌کنندگان سعی می‌کنند با اعمال تخفیف در ازای خرید بیشتر، توان رقابتی خود را افزایش دهند. خریداران باید برای تصمیم‌گیری در مورد مقدار خرید، بین منافع هزینه سفارش و قیمت خرید کمتر در برابر هزینه‌های نگهداری بیشتر تعادل برقرار کنند که این موضوع تصمیم‌گیری را پیچیده‌تر می‌کند [۱۸].

جایگزینی محصول نیز از موضوع‌هایی است که در مبانی نظری موضوع به آن اشاره‌های زیادی شده است و در زمانی مورداستفاده قرار می‌گیرد که بخشی از کالاها می‌توانند جایگزین یکدیگر باشند. در دنیای واقعی ممکن است یک محصول با توجه به قیمت کمتر یا کمبود محصول موردتقاضا، جایگزین دیگری شود و از هزینه‌های کمبود وارده به شرکت جلوگیری کند.

مفروضات این پژوهش بر اساس مطالعات انجام‌شده در یک شرکت فروشنده قطعات یدکی، تعریف شده‌اند. برای برخی از مواد و قطعات، چندین منبع تأمین وجود دارد که سیاست تخفیف برای تمامی واحدها را ارائه می کنند. دو نوع کلاس تقاضا وجود دارد: قطعات موردنیاز برای

1. Multi-period lot-sizing

نگهداری و تعمیرات محصولات مشمول گارانتی و قطعات موردنیاز برای نگهداری و تعمیرات محصولاتی که دوره گارانتی آن‌ها پایان یافته است. با توجه به وجود برندهای مختلف از برخی قطعات، امکان جایگزینی بخشی از تقاضای آن‌ها با یکدیگر وجود دارد. بخشی از کمبود یک کالا می‌تواند با کالای جایگزین تأمین شود که نسبت آن به کلاس تقاضا بستگی دارد؛ همچنین بخشی از کمبود یک کالا به‌صورت پس‌افت و مابقی، فروش‌ازدست رفته خواهد بود که این نسبت نیز به کلاس تقاضا وابسته است.

تقاضای محصولات غیرقطعی است. سه رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی، نظریه فازی و بهینه‌سازی استوار برای مواجهه با عدم‌قطعیت داده‌ها به‌کار رفته‌اند. برای انتخاب رویکرد مناسب باید به نوع عدم‌قطعیت موجود در داده‌ها و ترجیحات تصمیم‌گیر توجه کرد. ترجیح تصمیم‌گیران این است که مدل بتواند جواب بهینه‌ای ارائه کند که نسبت به تغییرات ممکن در داده‌های تقاضا، نزدیک بهینه و تقریباً موجه باقی بماند. رویکرد برنامه‌ریزی تصادفی با اعمال محدودیت شانسی تلاش می‌کند تا احتمال نقض محدودیت‌ها را مدیریت کند؛ اما نمی‌تواند مبادله[1] بین بهینه‌بودن و موجه‌بودن را لحاظ کند. در این پژوهش از رویکرد استوار ارائه‌شده توسط مالوی[2] و همکاران (۱۹۹۵)، استفاده شده است [۲۳]. در این رویکرد، تابع هدف دارای سه بخش است: امید ریاضی تابع هدف اصلی، تغییرپذیری تابع هدف نسبت به امید ریاضی و جریمه نقض‌شدن محدودیت‌ها. با قرارگرفتن مجموع وزنی این عبارت‌ها در تابع هدف می‌توان مبادله بین موجه‌بودن و نزدیک بهینه‌بودن را لحاظ کرد.

پرسش اصلی پژوهش این است که در یک افق چنددوره‌ای با وجود هم‌زمان فروش ازدست‌رفته و پس‌افت و چندکلاسه‌بودن تقاضا، چگونه می‌توان مقدار خرید هر محصول در هر دوره از هر تأمین‌کننده را به‌گونه‌ای مشخص کرد که هزینه‌های سفارش، خرید، حمل‌ونقل، نگهداری، کمبود و جایگزینی محصول، حداقل ممکن باشند؟ سؤال دوم این است که چگونه می‌توان سیاست‌های مدیریت در زمینه انتخاب تأمین‌کنندگان برای گروه‌های محصولات را در تصمیم‌گیری اعمال کرد؟

پویابودن تقاضا[3] در یک افق چنددوره‌ای، ترکیب فروش ازدست‌رفته و پس‌افت و چندکلاسه‌بودن تقاضا مسئله‌ای ایجاد می‌کند که تاکنون مدلی برای آن ارائه نشده است. امکان جایگزینی تقاضای قطعات، غیرخطی‌بودن هزینه حمل‌ونقل قطعات خریداری‌شده، انتخاب تأمین‌کننده و غیرقطعی‌بودن تقاضای قطعات، ویژگی‌های دیگری است که مدل ارائه‌شده در این پژوهش را با سایر مقاله‌ها متمایزتر می‌کند. برای اعمال سیاست‌های مدیریت در زمینه انتخاب

---

1. Trade-off
2. Mulvey
3. dynamic demand

تأمین‌کنندگان هر گروه کالا، حد بالا و پایین تعداد تأمین‌کنندگان در هر گروه کالا به‌صورت محدودیت وارد می‌شود. زنجیره‌های تأمین بسیاری وجود دارد که محصولاتی را به بازار عرضه کرده‌اند و باید قطعات یدکی مورد نیاز آن‌ها را تأمین کنند. معمولاً منابع متعددی برای تأمین قطعات وجود دارد و تقاضا دارای کلاس‌های مختلف است. نتایج این پژوهش به تصمیم‌گیری بهینه درباره سفارش‌دهی قطعات در این شرکت‌ها کمک می‌کند. برای مثال می‌توان محصولات خودرو، تجهیزات راه‌سازی و معادن و ماشین‌آلات صنعتی را نام برد.

در این پژوهش ابتدا مبانی نظری مسئله انتخاب تأمین‌کننده و تخصیص سفارش بررسی می‌شود. خلاصه‌ای از مرور مبانی نظری در حوزه مسئله تعیین اندازه انباشته و انتخاب تأمین‌کننده در بخش دوم ارائه خواهد شد. پس از مشخص‌شدن مفروضات پژوهش و مرور مبانی نظری، مدل ریاضی با فرض قطعی‌بودن تقاضا ساخته می‌شود. آنگاه عدم‌قطعیت تقاضا به‌صورت سناریوهای احتمالی، تعریف شده و مدل استوار آن با رویکرد ارائه‌شده در پژوهش مالوی[1] و همکاران (۱۹۹۵)، به‌دست می‌آید [۲۳]. تابع هدف مسئله دارای سه بخش است: امید ریاضی هزینه‌ها، قدر مطلق انحراف هزینه‌های هر سناریو از میانگین هزینه‌ها و جریمه نقض محدودیت‌های کنترل. تعریف مسئله و مدل‌های ریاضی قطعی و استوار آن در بخش سوم ارائه خواهد شد. در بخش چهارم، یک مثال عددی تحت چند سناریو طراحی شده و تحلیل یافته‌ها و نتایج حاصل از مثال عددی ارائه می‌شود. بخش آخر نیز به نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی اختصاص دارد.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

از زمان ارائه یک الگوریتم برای حل مسئله تعیین اندازه انباشته قطعی توسط واگنر[2] و ویتین[3] (۱۹۵۸)، پژوهش‌های بسیاری در این حوزه انجام شده است [۳۴]. جانس[4] و دگرای[5] (۲۰۰۸)، بوسکل[6] و همکاران (۲۰۱۰) و آاودنی[7] و همکاران (۲۰۱۹)، مبانی نظری این حوزه را بررسی کرده‌اند [۱۷، ۷ و ۴]. در این بخش مروری بر مطالعات انجام‌شده به تفکیک دو حوزه تقاضای قطعی و غیرقطعی انجام می‌شود.

تقاضای قطعی. مینر[8] (۲۰۰۹)، یک روش فراابتکاری برای مسئله موجودی در یک محیط چندمحصولی با تقاضای پویای قطعی و محدودیت ظرفیت انبار یا بودجه موجودی پیشنهاد داد و

1. Mulvey
2. Wagner
3. Within
4 .Jans
5. Degraeve
6. Buschkühl
7. Aouadni
8. Minner

این روش فراابتکاری را با روش‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط (MIP)[۱] و دو روش فراابتکاری موجود مقایسه کرد [۲۲]. پسندیده و همکاران (۲۰۱۳)، یک مسئله کنترل موجودی چنددوره‌ای و چندمحصولی را با تقاضای تصادفی و محدودیت فضای ذخیره‌سازی با هدف تعیین مقدار بهینه سفارش محصول در دوره‌های مختلف و حداقل‌کردن کل هزینه موجودی، توسعه دادند. آن‌ها گزینه تخفیف‌های مقداری افزایشی و تمامی واحدها را هم در نظر گرفتند [۲۵]. لی[۲] و همکاران(۲۰۱۳)، مسئله تعیین اندازه انباشته را با تخفیف مقداری و هزینه حمل‌ونقل با توسعه یک مدل MIP و الگوریتم ژنتیک تجزیه‌وتحلیل کردند [۱۹]. در دهه‌های اخیر پژوهش‌های بسیاری مدل‌هایی ارائه کرده‌اند که هم‌زمان به تصمیم‌های تعیین اندازه انباشته و انتخاب تأمین‌کننده می‌پردازند. ربیعه و اسماعیلیان (۲۰۱۲)، مسئله انتخاب تأمین‌کننده و تخصیص سفارش را به‌صورت یکپارچه در حالت تقاضای پیوسته و فازی مدل‌سازی کردند و هزینه‌های خرید، حمل‌ونقل (خطی)، نگهداری و سفارش‌دهی را در نظر گرفتند [۲۷].

چوزاری[3] و شانکار[۴] (۲۰۱۴)، یک مدل برنامه‌ریزی خطی چندهدفه را برای تصمیم‌گیری در مورد اندازه انباشته موجودی، انتخاب تأمین‌کننده و انتخاب وسیله نقلیه بررسی کردند [۱۱]. حری و انجم‌شعاع (۲۰۱۶)، انتخاب تأمین‌کننده و تخصیص سفارش را در حالت چندمحصولی، تک‌دوره‌ای و چندهدفه فازی بررسی کردند [۱۵]. تابع هدف هزینه‌ها شامل هزینه خرید، هزینه محصولات مرجوعی، هزینه کنترل و هزینه سفارش است. غنی‌آبادی و مزینانی (۲۰۱۷)، یک مدل MILP[۵] را برای مسئله تعیین اندازه انباشته پویای تک‌محصولی با انتخاب تأمین‌کننده و پس‌افت در حضور تخفیف مقداری افزایشی و تمامی واحدها ارائه دادند [۱۴]. نورمحمدی شالکه و همکاران (۲۰۱۸)، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی چندهدفه طراحی کردند که به‌طور هم‌زمان انتخاب تأمین‌کننده پایدار و تخصیص سفارش را در یک زنجیره تأمین چنددوره‌ای، چندمحصولی و چند تأمین‌کننده بررسی می‌کند. آن‌ها تخفیف‌های مقداری افزایشی و تمامی‌واحدها را نیز در نظر گرفتند [۲۴]. سوتو[۶] و همکاران (۲۰۱۷)، یک مسئله انتخاب تأمین‌کننده و تعیین اندازه انباشته چنددوره‌ای را با کمبود و تخفیف‌های مقداری افزایشی و تمامی واحدها در نظر گرفتند [۳۲]. آل‌فرز[۷] و ترنادی[۸] (۲۰۱۸)، یک مدل MIP را برای مسئله تعیین اندازه انباشته چندمحصولی با چند تأمین‌کننده، چندین دوره زمانی، تخفیف‌های مقداری و کمبودهای از نوع پس‌افت ارائه دادند [۲]. چراغعلی‌پور و فرساد (۲۰۱۸)، یک ابزار تصمیم‌گیری برای حل مسئله

1. Mixed-Integer Programming
2. Lee
3. Choudhary
4. Shankar
5. Mixed-Integer Linear Programming
6. Soto
7. Alfares
8. Turnadi

تخصیص سفارش و انتخاب تأمین‌کننده پایدار در محیط‌های با چند تأمین‌کننده، چند دوره و چند محصول و درنظرگرفتن تخفیف‌های مقداری و ریسک‌های اختلال ارائه کردند [۹]. آزادنیا (۲۰۱۶)، یک مدل چندهدفه ریاضی برای مسئله تعیین اندازه انباشته چندمحصولی و چنددوره‌ای در حوزه انتخاب تأمین‌کننده پایدار ارائه کرد [۵]. چوزاری[1] و شانکار[2] (۲۰۱۳)، یک مدل موجودی تک‌محصولی و چنددوره‌ای را با درنظرگرفتن هزینه حمل‌ونقل توسعه دادندکه مقیاس هزینه حمل‌ونقل، فاصله بین خریدار و تأمین‌کننده است [۱۰]. سامبات[3] و همکاران (۲۰۱۹)، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط برای تعیین اندازه انباشته موجودی و انتخاب تأمین‌کننده با درنظرگرفتن محدودیت فضای ذخیره ارائه کردند [۳۰].

