



Optimization of Availability-Redundancy in Multiple Multi-State Parallel-Series Systems Considering Multi-Stage Failures and Supplier Selection

Mohammadreza Shahriari* 

Arash Zaretalab** 

Extended Abstract

Introduction: Given the competitive and globalized nature of markets, availability has become a crucial aspect of product design in recent decades. Modern availability includes functional requirements, adherence to standards, design considerations, predictability of availability, modeling, and evaluation. One objective of availability is to design systems with maximum accessibility. System availability is often improved by enhancing the availability of individual components or by allocating redundant components. These improvements are achieved through better materials, improved manufacturing processes, and the application of design principles.

Method: This paper introduces an innovative approach to optimizing multiple parallel-series multi-state systems. Unlike traditional methods that focus on optimizing a single system, this approach simultaneously optimizes multiple systems to enhance their overall efficiency and performance. These systems contain parallel subsystems with multi-state components that can operate in various states, providing different performance outcomes. A significant aspect of this model is the impact of multi-stage failure rates on the systems, analyzed through state diagrams. The model also considers various assumptions, including the capability to select suppliers with different conditions and constraints. Additionally, the effects of technical and organizational activities on continuous optimization intervals are analyzed. The model is refined using a genetic algorithm, showing considerable improvements in system performance.

Received: Apr. 13, 2024; Revised: May. 20, 2024; Accepted: Jun. 06, 2024; Published Online: Jun. 13, 2024.

* Associate Professor, Department of Industrial Management, Islamic Azad University, South Tehran Branch, Tehran, Iran.
Corresponding author: mr_shahriari@azad.ac.ir

** Assistant Professor, Department of Business Administration, Islamic Azad University, Shahr-e-Qods Branch, Tehran, Iran.



Original Article

Results and discussion: An optimization mathematical model is presented to address the problem under specified assumptions. A numerical example is provided where the state transition distribution function is exponential, and technical and organizational activities have varying performance intensities. In this example, the performance rate of each subsystem equals the sum of the performance rates of its components, and the system's performance is at least as good as the minimum performance rate of its subsystems. Based on these assumptions, the system's availability probability and cost can be calculated using the model's objective function. The example problems are then solved using a genetic algorithm, and the results are reported.

Conclusions: Recent research indicates that scholars in the field of redundancy allocation models for both binary and multi-state systems have continuously aimed to make these problems more realistic by incorporating new assumptions or eliminating simplifying ones. These efforts underscore the importance of developing mathematical optimization models that consider all system conditions and constraints, addressing the broader issues faced by decision-makers. Our research demonstrates that expanding the dimensions of optimization problems related to redundancy allocation can produce models that better reflect real-world conditions.


Keywords: Availability, Redundancy allocation problem, Supplier selection, Genetic algorithm, Multi-state parallel-series system.

How to Cite: Shahriari, Mohammadreza; Zaretalab, Arash (2024). Optimization of Availability-Redundancy in Multiple Multi-State Parallel-Series Systems Considering Multi-Stage Failures and Supplier Selection. *Ind. Manag. Persp.*, 14(2), 230-252 (In Persian).



بهینه‌سازی دسترس‌پذیری - افزونگی در چندین سیستم سری - موازی چندحالتی به صورت توأم با در نظر گرفتن خرابی‌های چندمرحله‌ای و امکان انتخاب تأمین‌کننده

محمد رضا شهریاری* 

آرش زارع‌طلب** 

چکیده گسترده

مقدمه و اهداف: با توجه به رقابتی شدن بازار و جهانی شدن آن نیاز به دسترس‌پذیری در طراحی محصول در دهه‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. امروزه دسترس‌پذیری شامل نیازمندی‌های عملکردی، استفاده از استانداردها، طراحی، پیش‌بینی دسترس‌پذیری، مدل‌سازی دسترس‌پذیری و بازیابی و بررسی آن است. یکی از اهداف دسترس‌پذیری، طراحی سیستم‌هایی با حداکثر دسترس‌پذیری است. دسترس‌پذیری یک سیستم معمولاً به واسطه بهبود دسترس‌پذیری هر یک از اجزاء یا تخصیص اجزای مازاد بهبود می‌یابد. این بهبودها در عمل به واسطه استفاده از مواد بهتر، فرآیند ساخت بهتر، اصول طراحی استفاده شده و غیره ایجاد می‌شود.

روش‌ها: در این پژوهش، یک رویکرد نوآورانه برای بهینه‌سازی چندین سیستم سری - موازی چندحالتی بررسی می‌شود. این رویکرد به جای محدود کردن بهینه‌سازی به یک سیستم به صورت جداگانه، به بهینه‌سازی هم‌زمان چندین سیستم و بهبود کارایی و عملکرد کلی آن‌ها می‌پردازد. در این سیستم‌ها، تعدادی زیرسیستم موازی قرار دارند که هر یک از این زیرسیستم‌ها دارای اجزای چندحالتی است. این اجزا می‌توانند در حالت‌های مختلف عمل کنند و با ترکیب این حالت‌ها، عملکرد متفاوتی را ارائه دهند. یکی از نکات مهم مورد توجه در این مدل، تأثیر نرخ‌های خرابی چندمرحله‌ای بر سیستم‌ها است که از طریق ترسیم نمودار حالت به وضوح بررسی می‌شود. فرضیه‌های مختلفی در این مدل در نظر گرفته می‌شود؛ از جمله قابلیت انتخاب تأمین‌کننده با شرایط متفاوت، با در نظر گرفتن محدودیت‌های موجود در سیستم. علاوه بر این، اثرات فعالیت‌های فنی و سازمانی بر روی بازه‌های پیوسته بهینه‌سازی سیستم‌ها نیز بررسی و تحلیل می‌شود. در پایان با استفاده از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک، مدل ارائه شده بهبود می‌یابد و نتایج حاصل از آن نشان می‌دهد که عملکرد سیستم به طور کامل بهبود یافته است.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۱/۲۵، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۲/۳۱، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷، تاریخ اولین انتشار: ۱۴۰۳/۰۳/۲۴.

* دانشیار، گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران جنوب، تهران، ایران.

نویسنده مسئول: mr_shahriari@azad.ac.ir

** استادیار، گروه مدیریت بازرگانی، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد شهر قدس، تهران، ایران.

یافته‌ها: در این پژوهش یک مدل بهینه‌سازی ریاضی برای مدل‌سازی مسئله مورد بررسی تحت مفروضات مطرح شده ارائه می‌شود؛ همچنین برای نمونه یک نوع مثال عددی در شرایطی که تابع توزیع انتقال حالت نمایی و فعالیت‌های فنی و سازمانی با شدت عملکرد مختلف هستند، ارائه می‌شود. در این نمونه، فرض می‌شود که نرخ عملکردی هر زیرسیستم با مجموع نرخ عملکردی اجزا آن و عملکرد سیستم با حداقل نرخ عملکردی زیرسیستم‌ها برابر است. می‌توان با توجه به توضیحات داده شده احتمال دسترس‌پذیری سیستم را محاسبه و هزینه سیستم را نیز می‌توان با استفاده از تابع هدف مدل محاسبه کرد. در مرحله بعد با استفاده از الگوریتم ژنتیک، مثال‌های ارائه شده حل و نتایج آن گزارش می‌شود.

نتیجه‌گیری: با مطالعه مقاله‌ها و پژوهش‌های سال‌های اخیر می‌توان دریافت که همواره پژوهشگران عرصه مدل‌های تخصیص افزونگی، چه در زمینه سیستم‌های باینری و چه سیستم‌های چندحالتی، کوشیده‌اند تا با در نظر گرفتن فرضیه‌های جدید و یا حذف کردن فرضیه‌های ساده‌سازی که از سال‌های گذشته در مبنای نظری این مدل‌ها باقی مانده بود، شرایط این نوع مسائل را به دنیای واقعی نزدیک‌تر کنند و به سؤال‌های بیشتری که ذهن تصمیم‌گیرندگان چنین سیستم‌هایی را در امر بهینه‌سازی مشغول کرده بود، پاسخ دهند. این رویکردها از سوی پژوهشگران به نام این موضوع اهمیت و ضرورت ارائه مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی با در نظر گرفتن همه شرایط و محدودیت‌های سیستمی کاربران و مدیران را بیش از پیش مهم‌تر کرده است. در این پژوهش نیز نشان داده شده است که می‌توان با افزایش ابعاد بهینه‌سازی مسائل تخصیص افزونگی، مدل‌هایی را تنظیم کرد که با دنیای واقعی انطباق بیشتری دارند.

کلیدواژه‌ها: دسترس‌پذیری؛ مسئله تخصیص افزونگی؛ انتخاب تأمین‌کننده؛ الگوریتم ژنتیک؛ سیستم سری - موازی چندحالتی.

استناددهی: شهریار، محمدرضا؛ زارع‌طلب، آرش (۱۴۰۳). بهینه‌سازی دسترس‌پذیری - افزونگی در چندین سیستم سری - موازی چندحالتی به صورت توأم با در نظر گرفتن خرابی‌های چندمرحله‌ای و امکان انتخاب تأمین‌کننده. چشم‌انداز مدیریت صنعتی، ۱۴(۲)، ۲۳۰-۲۵۲.



۱. مقدمه

دسترس‌پذیری و قابلیت اطمینان در سال‌های اخیر با افزایش پیچیدگی و ظهور صنایع با فناوری بالا در کانون توجه قرار گرفته است و مطالعات فراوانی توسط پژوهشگران مختلف درباره کاربردهای آن از قبیل سیستم‌های ماهواره‌ای، زنجیره تأمین، سیستم‌های سری - موازی و غیره صورت گرفته است [۱، ۱۶، ۲۰].

به‌طور کلی در این پژوهش تلاش می‌شود امکان انتخاب تأمین‌کننده به‌عنوان یک متغیر به مدل بهینه‌سازی تخصیص افزونگی وارد شود تا تصمیم‌گیرندگان ضمن دریافت هزینه‌های کار کردن با هر تأمین‌کننده و نیز اطلاع از شرایط تخفیف هر یک از آن‌ها بتوانند تأمین‌کننده موردنظر و همچنین مقدار خرید از آن را مشخص کنند.

تیان و همکاران^۱ (۲۰۰۹)، سازوکار بهبود سیستم از طریق تأثیر بر روی نرخ‌های عملکردی را به‌وسیله عواملی با عنوان «فعالیت‌های فنی و سازمانی» پیشنهاد کردند [۲۵]؛ ولی نکته قابل توجه در باره این فعالیت‌ها ماهیت گسسته‌بودن آن‌ها است. در این پژوهش نیز تأثیر این فعالیت‌ها با شدت عملکردی که در یک بازه پیوسته تعریف می‌شود آموخته می‌شود و به این ترتیب مسئله به شرایط واقعی نزدیک‌تر خواهد شد.

در نظر گرفتن خرابی‌های چندمرحله‌ای و تأثیر آن‌ها بر نمودار حالت اجزا و دستگاه معادلات دیفرانسیل به‌منظور به‌دست آوردن توزیع احتمال حالت از جمله موارد دیگری است که در این پژوهش به آن پرداخته می‌شود؛ همچنین در غالب مواقع هدف مدل‌های طراحی شده بهینه‌سازی تنها یک سیستم به‌صورت واحد است و بنابراین تمامی منابع موجود صرف همان سیستم می‌شود. با توجه به اینکه ممکن است تصمیم‌گیرندگان به دنبال بهینه‌سازی چندین سیستم باشند، درحالی‌که دارای منابع محدود و مشترکی برای همه‌ی این سیستم‌ها هستند در این صورت مقدار تخصیص منابع به هر یک از این سیستم‌ها با در نظر گرفتن میزان اهمیت آن‌ها بسیار حائز اهمیت است؛ بنابراین مدل ارائه‌شده در این پژوهش برای بهینه‌سازی چندین سیستم سری موازی چندحالتی به‌صورت توأم به‌جای بهینه‌کردن تنها یک سیستم به‌صورت واحد تنظیم می‌شود. در این پژوهش سطح دسترس‌پذیری سیستم‌ها با استفاده از روش UGF محاسبه می‌شود. در انتها الگوریتم ژنتیک برای حل مدل مربوطه توسعه می‌یابد و نتایج حاصل از آن گزارش خواهد شد.

در این نوع مسائل به‌طور معمول تبادل قابلیت اطمینان یا دسترس‌پذیری با هزینه موردبررسی قرار می‌گیرد که در این راستا بسته به نیاز و شرایط تصمیم‌گیرنده یا حداکثرسازی سطح قابلیت اطمینان (دسترس‌پذیری) در تابع هدف مدنظر قرار می‌گیرد که تحت محدودیت بوده مسئله مدل‌سازی می‌شود و یا حداقل‌سازی هزینه‌ها در تابع هدف تحت محدودیت برآورده‌سازی قابلیت اطمینان (دسترس‌پذیری) مدل‌سازی می‌شود که این نوع تغییر نگاه به مسئله تأثیری در پیچیدگی محاسباتی آن ندارد.

مدل ارائه‌شده در این پژوهش، شکل توسعه‌داده‌شده مدل ارائه‌شده توسط تیان و همکاران (۲۰۰۹)، است که برای بهینه‌سازی مسئله تخصیص افزونگی تحت اجزای چندحالتی مطرح شد [۲۵] با توجه به اینکه در آن پژوهش، روش حل مورد استفاده یک الگوریتم فراابتکاری (ژنتیک) است، با افزایش ابعاد مسئله در مدل ریاضی موجود در این پژوهش استفاده از رویکردهای فراابتکاری قابل توجیه است.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

با بررسی پژوهش‌ها و مطالعات انجام‌شده در زمینه مدل‌های تخصیص افزونگی، مشاهده می‌شود که پژوهشگران همواره سعی کرده‌اند با افزایش ابعاد بهینه‌سازی، فرضیه‌ها را در این مدل‌ها در نظر بگیرند تا مسائل را به شرایط واقعی نزدیک‌تر کنند. برای مثال، کویت^۲ (۲۰۰۳)، یک مدل با قابلیت انتخاب استراتژی افزونگی برای افزایش قابلیت اطمینان سیستم‌های سری - موازی با اجزای دوحالتی ارائه داد که در آن نه‌تنها تعداد و نوع اجزا به‌عنوان متغیر مسئله در نظر گرفته می‌شود، بلکه استراتژی قرارگیری اجزا نیز به‌عنوان یک متغیر جدید، ابعاد بهینه‌سازی مسئله را به‌منظور نزدیک‌شدن به شرایط واقعی، افزایش می‌دهد [۳]. این مدل توسط کویت (۲۰۳۳)، با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح حل شد؛ درحالی‌که این مدل توسط توکلی‌مقدم و همکاران (۲۰۰۸)، با استفاده از الگوریتم ژنتیک تحلیل و حل شد [۲۴].

1. Tian, et al.

2. Coit

در فرم‌های کلاسیک مدل‌های تخصیص افزونگی، هم سیستم و هم اجزا به‌صورت دوحالته در نظر گرفته می‌شوند که به این ترتیب یا کاملاً در حال کار هستند یا کاملاً خراب؛ اما مشخص شده است که سیستم‌ها علاوه بر این دو حالت، حالت‌های حدواسطی را نیز می‌پذیرند که در صورت وقوع خرابی‌های جزئی و برخی نقص‌های عملکردی حاصل می‌شوند. این نوع سیستم‌ها را به‌عنوان «سیستم‌هایی با اجزای چندحالته» می‌شناسند که پژوهش‌های لیسنیانسکی و لویتین^۱ (۲۰۰۳) و زو و تیان (۲۰۰۶)، به‌خوبی مبین این نوع سیستم‌ها هستند [۱۳، ۳۱].

برای بهینه‌سازی سیستم‌های چندحالته در گذشته پژوهش‌های زیادی انجام شده است که عموماً در بیشتر پژوهش‌ها تلاش اصلی برای بهینه‌کردن سطح افزونگی در زیرسیستم‌های مختلف یک سیستم بوده است. در همین راستا لویتین و همکاران^۲ (۱۹۹۸)، یک مدل برای تعیین ورژن‌های بهینه اجزا و افزونگی زیرسیستم‌های مختلف در سیستم‌های سری-موازی چندحالته ارائه دادند [۸]. روشی ابتکاری از سوی مارکز کویت (۲۰۰۴)، برای حل مسئله تخصیص افزونگی چندحالته مطرح شد [۲۱]. تیان و زو (۲۰۰۶)، نیز روشی مبتنی بر برنامه‌ریزی فیزیکی مطرح کردند [۲۶].

از جمله پژوهش‌های اخیر می‌توان به پژوهش پورکریم گیلانی و همکاران (۲۰۱۴) اشاره کرد که در آن با استفاده از فرضیات مارکوف حالات سیستم را به‌گونه‌ای تعریف کردند تا با استفاده از دستگاه معادلات دیفرانسیل بتوان دسترس‌پذیری یک سیستم سه‌حالته را محاسبه کرد [۶]. در زمینه روش‌های حل مسائل بهینه‌سازی تخصیص افزونگی برای سیستم‌های سری موازی زارع طلب و همکاران (۲۰۱۵)، توانستند با استفاده از ماتریس حافظه و تلفیق آن با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید کیفیت پاسخ‌های به‌دست‌آمده را به‌طور قابل ملاحظه‌ای بهبود بخشند [۳۰].