دینگ[4] و همکاران (۲۰۰۷)، یک سیستم با چند کلاس مشتری در نظر گرفتند که هر یک دارای قیمت‌های نرمال و تخفیف، نرخ تقاضا و پاسخ به تخفیف هستند. آن‌ها مسئله خرید و تخصیص موجودی به چندین کلاس از مشتریان را زمانی که برای تقاضای برآورده‌نشده، پس‌افت جزئی مبتنی بر قیمت وجود دارد، بررسی کردند [۱۲]. مشتریان همواره قادر به خرید محصولاتی که ترجیح می‌دهند نیستند. این تقاضای برآورده‌نشده اغلب با یک محصول جایگزین برآورده می‌شود. محصولات قابل‌جایگزین، محصولاتی هستند که در صورت دسترسی‌نداشتن به آن‌ها، محصول جایگزین به مشتری پیشنهاد می‌شود. شین[5] و همکاران (۲۰۱۵)، انواع پژوهش‌های صورت‌گرفته در مورد جایگزینی محصولات را طبقه‌بندی کردند [۳۱]. جبنینی[6] و همکاران (۲۰۱۵)، مسئله زمان‌بندی محصول را با درنظرگرفتن طبقه‌بندی محصول و جایگزینی تقاضا بررسی کردند [۱۳]. آن‌ها یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط پیشنهاد دادند و اعتبار مدل را با بحث در یک مطالعه موردی در صنعت آبجوسازی بررسی کردند.

تقاضای غیرقطعی. لی[7] و تورس‌تن‌سن[8] (۲۰۱۴)، یک مسئله مشترک تعیین اندازه انباشته و قیمت‌گذاری با تقاضای تصادفی و درنظرگرفتن محدودیت‌های ظرفیت و پس‌افت در طول یک افق برنامه‌ریزی چندمرحله‌ای محدود را بررسی کردند و یک الگوریتم فراابتکاری مؤثر چندمرحله‌ای برای حل بهینه ارائه دادند [۲۰]. روسی[9] و همکاران (۲۰۱۲)، سیاست تولید/موجودی چنددوره‌ای با تقاضای تصادفی غیرایستا و زمان تدارک تأمین‌کننده تحت

---

1. Choudhary
2. Shankar
3. Sambatt
4. Ding
5. Shin
6. Gebennini
7. Li
8. Thorstenson
9. Rossi

محدودیت‌های سطح خدمات را نشان دادند. آن‌ها دو الگوریتم ترکیبی برنامه‌ریزی محدودیت و جست‌وجوی محلی را برای محاسبه پارامترهای سیاست نزدیک به بهینه پیشنهاد کردند [۲۹].

ژانگ[1] و ژانگ (۲۰۱۱)، یک مدل MILP برای حل مسئله انتخاب تأمین‌کننده با تقاضای تصادفی ارائه کردند [۴۱]. آن‌ها تأمین‌کنندگان را انتخاب کردند و مقدار سفارش را به تأمین‌کنندگان انتخاب‌شده اختصاص دادند تا هزینه‌های کل را که شامل انتخاب، خرید، نگهداری و کمبود است به حداقل برسانند. آگاروال[2] و سینگ[3] (۲۰۱۵)، مسئله انتخاب تأمین‌کننده چندهدفه را با استفاده از محدودیت شانسی تحت سناریوهای تصادفی مدل کردند. آن‌ها عدم‌اطمینان مربوط به ظرفیت تأمین‌کننده، تقاضای محصول، حمل‌ونقل، هزینه‌های متغیر و توزیع احتمالی زمان تدارک را در نظر گرفتند [۱]. زنجانی و همکاران (۲۰۱۰)، یک مسئله برنامه‌ریزی تولید را با توجه به عدم‌اطمینان در کیفیت مواد خام کارخانه چوب چندمحصولی و چنددوره‌ای پیشنهاد کردند [۴۰]. آن‌ها دو مدل بهینه‌سازی استوار را با اندازه‌گیری متغیرهای مختلف پیشنهاد کردند و توازن بین استواری طرح و مصرف مواد خام و هزینه پس‌افت/ موجودی موردانتظار را بررسی کردند. رحمانی و همکاران (۲۰۱۳)، یک مدل استوار برای برنامه‌ریزی تولید چندمحصولی و چندمرحله‌ای را با توجه به محدودیت ظرفیت در شرایط عدم‌اطمینان به مبانی نظری اضافه کردند [۲۸]. آن‌ها یک مدل دومرحله‌ای را برای فرمول‌بندی مسئله برنامه‌ریزی تولید استوار توسعه دادند و برای تأیید اعتبار مدل، یک کارخانه یخچال و فریزر در ایران را بررسی و تحلیل کردند. وانگ[4] و لی[5] (۲۰۱۹)، مسئله انتخاب تأمین‌کننده چنددوره‌ای و چندمحصولی را با مدیریت موجودی و تخصیص وسایل نقلیه در محیط‌های غیرقطعی بررسی کردند [۳۷]. تاپکیس[6] (۱۹۶۸)، یک مدل موجودی با چند کلاس تقاضا را در نظر گرفت و نشان داد که در یک آستانه وابسته به کلاس، سیاست موجودی پایه بهینه است و سیاست‌های جیره‌بندی بهینه می‌توانند با مجموعه‌ای از محدودیت‌های کنترل مشخص شوند [۳۳]. او یک دوره را به فواصلی تقسیم کرد که ممکن بود طول یکسان نداشته باشند و وجود سطوح جیره‌بندی بهینه را در انتهای هر زیر فاصله ثابت کرد. هانگ[7] و هسیاو[8] (۲۰۱۳)، یک رویکرد جیره‌بندی پویای فراابتکاری برای یک محیط با کلاس‌های تقاضای چندگانه و فرایندهای تقاضای عمومی ارائه دادند [۱۶]. وانگ[9] و تانگ[10] (۲۰۱۴)، یک سیاست جیره‌بندی پویا را برای

1. Zhang
2. Aggarwal
3. Singh
4. Wang
5. Li
6. Topkis
7. Hung
8. Hsiao
9. Wang
10. Tang

یک سیستم موجودی با ترکیبی از پس‌افت و فروش ازدست‌رفته بررسی کردند [۳۶]. آلفی‌اری[1] و همکاران (۲۰۱۷)، دو رویکرد جیره‌بندی پویا را براساس سطوح خدمت و هزینه جریمه متفاوت پیشنهاد دادند. این پژوهشگران از داده‌های واقعی برای آزمایش کارایی تجربی استفاده کردند [۳]. چن[2] و همکاران (۲۰۱۰)، یک سیستم موجودی مرور دوره‌ای را برای موارد پس‌افت بررسی تجزیه و تحلیل کردند و مقدار سفارش و سیاست جیره‌بندی را زمانی که دو کلاس تقاضا وجود دارد، تعیین کردند [۸].

یوزل[3] و همکاران (۲۰۰۹)، یک مسئله خط تولید یک دوره‌ای را در نظر گرفتند و یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ترکیبی را پیشنهاد دادند. آن‌ها طبقه‌بندی محصول و برنامه‌ریزی موجودی را تحت جایگزینی تقاضای مشتق‌شده از مشتری با بررسی اثر سه پارامتر هزینه جایگزینی، هزینه انتخاب تأمین‌کننده و محدودیت فضای انبار تجزیه‌وتحلیل کردند. آن‌ها مدل را سه بار و هر بار با چشم‌پوشی از یکی از فرض‌ها حل کردند و نتیجه گرفتند که درنظرنگرفتن جایگزینی مصرف کننده، انتخاب تأمین‌کننده و محدودیت فضا همه تأثیر زیادی بر کارایی طبقه‌بندی در بخش خرده‌فروشی دارد [۳۹].

خلاصه‌ای از مرور مبانی نظری پژوهش در جدول ۱، ارائه شده است. طبق جدول ۱، فقط دو پژوهش وجود دارد که ترکیب فروش ازدست‌رفته و پس‌افت را با تقاضای چندکلاسه در نظر گرفته‌اند. در پژوهش وانگ و تانگ (۲۰۱۴)، دو کلاس تقاضا وجود دارد که یکی از آن‌ها برای فروش ازدست‌رفته و دیگری برای پس‌افت است [۳۶]. تقاضای محصول به‌صورت تصادفی و ایستا است؛ یعنی تابع توزیع آن در طول زمان ثابت است. در پژوهش دینگ[4] و همکاران (۲۰۰۷)، نیز تقاضا به‌صورت قطعی و ایستا است [۱۲]؛ بنابراین تاکنون برای مسئله تعیین اندازه انباشته با پویابودن تقاضا[5] در یک افق چنددوره‌ای، ترکیب فروش ازدست‌رفته و پس‌افت و چند-کلاسه‌بودن تقاضا مدلی دیده نشده است. چندمحصولی‌بودن و امکان جایگزینی تقاضای قطعات، غیرخطی‌بودن هزینه حمل‌ونقل قطعات خریداری‌شده و وابستگی آن به وزن محموله، انتخاب تأمین‌کننده و غیرقطعی‌بودن تقاضای قطعات، ویژگی‌های دیگری است که مدل ارائه‌شده در این پژوهش را از سایر پژوهش‌ها متمایزتر می‌کند.