اما در تمامی این پژوهش‌ها برای بهینه‌سازی سیستم، تنها تخصیص افزونگی مطرح بوده است؛ حال آنکه می‌توان ابعاد دیگری را برای بهینه‌سازی سیستم در نظر گرفت به همین دلیل تیان و همکاران (۲۰۰۹)، رویکرد نوینی از بهینه‌سازی سیستم‌های سری - موازی را معرفی کردند که در آن نشان داده شده است اساساً دو گزینه برای بهینه‌سازی سیستم وجود دارد که عبارت‌اند از [۲۵]:

۱. بهبود قابلیت اطمینان اجزا از طریق تأثیر بر روی نرخ‌های عملکردی؛

۲. تخصیص افزونگی بهینه در زیرسیستم‌های مختلف.

در همین راستا تیان و همکاران (۲۰۰۸)، با الهام‌گرفتن از این موضوع یک روش بهینه‌سازی مشترک قابلیت اطمینان-افزونگی برای سیستم‌های سری-موازی چندحالته ارائه کردند که در آن هم حالت‌های توزیع اجزا متأثر از نرخ‌های تبدیل و هم افزونگی به‌عنوان متغیرهای طراحی در نظر گرفته می‌شوند [۲۷].

در رابطه با پیچیدگی محاسباتی این نوع مسائل گفتنی است چرن^۳ (۱۹۹۲)، اثبات کرد مسئله تخصیص افزونگی در ساده‌ترین فرم قابل‌ارائه به لحاظ فرضیه‌ها از دسته مسائل NP-Hard است [۲]. چنانکه اجزای به‌کاررفته در سیستم مورد مطالعه چرن (۱۹۹۲)، دارای اجزای باینری است؛ در صورتی که سیستم دارای اجزای چندحالته باشد پیچیدگی محاسباتی بسیار بیشتر از حالت قبل است. علت این پیچیدگی استفاده از الگوریتم UGF برای محاسبه سطح دسترس‌پذیری سیستم است که به‌مراتب از تابع ارائه شده برای محاسبه قابلیت اطمینان سیستم مورد مطالعه چرن (۱۹۹۲)، پیچیده‌تر است. افزون بر پیچیدگی محاسباتی مسئله تخصیص افزونگی با اجزای چندحالته، عمده علتی که همواره در مبانی نظری از روش‌های فراابتکاری برای بهینه‌سازی این نوع سیستم‌ها استفاده می‌شود، این است که به لحاظ عملیاتی امکان محاسبه دسترس‌پذیری این نوع سیستم‌ها با استفاده از توابع ریاضی نیست و بنابراین جهت محاسبه دسترس‌پذیری از الگوریتم‌های دسته‌بندی‌کننده حالات نظیر UGF برای این منظور استفاده می‌شود. در جدول ۱ تعدادی از پژوهش‌های مهم ارائه‌شده در زمینه بهینه‌سازی تخصیص افزونگی با اجزای چندحالته ارائه شده که در همه آن‌ها به دلایل ذکرشده همواره از الگوریتم‌های فراابتکاری برای بهینه‌سازی و مدیریت پیچیدگی مسئله استفاده شده است.

1. Lisnianski and Levitin
2. Levitin, et al.
3. Chern

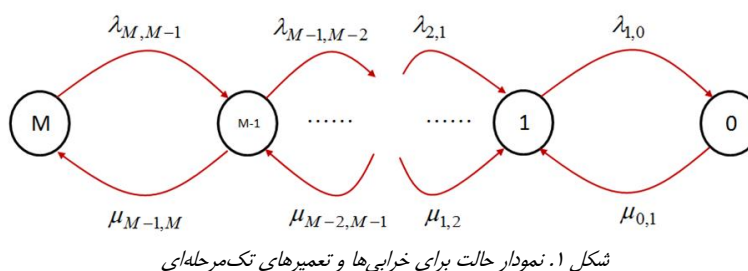
جدول ۱. برخی از پژوهش‌های ارائه‌شده در زمینه بهینه‌سازی سیستم‌های چندحالتی و الگوریتم‌های مورد استفاده در آن‌ها

پژوهشگر (سال)	تعداد اهداف	الگوریتم	حالت
دینگ و لیسنیانسکی ^۱ (۲۰۰۸) [۵]	تک‌هدفه	ژنتیک	چندحالتی
اوزینب و همکاران ^۲ (۲۰۱۱) [۱۹]	تک‌هدفه	ژنتیک	چندحالتی
شارما و اگروال ^۳ (۲۰۰۹) [۲۳]	تک‌هدفه	کلونی مورچگان	چندحالتی
اوزینب و همکاران (۲۰۰۸) [۱۸]	تک‌هدفه	جست‌وجوی ممنوع	چندحالتی
لویتین و همکاران ^۴ (۲۰۱۳) [۹]	تک‌هدفه	ژنتیک	چندحالتی
ماتوک و همکاران ^۵ (۲۰۱۳) [۱۵]	تک‌هدفه	ژنتیک	چندحالتی
موسوی و همکاران ^۶ (۲۰۱۵) [۱۷]	چندهدفه	ژنتیک چندهدفه	چندحالتی

۳. روش‌شناسی پژوهش

نمودار حالت و دستگاه معادلات دیفرانسیل. به فرآیندی تصادفی که احتمالات آینده آن از طریق مفادیر اخیر آن محاسبه می‌شود، «فرآیند مارکوف» می‌گویند. فرض اساسی در فرآیند مارکوف آن است که احتمال تغییر سیستم از حالتی به حالت دیگر، فقط به حالت جاری سیستم وابسته بوده و مستقل از حالت‌های سیستم در گذشته است. اگر در این فرآیند، زمان به سه دوره گذشته، حال و آینده تقسیم شود، در این صورت آینده فرآیند به مسیری که در گذشته طی شده است، بستگی ندارد و تنها به موقعیت آن در زمان حال وابسته است.

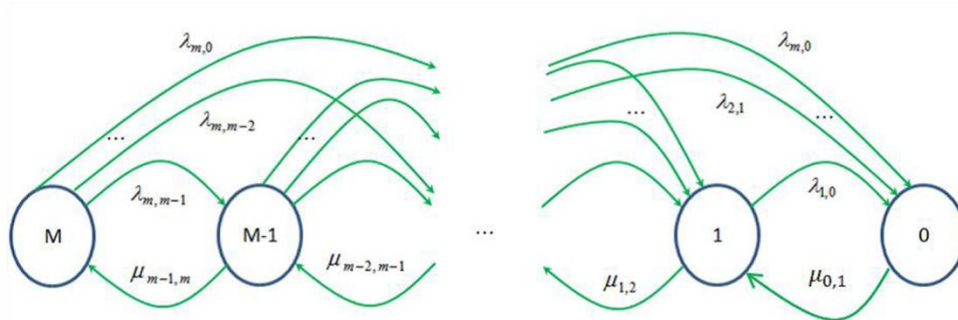
در اغلب مواقع به مورد خاصی پرداخته می‌شود که در آن یک مؤلفه دارای $M+1$ حالت محتمل است و همان‌طور که در شکل ۱، نشان داده شده است، این‌طور فرض می‌شود که انتقال تنها بین دو حالت مجاور رخ می‌دهد؛ به عبارت دیگر در چنین وضعیتی امکان خرابی در حالت‌های مختلف تک‌مرحله‌ای فرض می‌شود؛ بنابراین یک سامانه از معادله‌های مختلف همان‌طور که شکل ۱، نشان داده شده است، باید حل شود تا بتوان حالت توزیع مؤلفه در زمان داده شده t را تعیین کرد.



$$P_i'(t) = \lambda_{i+1,i} P_{i+1}(t) - (\lambda_{i,i-1} + \mu_{i,i+1}) P_i(t) + \mu_{i-1,i} P_{i-1}(t) \quad ; \quad i = 0, 1, \dots, M \quad (۱) \text{ رابطه}$$

با فرض وجود خرابی‌های چندمرحله‌ای نمودار حالت و دستگاه معادلات دیفرانسیل به صورت شکل ۲، تغییر پیدا می‌کند که در آن امکان تبدیل حالت بین وضعیت‌ها بسط داده شده است و در صورت وقوع خرابی‌هایی با ابعاد گسترده این احتمال وجود دارد که تا چندین مرحله به سمت از کارافتادگی محض پیش روی کند.

1. Ding and Lisnianski
2. Ouzineb, et al.
3. Sharma and Agarwal
4. Levitin, et al.
5. Maatouk, et al.
6. Mousavi, et al.



شکل ۲. نمودار حالت برای خرابی‌های چندمرحله‌ای

$$\begin{aligned}
 p'_M(t) &= -\left(\sum_{i=0}^{m-1} \lambda_{m,i}\right) p_m(t) + \mu_{m-1,m} p_{m-1}(t) \\
 p'_j(t) &= -\left(\sum_{i=0}^{j-1} (\lambda_{j,i}) + \mu_{j,j+1}\right) p_j(t) + \\
 &\sum_{i=j+1}^M \{\lambda_{i,j} p_i(t)\} + \mu_{j-1,j} p_{j-1}(t); j = 2, 3, \dots, M-1 \\
 p'_1(t) &= -\lambda_{1,0} p_1(t) + \left(\sum_{i=2}^M \lambda_{i,1}\right) p_i(t)
 \end{aligned}
 \tag{۲}$$

جایی که $P_0(t), P_1(t) \dots P_M(t)$ برابر احتمال وجود مؤلفه به‌ترتیب در حالت‌های صفر و ۱ و ... و M در زمان t است و λ_{ij} هم نرخ خرابی از حالت i به حالت j و μ_{ij} هم نرخ تعمیر از حالت i به حالت j را نشان می‌دهد. و شرایط اولیه برای این معادلات به‌صورت رابطه ۳، است.

$$\begin{aligned}
 p_i(0) &= 0 \quad ; \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \\
 p_M(0) &= 1
 \end{aligned}
 \tag{۳}$$

فعالیت‌های فنی و سازمانی با شدت عملکرد پیوسته. این فعالیت‌ها در دو سطح به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

۱. فعالیت‌های در سطح اجزا

۲. فعالیت‌های در سطح زیرسیستم

نحوه عملکرد این فعالیت‌ها به این ترتیب است که با تأثیرگذاری بر نرخ‌های تبدیل و تغییر ضرایب دستگاه معادلات دیفرانسیل سعی در بهبود سطح دسترس‌پذیری سیستم‌ها دارند در این پژوهش از AC برای فعالیت‌های در سطح اجزا و از AS برای فعالیت‌های در سطح زیرسیستم استفاده می‌شود. تفاوت بین این دو فعالیت در این است که فعالیت‌های در سطح اجزا تنها بر روی اجزایی خاص از یک زیرسیستم که قبلاً تعریف شده است، تأثیر می‌گذارند و هزینه آن‌ها به تعداد اجزای متأثر وابسته است؛ ولی فعالیت‌های در سطح زیرسیستم بر روی تمام اجزای موجود در آن زیرسیستم تأثیر می‌گذارند و هزینه آن‌ها مستقل از تعداد اجزای موجود در زیرسیستم است. رابطه ۴، نحوه تأثیرگذاری یک فعالیت در سطح اجزا را بر روی یک نرخ خرابی خاص نشان می‌دهد.

$$\lambda = \lambda - \alpha AC \cdot \lambda
 \tag{۴}$$

در رابطه ۴، α پارامتر تعیین‌کننده حداکثر میزان اثرگذاری فعالیت مربوطه بر روی این نرخ خرابی را نشان می‌دهد و AC شدت عملکرد فعالیت موردنظر را مشخص می‌کند. برای مثال اگر:

$$\begin{aligned}
 \lambda &= 0.1 \\
 \alpha &= 0.5
 \end{aligned}$$

یعنی اگر فعالیت موردنظر به صورت کامل و با شدت عملکرد ۱۰۰ درصد انجام شود، قادر است نرخ خرابی ۰/۱ تا نصف کاهش دهد. حال اگر AC برابر با ۰/۶ شود؛ یعنی این فعالیت با شدت عملکرد ۶۰ درصد انجام شده است؛ بنابراین مقدار λ به صورت زیر کاهش می‌یابد.

تابع مولد عمومی. مفهوم تابع مولد عمومی^۱ (UGF)، توسط یوشاکف^۲ (۱۹۸۷)، معرفی و برای ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم‌ها به کار گرفته شد [۲۸]. در مطالعاتی که توسط لیسنیانسکی و همکاران^۳ (۱۹۹۶)، صورت گرفت، رویکرد تابع UGF برای ارزیابی عملکرد چندین سیستم چندحالتی شامل زیرسیستم‌های سری، موازی، سری-موازی مورد مطالعه قرار گرفت [۱۳]. در حالتی که سیستم و اجزا چندحالتی باشند، برای هر یک از حالات عملکرد عناصر یک عدد احتمالی لحاظ خواهد شد و این موضوع تعداد کل حالات یک سیستم را تا اندازه زیادی افزایش خواهد داد و به تبع استفاده از روابط کلاسیک محاسبه قابلیت اطمینان را تقریباً غیرممکن می‌سازد. به همین دلیل برای محاسبه قابلیت اطمینان و قابلیت در دسترس بودن سیستم، تمایل به استفاده از روش‌های ریاضی ایجاد شد. در این رابطه در پژوهشی که بر روی مسئله تخصیص افزونگی سیستم‌های چندحالتی صورت گرفت، از روش ریاضی UGF برای محاسبه قابلیت اطمینان و قابلیت در دسترس بودن سیستم استفاده شد. این روش تعداد کل حالات سیستم را تا اندازه قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌دهد و در نتیجه محاسبه قابلیت اطمینان و قابلیت در دسترس بودن سیستم را بسیار سهل می‌کند [۱۴]؛ البته روش‌های دیگری برای محاسبه قابلیت اطمینان و دسترس پذیری سیستم وجود دارد که از این دست می‌توان به روش الگوریتم بازگشتی ارائه شده در پژوهش لی و زو^۴ (۲۰۰۸)، اشاره کرد که در آن تلاش شده است زمان محاسباتی تا حد امکان کاهش بیابد [۱۰]. در این پژوهش تلاش می‌شود تا با استفاده از تابع UGF، سطح دسترس پذیری کل سیستم محاسبه شود.

مفروضات

- مؤلفه‌ها مستقل هستند؛
- اجزا Multi State یا چندحالتی هستند؛
- مؤلفه در حالت‌های مختلف دارای نرخ‌های عملکردی متفاوت هستند؛
- نرخ عملکرد یک زیرسیستم موازی چندحالتی با مجموع نرخ‌های عملکردی اجزای آن برابر است؛
- نرخ عملکرد یک سیستم سری - موازی چندحالتی با حداقل نرخ عملکردی زیرسیستم‌های آن برابر است؛
- هزینه‌ی فعالیت‌های فنی و سازمانی در سطح زیرسیستم مستقل از تعداد اجزای به کار رفته در آن زیرسیستم است و بر روی همه اجزا موجود در آن زیرسیستم تأثیر می‌گذارد؛
- هزینه فعالیت‌های فنی و سازمانی در سطح اجزا وابسته به تعداد متأثر از آن‌ها است و تنها بر روی اجزای هدف تأثیر می‌گذارد؛
- امکان وقوع خرابی‌های چندمرحله‌ای وجود دارد؛
- بهینه‌سازی در چندین سیستم به طور هم‌زمان رخ می‌دهد؛
- هر سیستم باید حداقل سطح دسترس پذیری تعریف شده برای خود را داشته باشد؛
- اجزای مورد نیاز از تأمین‌کنندگان مختلف قابل خریداری هستند؛
- تأمین‌کنندگان از سیاست‌های تشویقی یا تخفیف برای جذب مشتریان بیشتر استفاده می‌کنند.