1. Alfieri
2. Chen
3. Yücel
4. Ding
5. Dynamic Demand

جدول ۱. خلاصه مرور مبانی نظری

پژوهشگران	فضای مسئله				محصول		دوره		کمبود	
	تعیین اندازه انباشته	انتخاب تأمین‌کننده	محدودیت ظرفیت	هزینه حمل‌ونقل	تک	چند	تک	چند	پس‌افت	فروش ازدست‌رفته
Koo et al. (2011)	✓		✓			✓	✓			
Minner (2009)	✓		✓			✓		✓		
Pasandideh et al. (2013)	✓		✓			✓		✓		
Lee et al. (2013)	✓			✓	✓			✓		
Su & Wong (2008)	✓				✓			✓		
Tarim et al. (2011)	✓		✓		✓			✓		
Li & Thorstenson (2014)	✓		✓		✓			✓	✓	
Rossi et al. (2012)	✓		✓		✓			✓	✓	
Ghaniabadi & Mazinani (2017)	✓	✓			✓			✓	✓	
Choudhary & Shankar (2013)	✓	✓		✓	✓			✓	✓	
Sambatt et al. (2019)	✓	✓	✓			✓		✓		
Choudhary & Shankar (2014)	✓	✓	✓	✓	✓			✓	✓	
Nourmohamadi Shalke et al. (2018)	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	
Soto et al. (2017)	✓	✓		✓	✓			✓	✓	
Alfares & Turnadi (2018)	✓	✓		✓		✓		✓	✓	
Cheraghalipour & Farsad (2018)	✓	✓	✓	✓		✓		✓	✓	
Azadnia (2016)	✓	✓		✓		✓		✓		
Zhang & Zhang (2011)	✓	✓			✓		✓		✓	
Aggarwal & Singh (2015)	✓	✓		✓		✓	✓			
Topkis (1968)	✓				✓		✓		✓	
Hung & Hsiao. (2013)	✓				✓			✓	✓	
Wang & Tang (2014)	✓				✓			✓	✓	✓
Alfieri et al. (2017)	✓				✓		✓		✓	
Chen et al. (2010)	✓				✓			✓	✓	
Ding et al. (2007)	✓		✓		✓		✓		✓	✓
Yücel et al. (2009)	✓	✓				✓	✓			✓
Gebennini et al. (2015)						✓		✓		
Zanjani et al. (2010)	✓					✓		✓	✓	
Rahmani et al. (2013)	✓		✓			✓		✓	✓	
Wang & Li (2019)	✓	✓	✓	✓		✓		✓		
This study	✓	✓		✓		✓		✓	✓	✓

جدول ۱. خلاصه مرور مبانی نظری (ادامه)

پژوهشگران	نوع تقاضا: قطعی	نوع تقاضا: غیر قطعی	تخفیف	جایگزینی	کلاس تقاضا	رویکرد مدلسازی عدم‌قطعیت
	✓					
Koo et al. (2011)	✓					
Minner (2009)	✓		✓			
Pasandideh et al. (2013)	✓		✓			
Lee et al. (2013)		✓				
Su & Wong (2008)		✓				Relaxation
Tarim et al. (2011)		✓	✓			Robust(scenario)
Li & Thorstenson (2014)		✓				Robust(scenario)
Rossi et al. (2012)	✓		✓			
Ghaniabadi & Mazinani (2017)	✓		✓			
Choudhary & Shankar (2013)	✓					
Sambatt et al. (2019)	✓		✓			
Choudhary & Shankar (2014)	✓		✓			
Nourmohamadi Shalke et al. (2018)	✓		✓			
Soto et al. (2017)	✓		✓			
Alfares & Turnadi (2018)	✓		✓			
Cheraghalipour & Farsad (2018)	✓		✓			
Azadnia (2016)		✓				
Zhang & Zhang (2011)		✓				Chance
Aggarwal & Singh (2015)		✓			✓	
Topkis (1968)		✓			✓	
Hung & Hsiao. (2013)		✓			✓	
Wang & Tang (2014)		✓			✓	
Alfieri et al. (2017)		✓			✓	
Chen et al. (2010)	✓				✓	
Ding et al. (2007)		✓		✓		
Yücel et al. (2009)	✓			✓		
Gebennini et al. (2015)		✓				Robust (scenario)
Zanjani et al. (2010)		✓				Robust (scenario)
Rahmani et al. (2013)		✓				Robust weighted goal programming
Wang & Li (2019)		✓	✓	✓	✓	Robust (scenario)

۳. روش‌شناسی پژوهش

تعریف مسئله. مفروضات این پژوهش بر اساس مطالعات انجام‌شده در یک شرکت فروشنده تجهیزات تعریف شده است. این شرکت، هزاران دستگاه از تجهیزات متنوع را در بازار ایران به فروش رسانده است. محصولات عرضه‌شده به بازار، نیاز به قطعات یدکی دارند. یکی از واحدهای زیرمجموعه این شرکت، قطعات یدکی و مواد مصرفی موردنیاز مشتریان را از تأمین‌کنندگان خریداری و به بازار عرضه می‌کند. همواره برخی از محصولات شرکت در دوره گارانتی[1] قرار دارند. شرکت تعهد دارد قطعات یدکی مشمول گارانتی این محصولات را به‌صورت رایگان تأمین کند. در صورت وقوع کمبود موجودی برای این نوع از تقاضا هزینه کمبود نسبتاً بالا است و اغلب مشتریان، منتظر تأمین قطعه می‌مانند؛ اما برخی محصولات نیز از دوره گارانتی خارج شده‌اند و تأمین قطعات یدکی مورد نیاز آن‌ها یک کسب‌وکار سودآور است. عدم‌تأمین این نوع از تقاضا، هزینه کمبود کمتری ایجاد می‌کند و معمولاً درصد بالاتری از کمبودها به فروش ازدست‌رفته منجر می‌شوند. همه تقاضاهای پس‌افت شده تا پایان افق برنامه‌ریزی باید برآورده شوند؛ بنابراین تقاضا دارای دو کلاس است: تقاضای قطعات یدکی برای محصولات دارای گارانتی و تقاضا برای قطعات یدکی محصولات بدون گارانتی.

برای بسیاری از قطعات چندین تأمین‌کننده وجود دارد. قیمت فروش برخی از تأمین‌کنندگان به میزان خرید وابسته است. در این پژوهش، سیاست تخفیف برای تمامی واحدها در نظر گرفته شده است. هزینه حمل‌ونقل قطعات از تأمین‌کننده تا انبار شرکت، تابعی کاملاً خطی نیست. کل کالاهای خریداری‌شده از هر تأمین‌کننده در هر دوره به‌صورت یک محموله منتقل می‌شود. هزینه حمل‌ونقل از هر تأمین‌کننده به‌صورت تابع خطی قطعه‌قطعه[2] از وزن محموله در نظر گرفته شده است.

برخی از قطعات یدکی با برندهای مختلفی در بازار وجود دارند. از نظر فنی این قطعات قابل‌جایگزینی هستند؛ بنابراین در صورت نبود یکی از قطعات، بخشی از تقاضای آن توسط قطعه مشابه قابل‌تأمین است. پذیرش جایگزینی قطعات به کلاس تقاضا نیز بستگی دارد. در مورد قطعات دارای گارانتی، چون برای مشتری رایگان هستند، انعطاف بیشتری وجود دارد و امکان جایگزینی قطعات مشابه با یکدیگر بالا است؛ اما در مورد قطعات فاقد گارانتی، تصمیم‌گیرنده اصلی مشتری است و ممکن است نپذیرد. جایگزینی‌ها فقط برای موجودی است و شامل پس‌افت نمی‌شود؛ یعنی اگر قطعه مشابه نیز موجودی نداشته باشد، فروش ازدست‌رفته و پس‌افت برای قطعه اصلی رخ می‌دهد.

---

1. guarantee
2. piece-wise linear function

در این پژوهش برای اعمال سیاست‌های مدیریت در زمینه انتخاب تأمین‌کنندگان، حدود بالا و پایین برای تعداد تأمین‌کنندگان هر گروه کالا به‌صورت محدودیت وارد می‌شود.

مقدار سفارش هر محصول از هر تأمین‌کننده را باید به‌صورت بهینه تعیین کرد تا هزینه موجودی حداقل شود.

سایر مفروضات مسئله عبارت‌اند از:

ـ مدت زمان تأمین قطعات، قطعی و مشخص است؛

ـ سفارش‌های صادره برای هر دوره در ابتدای آن دوره دریافت می‌شوند؛

ـ بخش ثابتی از کمبود هر کالا به‌صورت پس‌افت و مابقی به‌صورت فروش ازدست‌رفته خواهد بود. این نسبت، به کلاس تقاضا نیز بستگی دارد؛

ـ هزینه فروش ازدست‌رفته با مقدار آن، رابطه مستقیم دارد؛

ـ هزینه پس‌افت با مدت آن، رابطه مستقیم دارد.

مدل‌سازی ریاضی. ابتدا نمادهای به‌کار رفته در مدل‌سازی معرفی می‌شوند.

شاخص‌ها

i: محصول $i = 1, 2, ..., I$

j: دوره $j = 1, 2, ..., J$

s: تأمین‌کننده $s = 1, 2, ..., S$

k: نقاط شکست قیمت در سیاست تخفیف تأمین‌کنندگان $k = 1, 2, ..., K$

l: کلاس تقاضا $l = 1, 2$

g: گروه کالا $g = 1, 2, ...G$

v: اندیس محصولات جایگزین

o: نقاط شکست وزن در تابع هزینه حمل‌ونقل $o = 1, 2, ..., O$

پارامترها

M: عدد بسیار بزرگ

S_g: مجموعه کالاهای عضو گروه کالای g

C_i: مجموعه کالاهای قابل‌جایگزین با محصول i

A_s: هزینه ثابت هر بار سفارش به تأمین‌کننده s

a_{ijs}: هزینه هر بار سفارش کالای i در دوره j به تأمین‌کننده s

q_{ijs}^{k}: نقطه شکست قیمت kام محصول i در دوره j از تأمین‌کننده s

P_{ijs}^{k}: هزینه خرید هر واحد کالای i در دوره j از تأمین‌کننده s در نقطه شکست قیمت k

h_i: هزینه نگهداری محصول i برای هر واحد از هر زمان

D_{ij}^{l}: مقدار تقاضای محصول i در دوره j از نوع l (در مدل قطعی)

π_i^l: هزینه پس‌افت هر واحد از محصول i از تقاضای نوع l

$\bar{\pi}_i^l$: هزینه فروش ازدست‌رفته هر واحد از محصول i از تقاضای نوع l

α_{iv}^{l}: هزینه جریمه جایگزینی هر واحد تقاضای نوع lمحصول i با محصول v

b_{jso}: نقطه شکست oام تابع هزینه حمل‌ونقل از تأمین‌کننده s در دوره j (نقاط محور افقی)

fb_{jso}: نقطه شکست oام تابع هزینه حمل‌ونقل از تأمین‌کننده s در دوره j (نقاط محور عمودی)

β_i^l: درصدی از کمبود تقاضای نوع l محصول i که پس‌افت می‌شود (مابقی، فروش ازدست‌رفته خواهد بود)

γ_{iv}^{l}: نسبتی از مشتریان کلاس l که محصول v را به‌جای i می‌پذیرند.

Lq_{ijs}: حد پایین مقدار سفارش

Uq_{ijs}: حد بالای مقدار سفارش

Lb_g: حد پایین تعداد تأمین‌کنندگان گروه کالای g

Ub_g: حد بالای تعداد تأمین‌کنندگان گروه کالای g

H_s تابع هزینه حمل و نقل از تأمین‌کننده s

متغیرهای تصمیم

r_{js}: متغیر صفر و یک است؛ اگر در دوره j از تأمین‌کننده s سفارش داده شود، مقدار ۱ و در غیر این‌صورت مقدار صفر می‌گیرد.

w_{ijs}: متغیر صفر و یک است؛ اگر کالای i در دوره j از تأمین‌کننده s خریداری شود، مقدار ۱ و در غیر این‌صورت مقدار صفر می‌گیرد.

U_{ijs}^{k}: متغیر صفر و یک است؛ اگر محصول i در بازه شکست قیمت k در دوره j از تأمین‌کننده s خریداری شود، مقدار ۱ و در غیر این‌صورت مقدار صفر می‌گیرد.

Q_{ijs}: مقدار سفارش محصول i در دوره j از تأمین‌کننده s

x_{ivj}^{l}: مقدار تقاضای محصول i از کلاس l که در دوره j به تقاضای محصول v تبدیل می‌شود.

I_{ij}^{+}: موجودی دردسترس (نامنفی) محصول i در پایان دوره j

I_{ij}^{l-} : باقی مانده پس‌افت محصول i در پایان دوره j از تقاضای نوع l

λ_{jso}: متغیر پیوسته بین صفر و یک؛ اگر وزن محموله خریداری‌شده از تأمین‌کننده s در دوره j در بازه o از تابع خطی قطعه‌قطعه‌ی هزینه حمل‌ونقل قرار گرفته باشد، مقدار مثبت و در غیر این‌صورت مقدار صفر می‌گیرد.

y_{jso}: متغیر صفر و یک؛ اگر وزن محموله خریداری شده از تأمین‌کننده s در دوره j در بازه o از تابع خطی قطعه‌قطعه‌ی هزینه حمل‌ونقل قرار گرفته باشد، مقدار یک و در غیر این‌صورت مقدار صفر می‌گیرد.