پارامترها و متغیرهای طراحی

$P_{h,j}^i(t)$: احتمال وجود اجزا با ورژن h درون سیستم i در حالت j و در زمان t

$g_{h,j}^i$: نرخ عملکرد اجزا با ورژن h درون زیرسیستم i در حالت j

$u_h^i(t)$: تابع ugf برای اجزا با ورژن h درون زیرسیستم i

1. Universal Generation Function
2. Ushakov
3. Lisnianski, et al.
4. Li & Zuo

- \otimes_{φ} : اپراتور تابع ugf
- $P_j^i(t)$: احتمال وجود زیرسیستم i در حالت j در زمان t
- g_j^i : نرخ عملکرد اجزا با ورژن i در حالت j
- $u^i(t)$: تابع ugf برای زیرسیستم i
- $p_i(t)$: احتمال وجود کل سیستم در حالت j در زمان t
- g_j : نرخ عملکرد کل سیستم در حالت j
- $U(z)$: تابع ugf مربوط به کل سیستم
- $A_b(w_{0b})$: سطح دسترس‌پذیری کل سیستم b تحت نرخ عملکرد w_0
- A_{b_0} : مقدار محدودیت در دسترس بودن سیستم b
- n_{kbih} : تعداد اجزای خریداری شده ورژن h برای زیرسیستم i مربوط به سیستم b از تأمین کننده k
- n_{Max} : حداکثر تعداد قرارگیری اجزا درون هر زیرسیستم و برای هر سیستم
- AC_{bihv} : فعالیت در سطح اجزا v بر روی اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i مربوط به سیستم b
- AS^{biw} : فعالیت در سطح زیرسیستم w بر روی زیرسیستم i مربوط به سیستم b
- α_{bihvcd} : ضریب حداکثر میزان تأثیرگذاری فعالیت در سطح اجزا v برای نرخ انتقال از حالت c به d بر روی اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i مربوط به سیستم b
- β_{bihvcd} : ضریب حداکثر میزان تأثیرگذاری فعالیت در سطح زیرسیستم w برای نرخ انتقال از حالت c به d بر روی اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i مربوط به سیستم b
- λ_{bihcd} : نرخ خرابی مربوط به انتقال از حالت c به d ($c > d$) برای اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i در سیستم b
- μ_{bihcd} : نرخ تعمیر مربوط به انتقال از حالت c به d ($c < d$) برای اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i در سیستم b
- CAC_{bihv} : هزینه واحد برای اعمال فعالیت در سطح اجزا v بر روی اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i مربوط به سیستم b
- $CACO_{bihv}$: هزینه کلی برای اعمال فعالیت در سطح اجزا v بر روی اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i مربوط به سیستم b
- CAS^{biw} : هزینه کلی برای اعمال فعالیت در سطح زیرسیستم w بر روی اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i مربوط به سیستم b
- CO_{kbih} : هزینه ثابت خرید اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i مربوط به سیستم b از تأمین کننده k
- CC_{kbih} : هزینه به‌ازای هر واحد خرید اجزا با ورژن h برای زیرسیستم i مربوط به سیستم b از تأمین کننده k
- M_i : حداکثر حالت ممکن برای اجزا در زیرسیستم i
- M_{si} : حداکثر حالت ممکن برای زیرسیستم i
- M : حداکثر حالت ممکن برای سیستم سری - موازی
- L : تعداد تأمین کنندگان
- B : تعداد سیستم‌های موجود
- S_b : تعداد زیرسیستم‌های موجود در سیستم b
- H_{bi} : تعداد ورژن‌های موجود در زیرسیستم i سیستم b
- V_{bi} : تعداد فعالیت در سطح اجزا در زیرسیستم i سیستم b
- W_{bi} : تعداد فعالیت در سطح زیرسیستم در زیرسیستم i سیستم b
- M_{kih} : حداکثر مقدار خرید از اجزا با ورژن h موجود در زیرسیستم i مربوط به تأمین کننده k
- X_{kbih} : اگر اجزا با ورژن h موجود در زیرسیستم i مربوط به سیستم b از تأمین کننده k خریداری شود، ۱؛ در غیر این صورت صفر است.

σ_k : مبلغ پرداختی مربوط به تأمین‌کننده k

d_k : ضریب تخفیف مربوط به تأمین‌کننده k

u_{kf} : اگر مبلغ پرداختی به تأمین‌کننده k در سطح خرید f قرار گیرد، ۱؛ در غیر این صورت صفر است.

q_f : حداقل هزینه‌ی لازم برای اینکه مبلغ پرداختی به هر تأمین‌کننده در سطح خرید f قرار گیرد.

z_k : ضریب تخفیف مربوط به سطح خرید f برای هر تأمین‌کننده

F : تعداد سطوح خرید

مدل بهینه‌سازی ریاضی. بر خلاف برخی مدل‌های ارائه‌شده که امکان قرارگیری اجزای متنوع در یک زیرسیستم را به صورت یک فرض ساده سازنشدنی تلقی کرده‌اند و در هر زیرسیستم تنها یک نوع جز می‌تواند وجود داشته باشد، در مدل ریاضی مطرح‌شده در این پژوهش امکان قرارگرفتن انواع و ورژن‌های متنوع اجزا نیز امکان‌پذیر است.

این واقعیت که تنها با تخصیص افزونگی و افزایش تعداد اجزای قرارگرفته در یک زیرسیستم به صورت موازی برای بهبود قابلیت اطمینان یا سطح دسترس‌پذیری سیستم‌های سری - موازی تلاش شود، لازم است اما کافی نیست. مطالعات پژوهشگران در این زمینه نشان می‌دهد که بهبود عملکرد هر یک از اجزای به‌کاررفته در زیرسیستم‌های مختلف یک سیستم نیز یک اصل بسیار مهم است؛ بنابراین فرایندهای بهینه‌سازی چه با هدف افزایش دسترس‌پذیری (قابلیت اطمینان) و چه با هدف کاهش هزینه‌های طراحی باید با لحاظ کردن هر دو رویکرد ارائه و توسعه داده شوند. در این پژوهش از فعالیت‌های فنی و سازمانی در دو سطح اجزا و زیرسیستم برای بهبود عملکرد بهره گرفته شده است.

مدل‌های ارائه‌شده در این زمینه همواره برای بهبود تنها یک سیستم مشخص ارائه شده است؛ این در حالی است که بهینه‌سازی چندین سیستم به‌طور هم‌زمان و با داشتن منابعی محدود برای تصمیم‌گیرندگان به‌عنوان یک چالش باقی می‌ماند؛ به‌طوری‌که تخصیص کارایی منابع و تجهیزات به سیستم‌های مختلف با توجه به میزان اهمیت آن‌ها برای کاربران بسیار مهم است. در مدل ریاضی ارائه‌شده در این پژوهش تلاش شده است تا ابتدا با ایجاد تمایز در سیستم‌های مختلف میزان اهمیت آن‌ها تعیین شود. این مسئله با دادن اختیار به تصمیم‌گیرنده برای تعیین پارامترهایی در مدل میسر شده است که در واقع مشخص‌کننده دو اصل کلی است اول تعیین میزان انتظار خود از سیستم است که از این طریق بیان می‌کند هر سیستم تا چه زمانی به‌عنوان یک سیستم سالم تعریف می‌شود؛ بنابراین اگر عملکرد سیستم در اثر وقوع خرابی‌های جزئی یا کلی به پایین‌تر از میزان درخواست‌شده برسد، یک سیستم خراب تلقی می‌شود. اصل دوم تعیین حداقل سطح دسترس‌پذیری موردانتظار از هر سیستم تحت نرخ عملکرد انتظاری است؛ بنابراین پاسخ‌هایی که این سطح حداقلی را ارضا نکنند، غیرموجه محسوب می‌شوند. پس از این مرحله که آن را «فاز اهمیت‌دهی به سیستم‌ها» می‌نامند، فرایند بهینه‌سازی برای تخصیص منابع در اختیار به هر سیستم انجام می‌شود.

به‌طور متداول خروجی مدل‌های تخصیص افزونگی، تعیین تعداد بهینه یا نزدیک به بهینه‌ی اجزای به‌کاررفته در هر زیرسیستم و حداکثر تعیین نوع این اجزا برای بهبود دسترس‌پذیری کل سیستم است؛ اما اطلاعاتی مبنی بر اینکه این اجزا از چه طریق خریداری شود را نمی‌دهند. بر این اساس تصمیم‌گیرنده بعد از مشخص شدن مقادیر و انواع اجزا رها می‌شود. دلیل چنین مسئله‌ای این است که در مدل‌های ارائه‌شده تنها به سیستم مورد مطالعه برای بهبود توجه می‌شود و عملاً ارتباطی میان متغیرهای این مدل‌ها و شرایط تأمین‌کنندگان اجزای مشخص‌شده وجود ندارد در همین راستا ممکن است استفاده از یک نوع جز با تعدادی مشخص در یک زیرسیستم انتخاب خوبی باشد؛ ولی با بررسی شرایط تأمین‌کنندگان آن مشخص شود که استفاده از آن به صرفه نیست یا برعکس. از سوی دیگر اعمال سیاست‌های تشویقی از طرف تأمین‌کنندگان برای جذب مشتریان بیشتر، عاملی است که نباید از نظر دور نگه داشت؛ چراکه به‌طور آشکار بر تصمیمات تأثیر می‌گذارند. در مدل ریاضی ارائه‌شده در این پژوهش ضمن تعیین تعداد و نوع اجزا برای تصمیم‌گیرندگان، میزان خرید هر نوع جز از هر تأمین‌کننده با در نظر گرفتن سیاست‌های تشویقی و تخفیفی آن‌ها مشخص می‌شود. یکی دیگر از فرضیه‌هایی که به‌طور معمول در مدل‌های بهینه‌سازی برای افزایش دسترس‌پذیری سیستم‌ها مطرح شده است، انتقال تک‌مرحله‌ای حالات یک سیستم است؛ به این معنا که هر سیستم در هر لحظه یا یک مرحله به سمت افزایش کارایی (تعمیر) و یا یک مرحله به سمت کاهش کارایی (خرابی) پیش می‌رود؛ حال آنکه می‌دانیم وقوع خرابی‌ها و تبعات حاصل از آن‌ها در بسیاری از سیستم‌ها بعضاً قابل پیش‌بینی نیست و

ممکن است در هر لحظه رخداد یک خرابی سیستم را تا چندین مرحله به سمت خرابی محض پیش ببرد. این مورد با توجه به ارادی بودن فرایندهای تعمیر کمی بعید به نظر می‌رسد؛ بنابراین در مدل ارائه‌شده در این پژوهش انتقال حالات سیستم‌ها بر اساس نرخ‌های خرابی تک‌مرحله‌ای و چندمرحله‌ای و نیز نرخ‌های تعمیر تک‌مرحله‌ای فرض شده است تا به این ترتیب امکان وقوع هر نوع حادثه‌ی پیش‌بینی‌نشده در بهینه‌سازی سیستم لحاظ شود.