N_{sg}: متغیر صفر و یک؛ اگر حداقل یک کالا از گروه g از تأمین‌کننده s خریداری شود، مقدار یک و در غیر این‌صورت مقدار صفر می‌گیرد.

ρ_{ijs}^{k}: متغیر خطی‌ساز هزینه خرید؛ مقدار سفارش محصول i در دوره j از تأمین‌کننده s در بازه شکست قیمت k

d_{ij}^{l}: سفارش‌های پس افت تحویل‌شده محصول i در دوره j از تقاضای نوع l

E_{ij}^{l}: فروش محصول i در دوره j از تقاضای نوع l

مدل اولیه عدد صحیح مختلط. تابع هدف مسئله، حداقل‌سازی مجموع هزینه‌های سفارش، خرید، حمل‌ونقل، نگهداری، کمبود، و جایگزینی است.

هزینه سفارش: هزینه سفارش دو بخش دارد: بخشی که ثابت است و مستقل از تعداد اقلام موجود در سفارش خرید است. در بخش دوم هزینه سفارش به‌ازای هر کالا، هزینه جداگانه‌ای لحاظ خواهد شد.

رابطه (۱)

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S} A_s r_{js} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S} a_{ijs} w_{ijs}$$

هزینه خرید: فرض بر این است که هر تأمین‌کننده برای هر کالا در هر دوره، یک سیاست تخفیف مشخص ارائه می‌کند. سیاست تخفیف برای تمامی واحدها در نظر گرفته شده است؛ بنابراین تابع قیمت به‌صورت رابطه ۲، تعریف می‌شود:

رابطه (۲)

$$P_{ijs}=\begin{cases}P_{ijs}^{1} & 0\le Q_{ijs}\le q_{ijs}^{1}\\ P_{ijs}^{2} & q_{ijs}^{1}\le Q_{ijs}\le q_{ijs}^{2}\\ \vdots & \vdots\\ P_{ijs}^{k} & q_{ijs}^{k}\le Q_{ijs}\end{cases}$$

درنتیجه هزینه خرید بهصورت زیر محاسبه می‌شود:

رابطه (۳)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{k=1}^{K}Q_{ijs}P_{ijs}^{k}U_{ijs}^{k}$$

هزینه نگهداری: هزینه نگهداری برای کل افق برنامه‌ریزی، جمع هزینه نگهداری برای هر دوره است.

رابطه (۴)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}h_i I_{ij}^{+}$$

هزینه کمبود: فرض بر این است که به‌ازای هر کالا و هر کلاس تقاضا، بخش مشخصی از کمبود به‌صورت پس‌افت و بخشی نیز به صورت فروش ازدست‌رفته خواهد بود. نسبت پس‌افت با β_i^l و نسبت فروش از دست رفته با $(1-\beta_i^l)$ نشان داده شده است. هزینه پس‌افت و فروش ازدست‌رفته به‌صورت زیر خواهد بود:

رابطه (۵)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{l=1}^{2}\pi_i^l I_{ij}^{l-}$$

رابطه (۶)

$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{l=1}^{2}\bar{\pi}_i^l(1-\beta_i^l)(D_{ij}^l-E_{ij}^l-\sum_{v\in c_i}x_{ivj}^l)$$

هزینه حمل‌ونقل: برای محاسبه هزینه حمل‌ونقل برای هر تأمین‌کننده s در هر دوره j یک تابع $H_{js}(x)$ وجود دارد که مشخص می‌کند اگر وزن محموله x باشد، هزینه حمل آن محموله از تأمین‌کننده s چقدر خواهد بود. تابع هزینه حمل‌ونقل هر تأمین‌کننده به‌صورت خطی قطعه‌قطعه در نظر گرفته می‌شود:

رابطه (۷)

$$H_{js}(x)=\begin{cases}fb_{js1}+xC_{s1} & b_{js1}\le x\le b_{js2}\\ fb_{js2}+xC_{s2} & b_{js2}\le x\le b_{js3}\\ fb_{js3}+xC_{s3} & b_{js3}\le x\le b_{js4}\end{cases}$$

برای مدل‌سازی تابع H از متغیرهای کمکی λ و y استفاده می‌شود که متغیرهای λ پیوسته و yها باینری هستند.

رابطه (۸)
$$H_{js}(x) = \lambda_{js1} fb_{js1} + \lambda_{js2} fb_{js2} + \lambda_{js3} fb_{js3} + \lambda_{js4} fb_{js4} + \dots$$

طبق رابطه ۸، تابع هزینه از ترکیب محدب نقاط شکست محاسبه می‌شود؛ البته باید به این موضوع توجه داشت که از میان λ_{js}ها نهایتاً ۲ تا باید مقدار غیرصفر بگیرد. با توجه به اینکه هزینه محموله خریداری شده از تأمین‌کننده s در دوره j برابر $\sum_{o=1}^{O} \lambda_{jso} fb_{jso}$ خواهد بود، کل هزینه حمل‌ونقل به‌صورت زیر است:

رابطه (۹)
$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{o=1}^{O} \lambda_{jso} fb_{jso}$$

هزینه جایگزینی: برای محاسبه هزینه جریمه جایگزینی محصولات از رابطه ۱۰، استفاده می‌شود:

رابطه (۱۰)
$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{l=1}^{2} \sum_{i=1}^{I} \sum_{v \in C_i} \alpha_{iv}^{l} x_{ivj}^{l}$$

درنتیجه تابع هدف کلی به‌صورت زیر خواهد بود:

رابطه (۱۱)
$$\begin{aligned} Min \quad Z_1 = & \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} A_s r_{js} + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} a_{ijs} w_{ijs} + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{k=1}^{K} \rho_{ijs}^{k} P_{ijs}^{k} \\ & + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} h_i I_{ij}^{+} + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{l=1}^{2} \pi_i^l I_{ij}^{l-} + \sum_{i=1}^{I} \sum_{j=1}^{J} \sum_{l=1}^{2} \bar{\pi}_i^l (1-\beta_i^l)(D_{ij}^l - E_{ij}^l - \sum_{v \in c_i} x_{ivj}^l) \\ & + \sum_{j=1}^{J} \sum_{s=1}^{S} \sum_{o=1}^{O} \lambda_{jso} fb_{jso} + \sum_{j=1}^{J} \sum_{l=1}^{2} \sum_{i=1}^{I} \sum_{v \in C_i} \alpha_{iv}^l x_{ivj}^l \end{aligned}$$

محدودیت‌های مدل به شرح زیر است:

$s.t:$

رابطه (۱۲)
$$Q_{ijs} \le w_{ijs} M \qquad \forall i, j, s$$

رابطه (۱۳)
$$Q_{ijs} \le r_{js} M \qquad \forall i, j, s$$

رابطه (۱۴)
$$U_{ijs}^{k} q_{ijs}^{k-1} \le Q_{ijs} \le M(1 - U_{ijs}^{k}) q_{ijs}^{k} + U_{ijs}^{k} q_{ijs}^{k} \qquad \forall i, j, s, k$$

رابطه (۱۵)
$$\sum_{k=1}^{K} U_{ijs}^{k} \le 1 \qquad \forall i, j, s$$

رابطه (۱۶)
$$Q_{ijs} \le (\sum_{k=1}^{K} U_{ijs}^{k}) M \qquad \forall i, j, s$$

رابطه (۱۷)
$$\sum_{k=1}^{K} U_{ijs}^{k} \le Q_{ijs} M \qquad \forall i, j, s$$

رابطه (۱۸)
$$d_{ij}^{l} \le I_{i(j-1)}^{l-} \qquad \forall i, j, l$$

رابطه (۱۹)
$$I_{ij}^{+} = I_{i(j-1)}^{+} + \sum_{s=1}^{S} Q_{ijs} - \sum_{l=1}^{2} d_{ij}^{l} - \sum_{l=1}^{2} E_{ij}^{l} - \sum_{l=1}^{2} \sum_{v \in C_i} x_{vij}^{l} \quad \forall i, j$$

رابطه (۲۰)
$$x_{ivj}^{l} \le (D_{ij}^{l} - E_{ij}^{l})\gamma_{iv}^{l} \qquad \forall i, v, j, l$$

رابطه (۲۱)
$$I_{ij}^{l-} = I_{i(j-1)}^{l-} + \beta_i^{l}(D_{ij}^{l} - E_{ij}^{l} - \sum_{v \in c_i} x_{ivj}^{l}) - d_{ij}^{l} \quad \forall i, j, l$$

رابطه (۲۲)
$$\sum_{o}^{O} \lambda_{jso} b_{jso} = \sum_{i}^{I} g_i Q_{ijs} \qquad \forall j, s$$

رابطه (۲۳)
$$\lambda_{jso} \le y_{jso} + y_{js(o-1)} \qquad \forall j, s, o$$

رابطه (۲۴)
$$\lambda_{jsO} \le y_{js(O-1)} \quad \forall j, s, o$$

رابطه (۲۵)
$$\sum_{o} y_{jso} = r_{js} \qquad \forall j, s$$

رابطه (۲۶)
$$\sum_{o} \lambda_{jso} = r_{js} \qquad \forall j, s$$

رابطه (۲۷)
$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i \in S_g} w_{ijs} \le N_{sg} M \qquad \forall g, s$$

رابطه (۲۸)
$$Lb_g \le \sum_{s=1}^{S} N_{sg} \le Ub_g \qquad \forall g$$

رابطه (۲۹)
$$I_{iJ}^{l-} = 0 \quad \forall i, l$$

رابطه (۳۰)
$$y_{jso}, r_{js}, w_{ijs}, U_{ijs}^{k}, N_{sg} \in \{0, 1\}$$

رابطه (۳۱)
$$Q_{ijs}, E_{ij}^{l}, d_{ij}^{l}, x_{ivj}^{l}, \lambda_{jso}, I_{ij}^{+}, I_{ij}^{l-} \ge 0$$

رابطه (۳۲)

محدودیت‌های ۱۲ و۱۳، ارتباط بین متغیر مقدار سفارش و متغیرهای باینری سفارش را برقرار می‌کنند؛ یعنی متغیر Q_{ijs} زمانی می‌تواند مثبت شود که متغیر باینری متناظر با آن، مقدار ۱ گرفته باشد. محدودیت ۱۴، تضمین می‌کند که اگر خرید محصول i در دوره j از تأمین‌کننده s در بازه kام تخفیف قرار دارد (متغیر باینری U)، مقدار خرید Q_{ijs} بین حد پایین q_{ijs}^{k-1} و حد بالای q_{ijs}^{k} قرار گیرد. محدودیت ۱۵، این اطمینان را می‌دهد که فقط یکی از بازه‌های تخفیف، قابل‌استفاده است. محدودیت ۱۶ و ۱۷، رابطه بین Q_{ijs} و U_{ijs}^{k} را برقرار می‌کنند و تضمین می‌کنند که Q_{ijs}ها وقتی می‌توانند مقدار بگیرند که U_{ijs}^{k}ها مقدار گرفته باشند و

برعکس. ضرورت وجود محدودیت‌های ۱۶ و ۱۷ از آنجا ناشی می‌شود که در محدودیت ۱۴، ممکن است همه متغیرهای U_{ijs}^{k} متناظر با یک Q_{ijs} صفر شوند؛ اما Q_{ijs} مقدار مثبت بگیرد. محدودیت ۱۸، تضمین می‌کند که در هر دوره، حداکثر برابر با سفارش‌های پس‌افت باقیمانده دوره قبل، تحویل داده شود. محدودیت ۱۹، موجودی باقیمانده محصول i را در پایان دوره j محاسبه می‌کند. محدودیت ۲۰، نشان می‌دهد که مقدار جایگزینی‌های انجام‌شده، حداکثر برابر با نسبتی از مقدار تقاضای برآورده‌نشده است. محدودیت ۲۱، این اطمینان را می‌دهد که باقیمانده پس‌افت محصول در هر دوره برابر باقیمانده پس‌افت دوره قبل به‌علاوه سفارش‌های پس‌افت‌شده محصول در این دوره منهای مقدار سفارش‌های پس‌افت تحویل‌شده در این دوره است. محدودیت‌های ۲۲ تا ۲۶، مدلسازی تابع خطی قطعه‌قطعه را برای هزینه حمل‌ونقل نشان می‌دهند. محدودیت ۲۷، ارتباط بین متغیرهای باینری سفارش w و متغیر باینری N_{sg} را برقرار می‌کند. محدودیت ۲۸، حد بالا و پایین تعداد تأمین‌کنندگان گروه کالای g ام را اعمال می‌کند. محدودیت ۲۹، تضمین می‌کند که سفارش‌های پس‌افت در انتهای افق برنامه‌ریزی صفر خواهند شد.

از مدل ارائه‌شده، بخش‌های مربوط به تخفیف‌ها، انتخاب تأمین‌کننده و تابع خطی قطعه‌قطعه، قبلاً به‌طور جداگانه در سایر پژوهش‌ها ارائه شده‌اند؛ اما بخش‌های مربوط به پس‌افت‌ها، فروش ازدست‌رفته، جایگزینی‌ها، موجودی پایان دوره و محدودیت مربوط به تعداد تأمین‌کنندگان هر گروه کالا از نتایج این پژوهش است.

خطی‌سازی مدل. در تابع هدف، حاصل‌ضرب یک متغیر باینری و یک متغیر پیوسته وجود دارد و غیرخطی است. بر اساس روش پیترسن[1] (۱۹۷۱)، با اضافه‌کردن متغیر $\rho_{ijs}^{k}=Q_{ijs}U_{ijs}^{k}$ به فرم خطی تبدیل می‌شود [۴۲]. ابتدا برای متغیر پیوسته Q_{ijs} یک کران بالا و پایین به‌صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

رابطه (۳۳) $$Lq_{ijs} \le Q_{ijs} \le Uq_{ijs}$$

محدودیت‌های زیر باید به مدل اضافه شوند تا مقادیر متغیرها را تنظیم کنند:

رابطه (۳۴) $$Lq_{ijs}.U_{ijs}^{k} \le \rho_{ijs}^{k} \le Uq_{ijs}.U_{ijs}^{k}$$

رابطه (۳۵) $$Lq_{ijs}.(1-U_{ijs}^{k}) \le Q_{ijs}-\rho_{ijs}^{k} \le Uq_{ijs}(1-U_{ijs}^{k})$$

1. Petersen

هزینه خرید در تابع هدف به‌صورت رابطه ۳۶، بازنویسی می‌شود:

رابطه (۳۶)
$$\sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{k=1}^{K}\rho_{ijs}^{k}.P_{ijs}^{k}$$

مدل بهینه‌سازی استوار. بهینه‌سازی استوار در اوایل دهه ۱۹۷۰ برای مقابله با عدم‌قطعیت داده‌ها معرفی شد و برای تعیین راه‌حل‌هایی که در برابر نوسانات پارامترها (داده‌های ورودی) پایدار است، به‌کار می‌رود. رویکردهای متعددی برای بهینه‌سازی استوار وجود دارد.

ربیعه و همکاران (۲۰۱۱)، مسئله انتخاب تأمین‌کننده و تخصیص سفارش برای برنامه‌ریزی تأمین قطعات دو محصول از یک زنجیره تأمین در یک افق چنددوره‌ای را بررسی کردند. پارامترهای هزینه حمل‌ونقل و ظرفیت تأمین‌کنندگان، غیرقطعی هستند و از بهینه‌سازی استوار استفاده شده است. آن‌ها ۵ هدف را با رویکرد برنامه‌ریزی آرمانی مدلسازی کردند [۲۶]. منوچهری و همکاران (۲۰۱۹)، عدم‌قطعیت در تقاضا و هزینه حمل‌ونقل را با رویکرد بهینه‌سازی استوار ارائه‌شده توسط مالوی و همکاران (۱۹۹۵)، در طراحی زنجیره تأمین سبز در نظر گرفتند [۲۱]. در این پژوهش از رویکرد ارائه‌شده توسط مالوی[1] و همکاران (۱۹۹۵)، استفاده شده است [۲۶]. در ادامه، این رویکرد به‌طور خلاصه معرفی می‌شود.

فرض کنید یک مدل برنامه‌ریزی خطی اولیه، به صورت زیر داده شده است:

رابطه (۳۷)
$$Min \quad c^T x + d^T y$$

$$Subject \quad to:$$

رابطه (۳۸)
$$Ax = b$$

رابطه (۳۹)
$$Bx + Cy = e$$

رابطه (۴۰)
$$x, y \geq 0$$

فرض کنید در مجموعه پارامترهای $\{B, C, e, d\}$ عدم‌قطعیت وجود دارد. محدودیت ۳۸، محدودیت ساختاری است که ضرایب قطعی و بدون اختلال دارد؛ اما محدودیت ۳۹، یک محدودیت کنترلی است که ضرایب تصادفی و تحت اختلال دارد. در بهینه‌سازی استوار، پارامترهای عدم‌قطعیت با مجموعه‌ای از سناریوهای $\Omega = \{1, 2, ..., \Xi\}$ مدل می‌شوند؛ بنابراین مجموعه $\{B^{\xi}, C^{\xi}, e^{\xi}, d^{\xi}\}$، مجموعه‌ای از پارامترهای غیرقطعی وابسته به سناریو است و $\sum p^{\xi} = 1$ است که p^{ξ} احتمال وقوع سناریوی ξ است. احتمال سناریوها و مقدار

1. Mulvey

پارامترهای وابسته به آن‌ها بر اساس اطلاعات و داده‌های گذشته تعیین می‌شود. در برخی پژوهش‌ها بیان شده است که می‌توان مقدار پارامترها و احتمالات آن را بر مبنای نظر خبره به‌دست آورد.

متغیر وابسته به هر سناریو را «متغیر مرحله دوم» یا «متغیر کنترل» می‌گویند و متغیر مستقل از سناریو را که در هر سناریو تکرار می‌شود و قابل‌تغییر نیست، «متغیر مرحله اول» یا «متغیر طراحی» یا «متغیر منابع» می‌گویند. در مثال بالا، x بردار متغیر تصمیم و y بردار متغیر کنترل است. مدل بهینه‌سازی استوار به صورت زیر است [۲۸]:

$$Min \quad c^T x + \sum_{\xi \in \Omega} d^{T\xi} y^{\xi} + \lambda \sigma(y^1, y^2, ..., y^{\Xi}) + \omega \rho(\delta^1, \delta^2, ..., \delta^{\Xi}) \qquad \text{(۴۱) رابطه}$$

$$Subject \quad to:$$

$$Ax = b \qquad \text{(۴۲) رابطه}$$

$$B^{\xi} x + C^{\xi} y + \delta^{\xi} = e^{\xi} \qquad \text{(۴۳) رابطه}$$

$$x, y^{\xi} \geq 0 \quad \xi \in \Omega \qquad \text{(۴۴) رابطه}$$

هدف از این مدل، ایجاد تعادل بین استواری راه‌حل و مدل است. جواب بهینه این مدل از نظر بهینگی در صورتی پایدار است که برای هر سناریوی $\xi \in \Omega$ نزدیک بهینه باقی بماند (استواری راه حل)؛ همچنین راه‌حل از نظر موجه‌بودن، در صورتی استوار است که تقریباً برای هر سناریوی ξ شدنی باقی بماند (استواری مدل). پارامتر δ^{ξ} برای استواری مدل تعریف می‌شود که میزان نشدنی‌بودن محدودیت‌های کنترل تحت سناریوی ξ را اندازه‌گیری می‌کند و پارامتر ω جریمه پرداختی به‌ازای نقض یک محدودیت تحت یک سناریو است.

بر اساس چارچوب بالا، یک مدل بهینه‌سازی استوار برای مسئله تعریف شده در بخش قبل، ارائه می‌شود. در این مدل، خریدها قبل از مشخص‌شدن تقاضا انجام می‌شود؛ بنابراین متغیرهای مرتبط با سفارش، خرید و حمل‌ونقل، مستقل از سناریو هستند. پارامتر تقاضای محصول و متغیرهای سطح موجودی، مقدار تقاضای برآورده‌شده، مقدار جایگزینی، مقدار پس‌افت و فروش ازدست‌رفته مبتنی بر سناریوهای عدم‌قطعیت هستند. در این پژوهش از یک فرم جریمه مطلق برای اندازه‌گیری پایداری راه‌حل در تابع هدف استفاده شده است [۲۸]. مدل بهینه‌سازی استوار توسعه‌داده‌شده برای مسئله اشاره‌شده به‌صورت زیر است:

$$Min \quad \sum_{\xi=1}^{\Xi} p^{\xi} Z_1^{\xi} + \lambda \sum_{\xi=1}^{\Xi} p^{\xi} \left| Z_1^{\xi} - \sum_{\xi'=1}^{\Xi} p^{\xi'} Z_1^{\xi'} \right| + \omega \sum_{\xi=1}^{\Xi} \sum_{i=1}^{I} \sum_{l=1}^{2} p^{\xi} \delta_{i\xi}^{l} \qquad \text{(۴۵) رابطه}$$

رابطه (۴۶)

$$Z_1^{\xi} = \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S} A_s r_{js} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S} a_{ijs} w_{ijs} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{k=1}^{K} \rho_{ijs}^{k} P_{ijs}^{k} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J} h_i I_{ij\xi}^{+} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{l=1}^{L} \pi_i^l I_{ij\xi}^{l-} + \sum_{i=1}^{I}\sum_{j=1}^{J}\sum_{l=1}^{2} \bar{\pi}_i^l (1-\beta_i^l)(D_{ij\xi}^l - E_{ij\xi}^l - \sum_{v\in c_i} x_{ivj\xi}^l) + \sum_{j=1}^{J}\sum_{s=1}^{S}\sum_{o} \lambda_{jso} fb_{jso} + \sum_{j=1}^{J}\sum_{l=1}^{2}\sum_{i=1}^{I}\sum_{v\in C_i} \alpha_{iv}^l x_{ivj\xi}^l$$

رابطه (۴۷)

$$I_{ij\xi}^{+} = I_{i(j-1)\xi}^{+} + \sum_{s=1}^{S} Q_{ijs} - \sum_{l=1}^{2} d_{ij\xi}^l - \sum_{l=1}^{2} E_{ij\xi}^l - \sum_{l=1}^{2}\sum_{v\in C_i} x_{vij\xi}^l \qquad \forall i, j, \xi$$

رابطه (۴۸)

$$d_{ij\xi}^l \le I_{i(j-1)\xi}^{l-} \qquad \forall i, j, l, \xi$$

رابطه (۴۹)

$$x_{ivj\xi}^l \le (D_{ij}^l - E_{ij\xi}^l)\gamma_{iv}^l \qquad \forall i, v, j, l, \xi$$

رابطه (۵۰)

$$I_{ij\xi}^{l-} = I_{i(j-1)\xi}^{l-} + \beta_i^l (D_{ij\xi}^l - E_{ij\xi}^l - \sum_{v\in C_i} x_{ivj\xi}^l) - d_{ij\xi}^l \qquad \forall i, j, l, \xi$$

رابطه (۵۱)

$$I_{iJ\xi}^{l-} = \delta_{i\xi}^l \qquad \forall i, l, \xi$$

همه محدودیت‌های موجود در مدل اصلی، به جز محدودیت‌های ۱۸ تا ۲۱، عبارات اول و دوم در تابع هدف ۴۵، به‌ترتیب میانگین و واریانس کل هزینه‌ها هستند و استواری راه‌حل را اندازه‌گیری می‌کنند. عبارت سوم در تابع هدف ۴۵، استواری مدل را با توجه به غیرموجه‌بودن محدودیت‌های کنترل ۵۱، تحت سناریو ξ اندازه‌گیری می‌کند.