$$\text{Min} \sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^{S_b} \sum_{h=1}^{H_{bi}} \sum_{v=1}^{V_{bi}} \left\{ AC_{bihv} \left\{ CACO_{bihv} + \sum_{k=1}^L (n_{kbih} \cdot CAC_{bihv}) \right\} \right\} + \sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^{S_b} \sum_{w=1}^{W_{bi}} \{ AS_{biw} \cdot CAS_{biw} \} + \sum_{k=1}^L (\sigma_k \cdot d_k) \quad \text{رابطه (۵)}$$

st :

$$\sigma_k = \sum_{b=1}^B \sum_{i=1}^{S_b} \sum_{h=1}^{H_{bi}} (CO_{kbih} \cdot x_{kbih} + n_{kbih} \cdot CC_{kbih}) \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$q_f \cdot u_{kf} \leq \sigma_k \cdot u_{kf} < q_{f+1} \cdot u_{kf} \quad \text{رابطه (۷)}$$

$$\sum_{f=1}^F u_{kf} \leq 1 \quad \text{رابطه (۸)}$$

$$d_k = \sum_{f=1}^F (u_{kf} \cdot z_{kf}) \quad \text{رابطه (۹)}$$

$$A_b(w_0) \geq A_{b_0} \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

$$\sum_{k=1}^L \sum_{h=1}^{H_{bi}} n_{kbih} \leq n_{Max} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

$$\sum_{b=1}^B n_{kbih} \leq M_{kih} \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

$$n_{kbih} \leq x_{kbih} \cdot n_{Max} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

$$\lambda_{bihcd} = \lambda_{bihcd} - \alpha_{bihvcd} \cdot AC_{bihv} \cdot \lambda_{bihcd} \quad ; \quad (c > d) \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

$$\mu_{bihcd} = \mu_{bihcd} + \alpha_{bihvcd} \cdot AC_{bihv} \cdot \mu_{bihcd} \quad ; \quad (c < d) \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

$$\lambda_{bihcd} = \lambda_{bihcd} - \beta_{bihwcd} \cdot AC_{biw} \cdot \lambda_{bihcd} \quad ; \quad (c > d) \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

$$\mu_{bihcd} = \mu_{bihcd} + \beta_{bihwcd} \cdot AC_{biw} \cdot \mu_{bihcd} \quad ; \quad (c < d) \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

$$n_{kbih} \geq 0, \text{int} \quad x_{kbih} = 0 \text{ Or } 1, \quad u_{kf} = 0 \text{ Or } 1, \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

$$0 \leq AC_{bihv} \leq 1, \quad 0 \leq AS_{biw} \leq 1$$

- محدودیت ۶: هزینه‌ی پرداختی مربوط به هر تأمین‌کننده را تعیین می‌کند.

- محدودیت ۷: تعیین می‌کند هزینه‌ی پرداختی مربوط به هر تأمین‌کننده در کدام سطح خرید قرار می‌گیرد.

- محدودیت ۸: تضمین می‌کند که هزینه پرداختی مربوط به هر تأمین‌کننده در بیش از یک سطح خرید نمی‌تواند قرار بگیرد.

- محدودیت ۹: ضریب تخفیف مربوط به هر تأمین‌کننده را مشخص می‌کند.

- محدودیت ۱۰: سطح دسترس‌پذیری کل هر سیستم تحت نرخ عملکرد w_0 نباید از حداقل دسترس‌پذیری تعریف‌شده برای آن سیستم کمتر باشد.

- محدودیت ۱۱: مجموع تعداد اجزای به‌کاررفته در هر زیرسیستم نباید بیشتر از n_{max} شود.

- محدودیت ۱۲: مجموع اجزا با وزن h در زیرسیستم i مربوط به همه سیستم‌ها که از هر تأمین‌کننده گرفته می‌شود، نباید از موجودی آن تأمین‌کننده بیشتر شود.

- محدودیت ۱۳: در صورتی اجازه خرید هر قلم از هر تأمین‌کننده را داریم که آن تأمین‌کننده برای تهیه آن قلم انتخاب شده باشد.

- محدودیت ۱۴: نمایانگر میزان تأثیرگذاری فعالیت در سطح اجزا بر روی نرخ‌های خرابی است.
- محدودیت ۱۵: نمایانگر میزان تأثیرگذاری فعالیت در سطح اجزا بر روی نرخ‌های تعمیر است.
- محدودیت ۱۶: نمایانگر میزان تأثیرگذاری فعالیت در سطح زیرسیستم بر روی نرخ‌های خرابی است.
- محدودیت ۱۷: نمایانگر میزان تأثیرگذاری فعالیت در سطح زیرسیستم بر روی نرخ‌های تعمیر است.

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

مثال عددی. در این بخش برای نمایش مدل و روش حل ارائه‌شده در پژوهش از یک نمونه استفاده شده که در پژوهش تیان و همکاران (۲۰۰۹)، آورده شده است. اگر فرض شود که دو سیستم مشابه سری - موازی هر کدام با دو زیرسیستم موازی که به صورت سری متصل شده‌اند، وجود دارد. ۳ ورژن مختلف از اجزا برای زیرسیستم ۱ در بازار آماده وجود دارد. هر ورژن از اجزا دارای سه حالت محتمل صفر و یک و دو است. برای زیرسیستم ۱ تعداد ۵ فعالیت فنی و سازمانی در سطح اجزا و ۳ فعالیت فنی و سازمانی در سطح زیرسیستم وجود دارد در مورد زیرسیستم ۲، چهار ورژن مختلف که هر کدام دو حالت محتمل صفر و یک دارند، موجود است. همین‌طور ۳ فعالیت فنی و سازمانی در سطح اجزا و ۱ فعالیت فنی و سازمانی در سطح زیرسیستم برای زیرسیستم ۲ وجود دارد. فرض می‌شود که احتمال رخداد خرابی‌ها به صورت چندمرحله‌ای و احتمال رخداد تعمیرات به صورت جزئی یا یک مرحله‌ای وجود دارد.

در این نمونه، فرض می‌شود که نرخ عملکردی هر زیرسیستم با مجموع نرخ عملکردی اجزا آن و عملکرد سیستم با حداقل نرخ عملکردی زیرسیستم‌ها برابر است. می‌توان با توجه به توضیحات داده‌شده احتمال در دسترس بودن سیستم را محاسبه کرد و هزینه سیستم را نیز می‌توان با استفاده از تابع هدف مدل به دست آورد. فرض شده است که در این مسئله تنها یک سطح مطالباتی وجود دارد که با w_0 نشان داده می‌شود؛ ولی حداقل سطح دسترس‌پذیری برای سیستم‌ها با یکدیگر متفاوت است. به این ترتیب سیستم‌هایی که دارای اهمیت بیشتری هستند را می‌توان با حداقل سطح دسترس‌پذیری بالاتر مشخص کرد. در این مثال در سیستم ۱، $A_{10}=0.9$ و در سیستم ۲، $A_{20}=0.8$ لحاظ می‌شود. دوره‌ی زمانی مطلوب $t=100$ است و حداکثر تعداد اجزای مجاز برای قرارگیری در هر زیرسیستم برابر $n_{max}=10$ است. سایر اطلاعات مسئله در جدول‌های ۲ تا ۲۱، آمده است. با توجه به مشابه بودن دو سیستم مشخصات زیرسیستم‌های آن‌ها با هم برابر است.

جدول ۲. نرخ‌های خرابی تعمیر و عملکردی اجزا در حالت‌های مختلف برای زیرسیستم ۱

ورژن	g_{h1}^1	g_{h2}^1	λ_{b1h10}	λ_{b1h21}	λ_{b1h20}	μ_{b1h01}	μ_{b1h12}
۱	۳۰	۶۰	۰.۰۴	۰.۰۵	۰.۰۲۵	۰.۴	۰.۶
۲	۵۰	۱۰۰	۰.۰۸	۰.۰۹	۰.۰۴۵	۰.۴	۰.۵
۳	۶۰	۱۲۰	۰.۰۵	۰.۰۶	۰.۰۳	۰.۵	۰.۷

جدول ۳. هزینه ثابت خرید و هزینه به‌ازای هر واحد اجزا برای زیرسیستم ۱

تأمین‌کننده	ورژن ۱		ورژن ۲		ورژن ۳	
	CC_{kb11}	CO_{kb11}	CC_{kb12}	CO_{kb12}	CC_{kb13}	CO_{kb13}
۱	۱۸	۱۰	۲۵	۱۵	۴۰	۳۰
۲	۲۰	۱۱	۲۲	۱۲	۴۵	۳۳
۳	۱۹	۱۰	۲۳	۱۴	۴۲	۳۳