با توجه به ساختار مدل، تنها محدودیتی که ممکن است در برخی سناریوهای تقاضا نقض شود، محدودیت تأمین همه تقاضاهای پس‌افت تا پایان افق برنامه‌ریزی است؛ بنابراین جریمه غیرموجه‌بودن جواب فقط برای مثبت‌بودن تقاضای پس‌افت تحویل‌نشده در انتهای افق برنامه‌ریزی لحاظ شده است.

با اینکه عبارت ۴۵، یک تابع غیرخطی است، می‌توان با معرفی متغیر غیرمنفی θ^{ξ} مسئه را به یک مدل برنامه‌ریزی خطی تبدیل کرد که تابع هدف خطی و محدودیت جدید به‌صورت زیر است:

رابطه (۵۲)

$$Min \quad \sum_{\xi=1}^{\Xi} p^{\xi} Z_1^{\xi} + \lambda \sum_{\xi=1}^{\Xi} p^{\xi} \left[(Z_1^{\xi} - \sum_{\xi'=1}^{\Xi} p^{\xi'} Z_1^{\xi'}) + 2\theta^{\xi} \right] + \omega \sum_{\xi=1}^{\Xi}\sum_{i=1}^{I}\sum_{l=1}^{2} p^{\xi} \delta_{i\xi}^l$$

رابطه (۵۳)

$$Z_1^{\xi} - \sum_{\xi'=1}^{\Xi} p^{\xi'} Z_1^{\xi'} + \theta^{\xi} \ge 0 \qquad \forall \xi,$$

رابطه (۵۴) $\theta^{\xi} \geq 0 \qquad \forall \xi.$

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

مثال عددی. در این بخش با یک مثال عددی، استواری و اثربخشی مدل بررسی خواهد شد. در این مثال با درنظرگرفتن یک کسب‌وکار، سفارش ۵ نوع محصول در ۳ دوره از ۳ تأمین‌کننده که هر کدام سیاست تخفیف برای تمامی واحدها با ۳ نقطه شکست قیمت ارائه می‌دهند، تعیین می‌شود. پارامترهای مورداستفاده در این مثال در جدول‌های ۲ تا ۸، آورده شده است. برای پارامتر تقاضا، ۶ سناریو در نظر گرفته شده که احتمال وقوع آن‌ها به‌ترتیب ۰/۱، ۰/۲۲، ۰/۱۲، ۰/۲، ۰/۲۸ و ۰/۰۸ است.

جدول ۲. مقادیر پارامترهای اسکالر

نماد	g_i	A_s	a_{ijs}	h_i	π_i^l	$\bar{\pi}_i^l$	α_{iv}^l
مقدار	۱۰	۱۰۰	۱۰۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰	۱۰۰

پارامتر β_i^l نیز طبق جدول ۳، مقدار می‌گیرد.

جدول ۳. مقدار ورودی β_i^l

	$i=1$	$i=2$	$i=3$	$i=4$	$i=5$
β_i^1	۰/۷	۰/۷	۰/٤	۰/٥	۰/٤
β_i^2	۰/٤	۰/٤	۰/٦	۰/۹	۰/۷

جدول ۴. نقاط تخفیف

کالا	**تأمین‌کننده**								
	۱			۲			۳		
	نقاط شکست قیمت								
	۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳
۱	۵۰	۹۵	۱۵۰	۶۰	۱۰۰	۱۶۰	۴۰	۸۵	۱۳۰
۲	۲۰	۷۰	۱۴۰	۲۵	۹۰	۱۶۰	۳۰	۸۰	۱۵۵
۳	۳۰	۹۰	۱۷۰	۲۰	۷۵	۱۶۰	۲۵	۱۰۰	۱۳۰
۴	۴۰	۸۰	۱۴۰	۵۰	۱۰۰	۱۵۰	۴۵	۷۵	۱۶۰
۵	۱۰	۹۰	۱۲۰	۳۰	۷۰	۱۱۰	۴۰	۸۵	۱۴۵

فرض شده که سیاست تخفیف تأمین‌کنندگان در همه دوره‌ها یکسان است.

جدول ۵. هزینه خرید

کالا	دوره	تأمین‌کننده								
		۱			۲			۳		
		نقاط شکست قیمت								
		۱	۲	۳	۱	۲	۳	۱	۲	۳
۱	۱	۹۰	۶۰	۴۵	۹۰	۶۵	۴۰	۱۰۵	۷۰	۳۰
	۲	۸۰	۵۵	۳۵	۸۰	۷۰	۴۵	۹۰	۷۵	۴۰
	۳	۱۰۰	۶۵	۳۰	۸۵	۶۰	۴۰	۱۰۰	۷۰	۳۵
۲	۱	۹۰	۶۵	۵۵	۱۰۰	۸۰	۵۵	۹۵	۶۵	۵۵
	۲	۸۰	۷۰	۶۰	۹۰	۸۵	۶۰	۷۵	۷۰	۶۵
	۳	۸۵	۷۰	۵۰	۸۵	۷۵	۵۵	۸۵	۶۵	۶۰
۳	۱	۸۵	۶۵	۵۰	۱۰۰	۸۰	۵۰	۱۰۰	۷۵	۶۵
	۲	۹۵	۶۵	۴۵	۸۰	۷۰	۶۵	۹۵	۸۰	۵۵
	۳	۹۰	۷۵	۵۵	۷۰	۶۵	۶۰	۱۱۰	۸۵	۴۰
۴	۱	۹۵	۸۵	۳۵	۹۵	۸۵	۴۰	۸۰	۷۵	۴۵
	۲	۱۰۰	۷۵	۴۵	۹۰	۸۰	۶۰	۹۰	۶۰	۳۵
	۳	۸۵	۶۵	۵۵	۹۵	۷۵	۵۵	۹۵	۶۵	۵۵
۵	۱	۸۵	۸۰	۳۰	۸۰	۸۵	۵۵	۱۰۰	۸۵	۴۰
	۲	۹۵	۷۰	۴۰	۹۰	۸۰	۶۰	۱۱۰	۵۵	۴۵
	۳	۸۰	۷۵	۵۰	۱۰۰	۷۵	۶۵	۹۵	۹۰	۵۰

جدول ۶. نقاط شکست تابع هزینه حمل و نقل

	نقاط شکست			
	۱	۲	۳	۴
وزن	۰	۵۰۰	۸۰۰	۲۰۰۰
هزینه	۰	۱۰۰۰	۱۶۰۰	۲۰۰۰

فرض بر این است که نقاط شکست تابع وزن همه تأمین‌کنندگان در همه دوره‌ها مشابه است.

جدول ۷. درصد جایگزینی تقاضای کالای i با v

کلاس	کالای i	کالای v				
		۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱		۰/۴	۰/۲	۰/۳	۰/۴
	۲	۰/۲		۰/۱	۰/۱	۰/۱
	۳	۰/۴	۰/۵		۰/۴	۰/۶
	۴	۰/۲	۰/۳	۰/۵		۰/۴
	۵	۰/۱	۰/۵	۰/۲	۰/۲	
۲	۱		۰/۶	۰/۴	۰/۱	۰/۲
	۲	۰/۲		۰/۶	۰/۴	۰/۴
	۳	۰/۳	۰/۱		۰/۲	۰/۴
	۴	۰/۳	۰/۲	۰/۲		۰/۶
	۵	۰/۱	۰/۲	۰/۳	۰/۱	

جدول ۸. پیش‌بینی تقاضا

کلاس l	کالای i	دوره j	سناریوی ξ					
			۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	۱	۱	۵۹	۹۴	۳۱	۶۵	۹۹	۴۹
		۲	۱۳	۶۷	۳۳	۸۱	۵۶	۶۲
		۳	۱۶	۶۶	۳۷	۹۱	۸۳	۳۸
	۲	۱	۱۷	۱۷	۳۲	۸	۸۴	۵۶
		۲	۴۵	۲۹	۲۵	۱۳	۶۳	۶۰
		۳	۶۹	۱۰۰	۲۸	۴۸	۷۳	۲۵
	۳	۱	۵۷	۶۷	۹۸	۸۸	۹۰	۷۴
		۲	۳۹	۳	۶۲	۴۹	۷۶	۳۰
		۳	۵۴	۲۷	۹۲	۲۸	۳۲	۱۹
	۴	۱	۷۸	۷۱	۴	۴	۵۴	۶
		۲	۶۶	۱۸	۶۵	۳	۱۳	۷۷
		۳	۵۸	۷۳	۵۰	۷۷	۳۸	۱۶
	۵	۱	۸۹	۵۲	۶۱	۳۱	۶۲	۵۱
		۲	۴۸	۳	۷۵	۲۱	۷۳	۴۷
		۳	۳۱	۷۲	۷	۴۹	۷۲	۷۳
۲	۱	۱	۴۶	۱۶	۴۷	۲۸	۶۱	۴۳
		۲	۶۶	۱۱	۳	۲۹	۲۱	۵۶
		۳	۴	۱۴	۸۲	۲۲	۳۶	۲
	۲	۱	۸۸	۹۶	۶۳	۱۳	۱۸	۹۴
		۲	۹۱	۷۹	۶۸	۹۴	۵۵	۸۵

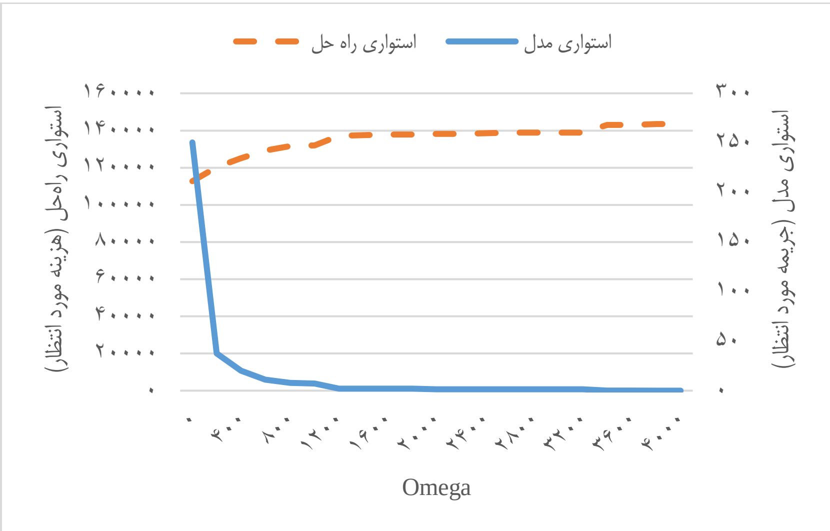
کلاس l	کالای i	دوره j	سناریوی ξ					
			۱	۲	۳	۴	۵	۶
		۳	۴۱	۵۸	۴۰	۲۶	۷۳	۲
	۳	۱	۸۶	۴۶	۱۳	۸۷	۱۱	۵۶
		۲	۸	۸۱	۹	۸۹	۹۷	۵
		۳	۲۴	۴۹	۹۲	۴۰	۷۹	۶۲
	۴	۱	۱۰۰	۱۸	۱	۲۶	۱۴	۷۹
		۲	۱۹	۶۰	۲۰	۵۸	۵۰	۸۰
		۳	۷۹	۳۷	۱۸	۴۹	۴۷	۶۳
	۵	۱	۳۷	۵	۱۹	۶۶	۴۴	۹۲
		۲	۸۳	۳۶	۸۶	۶	۶۷	۱۶
		۳	۱۲	۱۴	۴۷	۲۸	۴	۹۹

نتایج حل مدل. برای حل مثال عددی از نرم‌افزار GAMS استفاده شده است. جدول ۹، مقادیر سفارش‌های صادره از هر کالا در هر دوره به هر تأمین‌کننده را نشان می‌دهد. به دلیل رعایت اختصار، مقدار بهینه سایر متغیرها ارائه نشده است.

جدول ۹. مقدار سفارش صادر شده

کالای i	دوره j	تأمین‌کننده s		
		۱	۲	۳
۱	۱			۹۹
	۲	۹۵/۲۵۱		
	۳	۹۹/۷۰۵		
۲	۱			۸۰
	۲			۸۰
	۳		۱۳۶/۱۷۱	
۳	۱	۱۰۸/۸		
	۲			
	۳			۱۱۲/۹۲۹
۴	۱			
	۲			۱۲۰
	۳			۸۷/۰۷۱
۵	۱	۹۱/۲		
	۲	۱۰۲/۰۶۹		
	۳	۱۰۰/۲۹۵		

توازن بین استواری راه‌حل و استواری مدل. توازن بین استواری راه‌حل (از نظر بهینه‌بودن) و استواری مدل (از نظر موجه‌بودن) را با تغییرات ω در تابع هدف ۵۲، می‌توان بررسی کرد. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، رویکرد بهینه‌سازی استوار، غیرموجه‌بودن محدودیت‌های کنترل را به‌وسیله جریمه امکان‌پذیر می‌کند. زمانی که ω برابر صفر در نظر گرفته شود، جریمه متناظر با استواری مدل به بالاترین مقدار خود می‌رسد. برای کاهش جریمه ناشی از غیرموجه‌بودن جواب، ω به‌تدریج افزایش می‌یابد و مدل بهینه‌سازی استوار پیشنهادی با ωهای مختلف در مسئله موردنظر ارزیابی می‌شود. شکل ۱، توازن بین استواری راه‌حل و استواری مدل را نشان می‌دهد. با افزایش مقدار ω، هزینه کل موردانتظار که با استواری راه‌حل مرتبط است، افزایش می‌یابد و جریمه متناظر با استواری مدل کاهش می‌یابد. این بدان معنا است که برای مقادیر بزرگ ω، جواب به‌دست‌آمده برای هر سناریوی تحقق‌یافته ξ، با پرداخت هزینه کل بیشتر، تقریباً نزدیک به شدنی است. با افزایش در مقدار ω، جریمه متناظر با استواری مدل تا صفر کاهش می‌یابد. این نتایج با نتایج پژوهش مالوی و همکاران (۱۹۹۵)، سازگار است.



شکل ۱. توازن بین استواری راه‌حل و استواری مدل

با توجه به ساختار مدل، فقط محدودیت تأمین همه تقاضاهای پس‌افت‌شده، امکان نقض‌شدن دارد؛ بنابراین جریمه استواری مدل مربوط به نقض‌شدن این محدودیت است. تعیین مقدار مطلوب برای ω به قضاوت تصمیم‌گیرنده بستگی دارد. مقادیر بزرگ‌تر برای ω به این معنا است که مدیریت ترجیح می‌دهد هزینه بیشتری را تحمل کند؛ اما در عوض، در اغلب سناریوهای ممکن، همه تقاضاهای پس‌افت‌شده تأمین شوند.

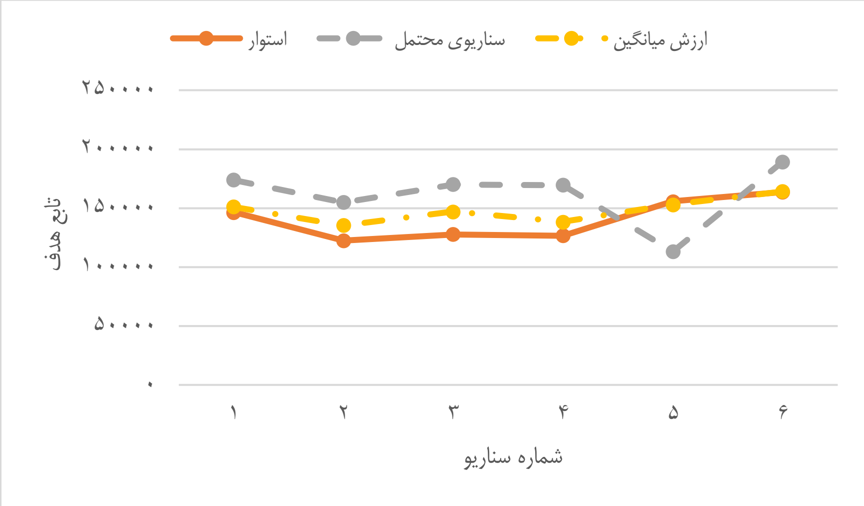
مقایسه کارایی مدل بهینه‌سازی استوار. برای بررسی کارایی مدل بهینه‌سازی استوار پیشنهادی، می‌توان آن را با دو رویکرد ساده (اما متداول) مقایسه کرد. رویکرد نخست برای مواجهه با عدم‌قطعیت تقاضا آن است که امید ریاضی تقاضا به‌عنوان تقاضای قطعی فرض شود. رویکرد دوم آن است که محتمل‌ترین سناریو به‌عنوان تقاضای قطعی در نظر گرفته شود. در هر دو صورت، مسئله قطعی حاصل با مدل قطعی حل می‌شود. این دو روش، «مدل قطعی با میانگین سناریوها» و «مدل قطعی با سناریوی محتمل» نامیده می‌شوند.

دو مدل قطعی یادشده حل شدند و مقدار بهینه متغیرها به‌دست آمد. آنگاه با توجه به اینکه در عمل ممکن است هر کدام از سناریوها رخ دهند، هزینه سیستم برای وقوع تک‌تک سناریوها محاسبه شد. جدول ۱۰ و شکل ۲، هزینه سیستم موجودی برای ۶ سناریوی وقوع تقاضا (تعریف شده در جدول ۸) را نشان می‌دهند. برای مثال، عدد ۱/۴ در ستون سناریوی ۱ به این معنا است که اگر مقادیر بهینه سفارش‌ها با مدل استوار محاسبه شود و سناریوی ۱ در عمل رخ دهد، هزینه سیستم موجودی برابر ۱/۴ (در مقیاس صدهزار) خواهد بود؛ همچنین عدد ۱/۷ در ستون سناریوی ۱ به این معنا است که اگر پیش‌بینی تقاضا برابر با محتمل‌ترین سناریو در نظر گرفته شود و مقادیر بهینه سفارش‌ها با مدل قطعی محاسبه شود و سناریوی ۱ در عمل رخ دهد، هزینه سیستم موجودی برابر ۱/۷ (در مقیاس صدهزار) خواهد بود.

با توجه به شکل ۲، هزینه کل مدل استوار در برابر تغییرات پارامتر تقاضا، نسبت به مدل قطعی با میانگین سناریوها و مدل قطعی با سناریوی محتمل، استوارتر است و جواب‌هایی را ارائه می‌دهد که نسبت به عدم‌قطعیت، کمتر حساس هستند. منحنی هزینه کل در مدل پیشنهادی تمایل به استواری بیشتری دارد؛ اما تغییرات هزینه کل برای میانگین سناریوها و سناریوی محتمل، بالاتر است. این مسئله نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی برای هر سیستمی که استواری جواب در افزایش هزینه کل برای مدیران مهم است، کارایی دارد. درحقیقت برای چنین سیستمی داشتن یک راه‌حل با حداقل هزینه کل کافی نیست و تغییر در سناریوهای واقعی در آینده باید کم باشد.

جدول ۱۰. هزینه کل 10^5 مدل استوار، مدل قطعی با سناریوی محتمل و مدل قطعی با میانگین سناریوها

شماره سناریو	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳	سناریو ۴	سناریو ۵	سناریو ۶
مدل استوار	۱/۴	۱/۲	۱/۲	۱/۲	۱/۵	۱/۶
مدل قطعی با سناریوی محتمل	۱/۷	۱/۵	۱/۷	۱/۶	۱/۱	۱/۸
مدل قطعی با میانگین سناریوها	۱/۵	۱/۳	۱/۴	۱/۳	۱/۵	۱/۶

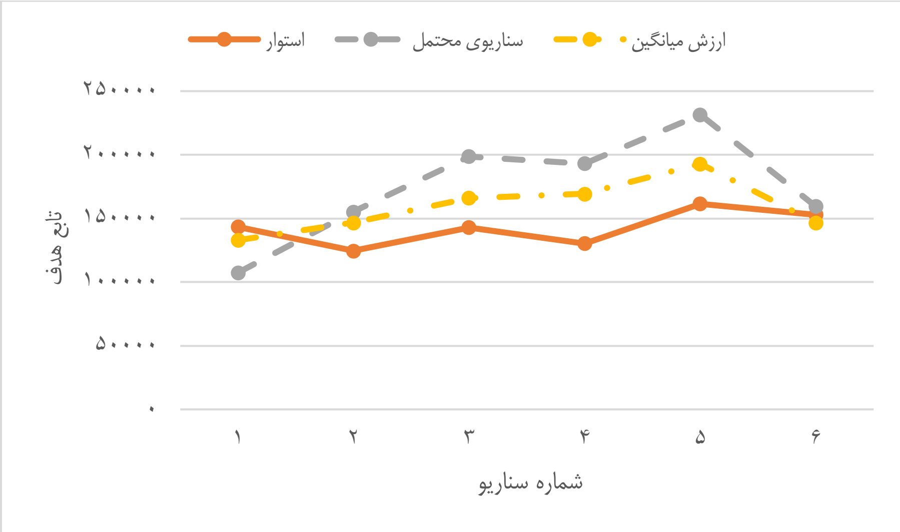


شکل ۲. مقایسه هزینه کل بین مدل استوار، مدل قطعی با سناریوی محتمل و مدل قطعی با میانگین سناریوها

احتمال وقوع سناریوها در مثال عددی به‌ترتیب ۰/۱، ۰/۲۲، ۰/۱۲، ۰/۲، ۰/۲۸ و ۰/۰۸در نظر گرفته شده بود. برای بررسی بهتر عملکرد مدل استوار، احتمال وقوع سناریوها تغییر داده شد. جدول ۱۱ و شکل ۳، نتایج مدل برای ۶ سناریو با احتمال وقوع ۰/۴۸، ۰/۹، ۰/۱، ۰/۰۵، ۰/۱۶، ۰/۱۲ را نشان می‌دهند. مقایسه شکل‌های ۲ و ۳، توانایی مدل بهینه‌سازی استوار پیشنهادی را در دستیابی به راه‌حل استوار، زمانی که احتمال رخداد سناریوها تفاوت بیشتری دارند را تأیید می‌کند. نتایج مدل برای سناریوی با احتمال‌های ۰/۴۸، ۰/۰۹، ۰/۱، ۰/۰۵، ۰/۱۶ و ۰/۱۲ از نتایج مدل برای سناریوی با احتمال‌های ۰/۱، ۰/۲۲، ۰/۱۲، ۰/۲، ۰/۲۸ و ۰/۰۸ استواری بیشتری دارد؛ بنابراین نتایج محاسباتی، استواری و کارایی مدل پیشنهادی را نشان می‌دهد.

جدول ۱۱. هزینه کل 10^5 مدل استوار، مدل قطعی با سناریوی محتمل و مدل قطعی با میانگین سناریوها

شماره سناریو	سناریو ۱	سناریو ۲	سناریو ۳	سناریو ۴	سناریو ۵	سناریو ۶
مدل استوار	۱/۴	۱/۲	۱/۴	۱/۳	۱/۶	۱/۵
مدل قطعی با سناریوی محتمل	۱	۱/۵	۱/۹	۱/۹	۲/۳	۱/۵
مدل قطعی با میانگین سناریوها	۱/۳	۱/۴	۱/۶	۱/۶	۱/۹	۱/۴



شکل ۳. مقایسه هزینه کل بین مدل استوار، مدل قطعی با سناریوی محتمل و مدل قطعی با میانگین سناریوها

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش یک مدل بهینه‌سازی استوار برای مسئله تعیین اندازه سفارش و انتخاب تأمین‌کننده با هدف حداقل‌کردن کل هزینه‌های خرید و موجودی، توسعه داده شد. چند محصول، چند دوره و چند تأمین‌کننده در نظر گرفته شدند. به دلیل تطبیق با شرایط دنیای واقعی، تقاضا به‌صورت تصادفی و دارای چند کلاس در نظر گرفته شد. نتایج به‌دست‌آمده از مدل استوار نشان‌دهنده برتری مدل استوار نسبت به ارزش موردانتظار از پارامتر عدم‌قطعیت در مدل برنامه‌ریزی قطعی است.