جدول ۴. مشخصات فعالیت‌های در سطح اجزا برای اجزا با ورژن ۱ در زیرسیستم ۱

ورژن	CAC_{b11v}	CAC_{b11v}	α_{b11v10}	α_{b11v21}	α_{b11v20}	α_{b11v01}	α_{b11v12}
۱	۰.۱	۱	۰	۰.۱	۰	۰	۰
۲	۰.۴	۱.۵	۰	۰.۲	۰	۰	۰
۳	۰.۸	۳.۱	۰.۱	۰.۲	۰	۰	۰
۴	۰	۴	۰.۲	۰.۳	۰	۰	۰
۵	۲	۰.۴	۰	۱	۰	۰.۵	۰

جدول ۵. مشخصات فعالیت‌های در سطح اجزا برای اجزا با ورژن ۲ در زیرسیستم ۱

ورژن	CAC_{b12v}	CAC_{b12v}	α_{b12v10}	α_{b12v21}	α_{b12v20}	α_{b12v01}	α_{b12v12}
۱	۰.۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۰.۵	۱.۵	۰	۰	۰	۰	۰
۳	۰.۹	۳.۱	۰	۰.۲	۰	۰	۰
۴	۰	۴	۰.۱	۰.۳	۰	۰	۰
۵	۲	۰.۴	۰	۰	۰	۰.۶	۰

جدول ۶. مشخصات فعالیت‌های در سطح اجزا برای اجزا با ورژن ۳ در زیرسیستم ۱

ورژن	CAC_{b13v}	CAC_{b13v}	α_{b13v10}	α_{b13v21}	α_{b13v20}	α_{b13v01}	α_{b13v12}
۱	۰.۱	۱	۰	۰	۰	۰	۰
۲	۰.۴	۱.۵	۰	۰	۰	۰	۰
۳	۱	۳.۱	۰	۰	۰	۰	۰
۴	۰	۴.۲	۰.۱	۰	۰	۰	۰
۵	۲	۰.۵	۰	۰	۰	۰.۴	۰

جدول ۷. مشخصات فعالیت‌های در سطح زیرسیستم برای اجزا با ورژن ۱ در زیرسیستم ۱

فعالیت‌ها	CAS_{b1w}	β_{b11w10}	β_{b11w21}	β_{b11w20}	β_{b11w01}	β_{b11w12}
۱	۶.۴	۰	۰	۰	۰.۲	۰.۵
۲	۸	۰	۰	۰	۰.۵	۰.۵
۳	۱۰	۰	۰	۰	۰.۱	۲

جدول ۸. مشخصات فعالیت‌های در سطح زیرسیستم برای اجزا با ورژن ۲ در زیرسیستم ۱

فعالیت‌ها	CAS_{b1w}	β_{b12w10}	β_{b12w21}	β_{b12w20}	β_{b12w01}	β_{b12w12}
۱	۶.۴	۰	۰	۰	۰.۲	۰
۲	۸	۰	۰	۰	۰.۶	۰.۲
۳	۱۰	۰	۰	۰	۱.۵	۱

جدول ۹. مشخصات فعالیت‌های در سطح زیرسیستم برای اجزا با ورژن ۳ در زیرسیستم ۱

فعالیت‌ها	CAS_{b1w}	β_{b13w10}	β_{b13w21}	β_{b13w20}	β_{b13w01}	β_{b13w12}
۱	۶.۴	۰	۰	۰	۰	۰.۲
۲	۸	۰	۰	۰	۰.۴	۰.۴
۳	۱۰	۰	۰	۰	۲	۲.۲

جدول ۱۰. نرخ‌های خرابی تعمیر و عملکردی اجزا در حالت‌های مختلف برای زیرسیستم ۲

ورژن	g_{h1}^2	λ_{b2h10}	μ_{b2h01}
۱	۸۰	۰.۰۵	۰.۳
۲	۱۰۰	۰.۰۶	۰.۳۵
۳	۱۵۰	۰.۰۳	۰.۴۵
۴	۱۸۰	۰.۰۲	۰.۴

جدول ۱۱. هزینه ثابت خرید و هزینه به‌ازای هر واحد اجزا برای زیرسیستم ۲

تأمین‌کننده	ورژن ۱		ورژن ۲		ورژن ۳		ورژن ۴	
	CC_{kb21}	CO_{kb21}	CC_{kb22}	CO_{kb22}	CC_{kb23}	CO_{kb23}	CC_{kb24}	CO_{kb24}
۱	۳۰	۲۰	۳۵	۲۰	۶۰	۳۵	۸۰	۴۰
۲	۲۵	۱۸	۴۰	۲۲	۵۵	۳۲	۸۳	۴۲
۳	۲۷	۱۹	۳۸	۲۱	۵۷	۳۴	۸۱	۴۱

جدول ۱۲. مشخصات فعالیت‌های در سطح اجزا برای اجزا با ورژن ۱ در زیرسیستم ۲

ورژن	$CACO_{b21v}$	CAC_{b21v}	α_{b21v10}	α_{b21v01}
۱	۰.۴	۰.۸	۰.۱	۰
۲	۰	۳.۲	۰.۴	۰
۳	۱.۸	۲.۴	۰	۱.۲

جدول ۱۳. مشخصات فعالیت‌های در سطح اجزا برای اجزا با ورژن ۲ در زیرسیستم ۲

ورژن	$CACO_{b22v}$	CAC_{b22v}	α_{b22v10}	α_{b22v01}
۱	۰.۴	۱	۰.۱	۰
۲	۰	۳.۲	۰.۴	۰
۳	۱.۸	۲.۸	۰	۱.۱

جدول ۱۴. مشخصات فعالیت‌های در سطح اجزا برای اجزا با ورژن ۳ در زیرسیستم ۲

ورژن	$CACO_{b23v}$	CAC_{b23v}	α_{b23v10}	α_{b23v01}
۱	۰.۴	۱	۰	۰
۲	۰	۳.۲	۰.۲	۰
۳	۱.۸	۲.۶	۰	۰.۶

جدول ۱۵. مشخصات فعالیت‌های در سطح اجزا برای اجزا با ورژن ۴ در زیرسیستم ۲

ورژن	$CACO_{b24v}$	CAC_{b24v}	α_{b24v10}	α_{b24v01}
۱	۰.۴	۱	۰	۰
۲	۰	۳.۲	۰	۰
۳	۱.۸	۲.۶	۰	۱.۲

جدول ۱۶. مشخصات فعالیت‌های در سطح زیرسیستم برای اجزا با ورژن ۱ در زیرسیستم ۲

فعالیت‌ها	CAS_{b2w}	β_{b21w10}	β_{b21w01}
۱	۳۰	۰.۱	۱.۴

جدول ۱۷. مشخصات فعالیت‌های در سطح زیرسیستم برای اجزا با ورژن ۲ در زیرسیستم ۲

فعالیت‌ها	CAS_{b2w}	β_{b22w10}	β_{b22w01}
۱	۳۰	۰	۱.۲

جدول ۱۸. مشخصات فعالیت‌های در سطح زیرسیستم برای اجزا با ورژن ۳ در زیرسیستم ۲

فعالیت‌ها	CAS_{b2w}	β_{b23w10}	β_{b23w01}
۱	۳۰	۰	۰.۸

جدول ۱۹. مشخصات فعالیت‌های در سطح زیرسیستم برای اجزا با ورژن ۴ در زیرسیستم ۲

فعالیت‌ها	CAS_{b2w}	β_{b24w10}	β_{b24w01}
۱	۳۰	۰	۰.۶

جدول ۲۰. مقادیر موجودی تأمین‌کنندگان

تأمین‌کننده	زیرسیستم ۱			زیرسیستم ۲			
	ورژن ۱	ورژن ۲	ورژن ۳	ورژن ۱	ورژن ۲	ورژن ۳	ورژن ۴
۱	۶	۱۲	۷	۱۳	۵	۸	۱۰
۲	۵	۷	۹	۴	۱۱	۶	۷
۳	۱۰	۵	۷	۸	۹	۱۱	۶

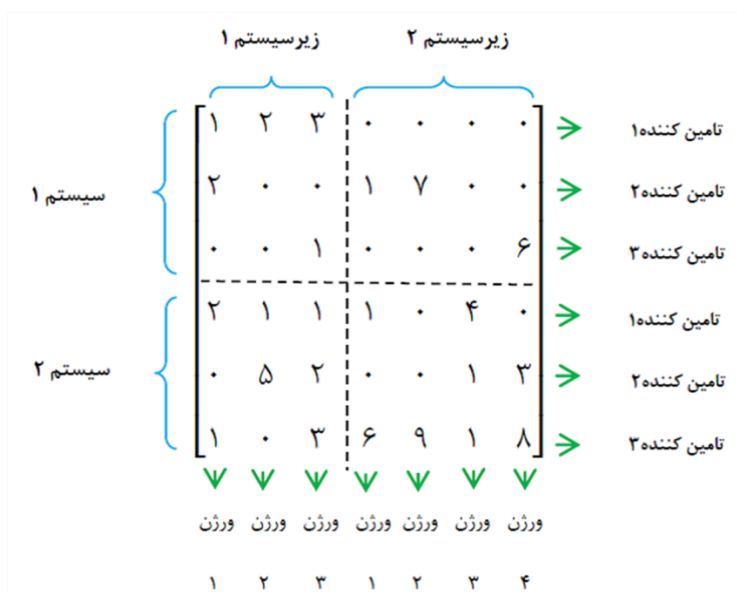
جدول ۳.۱. اطلاعات مربوط به سطوح خرید و اعمال تخفیف هر تأمین‌کننده به‌ازای هر سطح خرید