مدل ریاضی ارائه‌شده نشان می‌دهد که یکپارچگی انتخاب تأمین‌کننده و سفارش‌دهی محصولات، بهتر از بررسی جداگانه دو مسئله است. وقتی هزینه حمل‌ونقل کالاها از تأمین‌کننده تا انبار شرکت به وزن کل محموله بستگی دارد و هزینه سفارش‌دهی نیز دو بخش مستقل از کالا و وابسته به کالا دارد، یکپارچگی انتخاب تأمین‌کننده و تخصیص سفارش، اهمیت بالاتری دارد.

دو روش شهودی برای مواجهه با عدم‌قطعیت تقاضا آن است که متوسط تقاضا یا محتمل‌ترین مقدار تقاضا مبنای تصمیم‌گیری درباره انتخاب تأمین‌کننده و تخصیص سفارش‌ها قرار داده شود؛ اما تحلیل‌های انجام‌شده در این پژوهش نشان داد که تصمیم‌گیری بر اساس محتمل‌ترین مقدار تقاضا یا متوسط تقاضا، جواب‌هایی تولید می‌کند که استوار نیستند.

مدل ارائه شده در این پژوهش دارای مفروضات و محدودیت‌هایی است که در پژوهش‌های آتی قابلیت بررسی و توسعه دارند:

ـ قیمت فروش قطعات بر تقاضای آن‌ها مؤثر است. در پژوهش‌های بعدی می‌توان قیمت‌گذاری را با تعیین اندازه انباشته سفارش و انتخاب تأمین‌کننده، یکپارچه کرد.

ـ در پژوهش حاضر پس‌افت تقاضا برای قطعات جایگزین رخ نمی‌دهد؛ اما در عمل ممکن است به‌نفع فروشنده باشد که تقاضای پس‌افت‌شده یک مشتری از یک کالا را با یک کالای جایگزین تأمین کند. برای مثال، ممکن است فروشنده تلاش کند تقاضاهای تأمین‌نشده مشتریان از چند کالای مشابه را در یکی از این کالاها تجمیع کند تا در هزینه سفارش، خرید، و حمل‌ونقل صرفه‌جویی کرده باشد.

ـ دوره تأمین قطعات به‌صورت قطعی فرض شده است. می‌توان عدم‌قطعیت در دوره تأمین را نیز در نظر گرفت.

ـ کالاهای دریافتی بدون نقص در نظر گرفته شده‌اند. وجود نقص کیفی در کالاهای دریافتی را نیز می‌توان لحاظ کرد.

ـ تخمین احتمال وقوع سناریوهای ممکن تقاضا می‌تواند با چالش همراه باشد. اندازه‌گیری احتمال وقوع سناریوها به‌صورت فازی می‌تواند این چالش را کمتر کند.

منابع

1. Aggarwal, R., & Singh, S. P. (2015). Chance constraint-based multi-objective stochastic model for supplier selection. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, *79(9-12),* 1707-1719.
2. Alfares, H. K., & Turnadi, R. (2018). Lot sizing and supplier selection with multiple items, multiple periods, quantity discounts, and backordering. *Computers & Industrial Engineering*, *116*, 59-71.
3. Alfieri, A., Pastore, E., & Zotteri, G. (2017). Dynamic inventory rationing: How to allocate stock according to managerial priorities. An empirical study. *International Journal of Production Economics*, *189*, 14-29.
4. Aouadni, S., Aouadni, I., & Rebaï, A. (2019). A systematic review on supplier selection and order allocation problems. *Journal of Industrial Engineering International*, *15*, 267-289.
5. Azadnia, A. H. (2016). A multi-objective mathematical model for sustainable supplier selection and order lot-sizing under inflation. *International Journal of Engineering-Transactions B: Applications*, *29(8),* 1141.
6. Bao, L., Liu, Z., Yu, Y., & Zhang, W. (2018). On the decomposition property for a dynamic inventory rationing problem with multiple demand classes and backorder. *European Journal of Operational Research*, 265(1), 99-106.
7. Buschkühl, L., Sahling, F., Helber, S., & Tempelmeier, H. (2010). Dynamic capacitated lot-sizing problems: a classification and review of solution approaches. *Or Spectrum*, *32(2)*, 231-261.
8. Chen, S., Xu, J., & Feng, Y. (2010). A partial characterization of the optimal ordering/rationing policy for a periodic review system with two demand classes and backordering. *Naval Research Logistics (NRL)*, *57(4),* 330-341.
9. Cheraghalipour, A., & Farsad, S. (2018). A bi-objective sustainable supplier selection and order allocation considering quantity discounts under disruption risks: A case study in plastic industry. *Computers & Industrial Engineering*, *118*, 237-250.
10. Choudhary, D., & Shankar, R. (2013). Joint decision of procurement lot-size, supplier selection, and carrier selection. *Journal of Purchasing and Supply Management*, *19(1),* 16-26.
11. Choudhary, D., & Shankar, R. (2014). A goal programming model for joint decision making of inventory lot-size, supplier selection and carrier selection. *Computers & Industrial Engineering*, *71*, 1-9.
12. Ding, Q., Kouvelis, P., & Milner, J. M. (2007). Dynamic pricing for multiple class deterministic demand fulfillment. *IIE Transactions*, *39(11),* 997-1013.
13. Gebennini, E., Zeppetella, L., Grassi, A., & Rimini, B. (2015). Production scheduling to optimize the product assortment in case of constrained capacity and customer-driven substitution. *IFAC-PapersOnLine*, *48(3),* 1954-1959.
14. Ghaniabadi, M., & Mazinani, A. (2017). Dynamic lot sizing with multiple suppliers, backlogging and quantity discounts. *Computers & Industrial Engineering*, *110*, 67-74.
15. Horri, M.S., & Anjomshoa, A. (2016). Multi-Objective Mathematical Model for Supplier Selection and Order Allocation under Multi-Item Condition. *Journal of Industrial Management Perspective, 6(1),* 153-179 (In Persian).
16. Hung, Y. F., & Hsiao, J. Y. (2013). Inventory rationing decision models during replenishment lead time. *International Journal of Production Economics*, *144(1),* 290-300.

17. Jans, R., & Degraeve, Z. (2008). Modeling industrial lot sizing problems: a review. *International Journal of Production Research*, *46(6)*, 1619-1643.
18. Khosroabadi, M., Lotfi, M., & Khademizare, H. (2014). Joint supplier selection and order lot-sizing problem of remanufacturable items with price and transportation cost discounts. *Journal of Industrial Engineering Research in Production Systems*, *1(2)*, 139-153 (In Persian).
19. Lee, A. H., Kang, H. Y., & Lai, C. M. (2013). Solving lot-sizing problem with quantity discount and transportation cost. *International journal of systems science*, *44(4)*, 760-774.
20. Li, H., & Thorstenson, A. (2014). A multi-phase algorithm for a joint lot-sizing and pricing problem with stochastic demands. *International Journal of Production Research, 52(8)*, 2345-2362.
21. Manouchehri, S., Tajdin, A., & Shirazi, B. (2019). Robust Integrated Optimization for Green Closed Loop Supply Chain. *Journal of Industrial Management Perspective*, *9(3)*, 55-85 (In Persian).
22. Minner, S. (2009). A comparison of simple heuristics for multi-product dynamic demand lot-sizing with limited warehouse capacity. *International Journal of Production Economics*, *118(1)*, 305-310.
23. Mulvey, J. M., Vanderbei, R. J., & Zenios, S. A. (1995). Robust optimization of large-scale systems. *Operations research*, *43(2)*, 264-281.
24. Nourmohamadi Shalke, P., Paydar, M. M., & Hajiaghaei-Keshteli, M. (2018). Sustainable supplier selection and order allocation through quantity discounts. *International Journal of Management Science and Engineering Management*, *13(1)*, 20-32.
25. Pasandideh, S. H. R., Niaki, S. T. A., & Mousavi, S. M. (2013). Two metaheuristics to solve a multi-item multiperiod inventory control problem under storage constraint and discounts. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, *69(5-8)*, 1671-1684.
26. Rabieh, M., Azar, A., Yazdi, M.M., & Haghighi, M.F.F. (2011). Designing a Multi-Objective Resource-Based Mathematical Modeling: An Approach to Supply Chain Risk Reduction (Case Study: Iran Khodro Supply Chain). *Journal of Industrial Management Perspective*, *1(1)*, 57-77 (In Persian).
27. Rabieh, M., & Esmaelian, M. (2012). Designing a Fuzzy Non-Linear Model of Supplier Selection in Case of Multiple Sourcing. *Journal of Industrial Management Perspective*, *1(4)*, 81-105 (In Persian).
28. Rahmani, D., Ramezanian, R., Fattahi, P., & Heydari, M. (2013). A robust optimization model for multi-product two-stage capacitated production planning under uncertainty. *Applied Mathematical Modelling, 37(20-21)*, 8957-8971.
29. Rossi, R., Tarim, S. A., & Bollapragada, R. (2012). Constraint-based local search for inventory control under stochastic demand and lead time. *INFORMS journal on computing, 24(1)*, 66-80.
30. Sambatt, M., Woarawichai, C., & Naenna, T. (2019). Inventory lot sizing and supplier selection for multiple products, multiple suppliers, multiple periods with storage space using lingo program. In MATEC Web of Conferences (Vol. 259). EDP Sciences.
31. Shin, H., Park, S., Lee, E., & Benton, W. C. (2015). A classification of the literature on the planning of substitutable products. *European Journal of Operational Research*, *246(3)*, 686-699.

32. Soto, A. V., Chowdhury, N. T., Allahyari, M. Z., Azab, A., & Baki, M. F. (2017). Mathematical modeling and hybridized evolutionary LP local search method for lot-sizing with supplier selection, inventory shortage, and quantity discounts. *Computers & Industrial Engineering, 109,* 96-112.
33. Topkis, D. M. (1968). Optimal ordering and rationing policies in a nonstationary dynamic inventory model with n demand classes. *Management Science, 15(3),* 160-176.
34. Wagner, H. M., & Whitin, T. M. (1958). Dynamic version of the economic lot size model. *Management science, 5(1),* 89-96.
35. Wan, G., & Cao, Y. (2018). A continuous cost evaluation approach for periodic review inventory systems with threshold rationing policy. *Computers & Industrial Engineering, 126,* 75-87.
36. Wang, D., & Tang, O. (2014). Dynamic inventory rationing with mixed backorders and lost sales. *International Journal of Production Economics, 149,* 56-67.
37. Wang, L., & Li, J. (2019). A Robust Weighted Goal Programming Approach for Supplier Selection Problem with Inventory Management and Vehicle Allocation in Uncertain Environment. In International Conference on Management Science and Engineering Management (pp. 295-309). Springer, Cham.
38. Yu, C. S., & Li, H. L. (2000). A robust optimization model for stochastic logistic problems. *International journal of production economics, 64(1-3),* 385-397.
39. Yücel, E., Karaesmen, F., Salman, F. S., & Türkay, M. (2009). Optimizing product assortment under customer-driven demand substitution. *European Journal of Operational Research, 199(3),* 759-768.
40. Zanjani, M. K., Ait-Kadi, D., & Nourelfath, M. (2010). Robust production planning in a manufacturing environment with random yield: A case in sawmill production planning. *European Journal of Operational Research, 201(3),* 882-891.
41. Zhang, J. L., & Zhang, M. Y. (2011). Supplier selection and purchase problem with fixed cost and constrained order quantities under stochastic demand. *International Journal of Production Economics, 129(1),* 1-7.
42. Petersen, Clifford C. (1971). A Note on Transforming the Product of Variables to Linear Form in Linear Programs. Working Paper, Purdue University.