سطوح خرید	سطح خرید ۱	سطح خرید ۲	سطح خرید ۳
q_f	۰	۲۰۰	۴۰۰
z_f	۱	۰.۹۵	۰.۹

روش حل. با مروری بر روش‌های حل مطرح‌شده در زمینه مدل‌های RAP می‌توان گفت با توجه به اثبات چرن (۱۹۹۲)، مبنی بر NP-Hard بودن مسئله تخصیص افزونگی، همواره از دیرباز استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری در این نوع مسائل مطرح بوده است [۲]. کویت و اسمیت^۱ (۱۹۹۶)، بهینه‌سازی قابلیت اطمینان برای سیستم‌های سری-موازی را با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام دادند [۴]. کوناک و همکاران^۲ (۲۰۰۳) از الگوریتم جست‌وجوی ممنوع برای حل مسئله تخصیص افزونگی بهره‌جستند [۷]. لیانگ و اسمیت (۲۰۰۴)، با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی مورچگان مسئله تخصیص افزونگی را حل کردند [۱۲]. لیانگ و چن (۲۰۰۷)، مسئله تخصیص افزونگی در سیستم‌های سری-موازی را با استفاده از الگوریتم VNS حل کردند [۱۱].

الگوریتم ژنتیک. در این بخش تلاش می‌شود تا از یک الگوریتم ژنتیک برای حل مدل توضیح داده شده استفاده شود. سابقه استفاده از الگوریتم ژنتیک در حل مسائل RAP بسیار زیاد است. از الگوریتم ژنتیک به‌دلیل ظرفیت بهینه‌سازی کلی خوب آن، برای حل مسئله بهینه‌سازی استفاده می‌شود. در این الگوریتم پس از ایجاد جمعیت اولیه به‌صورت تصادفی اقدام به انتخاب والد برای عملگر تقاطع می‌شود. در این پژوهش از چرخه رولت برای انتخاب بهره‌گرفته شده است. در اثر اجراکردن عملگر تقاطع جمعیت فرزندان شکل می‌گیرد و در مرحله بعد مجدداً اعضای دیگری از جمعیت برای عملگر جهش نیز گزینش می‌شوند؛ بنابراین پس از اجرای عملگر جهش جمعیت یافتگان نیز به‌وجود می‌آید. در انتها جمعیت جدید جایگزین جمعیت قبلی می‌شود و این روال تا رسیدن به شرط توقف ادامه می‌یابد [۲۲، ۲۹].

در ژنتیک به هر راه‌حل یک کروموزوم می‌گویند و به مجموع کروموزوم‌های موجود در ژنتیک نیز جمعیت گفته می‌شود. کروموزوم ارائه‌شده برای حل مثال بالا دارای ۴ ماتریس به‌صورت زیر است.



شکل ۳. ماتریس n

1. Coit & Smith
2. Kulturel-Konak, et al.

این ماتریس نمایانگر تعداد اجزای قرارگرفته از ورژن‌های متنوع درون زیرسیستم‌های مختلف هر سیستم است و همان‌طور که در شکل ۳، مشخص است، ۳ سطر اول نشان‌دهنده‌ی اجزای خریداری‌شده از هر تأمین‌کننده برای سیستم ۲ است؛ به‌طوری‌که ۳ ستون اول تعداد ورژن‌های زیرسیستم ۱ و ۳ سطر دوم تعداد ورژن‌های زیرسیستم ۲ را تعیین می‌کند. برای مثال، با توجه به شکل ۳، برای زیرسیستم ۲ سیستم ۱ از تأمین‌کننده ۳ تعداد ۶ جز از ورژن ۴ خریداری شده است.

سیستم ۱	ورژن ۱	۰.۶۸۵۷	۰.۴۷۸۹	۰.۲۷۵۹	۰.۹۸۰۳	۰.۹۹۳۴	➔
	ورژن ۲	۰.۲۳۴۷	۰.۱۲۳۴	۰.۴۷۸۹	۰.۶۹۲۱	۰.۱۶۹۰	➔
	ورژن ۳	۰.۰۹۳۲	۰.۹۸۰۵	۰.۰۰۱۲	۰.۶۴۷۸	۰.۴۲۱۰	➔
سیستم ۲	ورژن ۱	۰.۷۶۷۶	۰.۲۱۲۱	۰.۵۷۶۳	۰.۵۴۹۰	۰.۲۳۹۹	➔
	ورژن ۲	۰.۰۳۰۱	۰.۳۰۰۲	۰.۰۰۹۲	۰.۶۶۷۲	۰.۴۹۸۷	➔
	ورژن ۳	۰.۱۱۹۹	۰.۲۳۶۵	۰.۶۹۰۴	۰.۳۲۶۷	۰.۸۷۶۵	➔
		فعالیت ۱	فعالیت ۲	فعالیت ۳	فعالیت ۴	فعالیت ۵	

شکل ۴. ماتریس AC1

این ماتریس نمایانگر شدت فعالیت‌های فنی و سازمانی در سطح اجزا در زیرسیستم ۱ مربوط به همه سیستم‌ها است. با توجه به صورت‌مسئله، برای زیرسیستم‌های ۱ هر سیستم تعداد ۵ فعالیت فنی و سازمانی در سطح اجزا تعریف شده است؛ بنابراین هر ستون از ماتریس شکل ۴، نشان‌دهنده یکی از این فعالیت‌ها است؛ به‌طوری‌که ۳ سطر اول مربوط به سیستم ۱ و ۳ سطر دوم مربوط به سیستم ۲ است. برای مثال، فعالیت فنی و سازمانی در سطح اجزا شماره ۲ برای سیستم ۱ با شدت ۴۷/۸۹ درصد انجام می‌شود.

سیستم ۱	ورژن ۱	۰.۶۸۵۷	۰.۴۷۸۹	۰.۲۷۵۹	➔
	ورژن ۲	۰.۲۳۴۷	۰.۱۲۳۴	۰.۴۷۸۹	➔
	ورژن ۳	۰.۰۹۳۲	۰.۹۸۰۵	۰.۰۰۱۲	➔
	ورژن ۴	۰.۵۶۳۲	۰.۹۷۶۵	۰.۰۰۰۲	➔
سیستم ۲	ورژن ۱	۰.۷۶۷۶	۰.۲۱۲۱	۰.۵۷۶۳	➔
	ورژن ۲	۰.۰۳۰۱	۰.۳۰۰۲	۰.۰۰۹۲	➔
	ورژن ۳	۰.۱۱۹۹	۰.۲۳۶۵	۰.۶۹۰۴	➔
	ورژن ۴	۰.۴۸۹۰	۰.۲۱۷۸	۰.۷۸۹۶	➔
		فعالیت ۱	فعالیت ۲	فعالیت ۳	

شکل ۵. ماتریس AC2

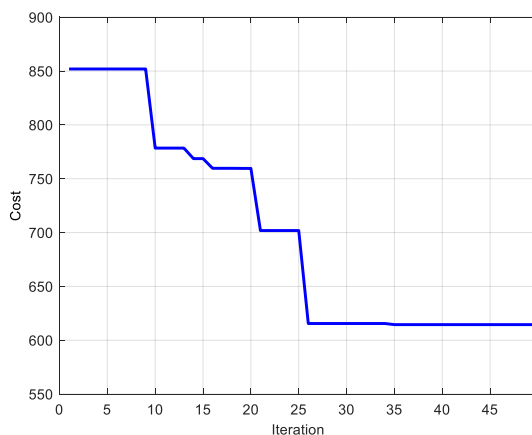
ماتریس شکل ۵، نمایانگر شدت فعالیت‌های فنی و سازمانی در سطح اجزا در زیرسیستم ۲ مربوط به همه سیستم‌ها است. به دلیل اینکه ۳ فعالیت فنی و سازمانی در سطح اجزا برای زیرسیستم‌های ۲ هر سیستم وجود دارد، این ماتریس دارای ۳ ستون است. سایر توضیحات مانند ماتریس قبل است.

		زیر سیستم ۱			زیر سیستم ۲
سیستم ۱	➔	۰.۷۸۹۰	۰.۳۶۵۷	۰.۳۷۷۹	۰.۷۶۵۸
سیستم ۲	➔	۰.۰۰۸۹	۰.۳۶۰۰	۰.۰۱۹۰	۰.۸۷۴۳
		فعالیت ۱	فعالیت ۲	فعالیت ۳	فعالیت ۴
		۱	۲	۳	۴

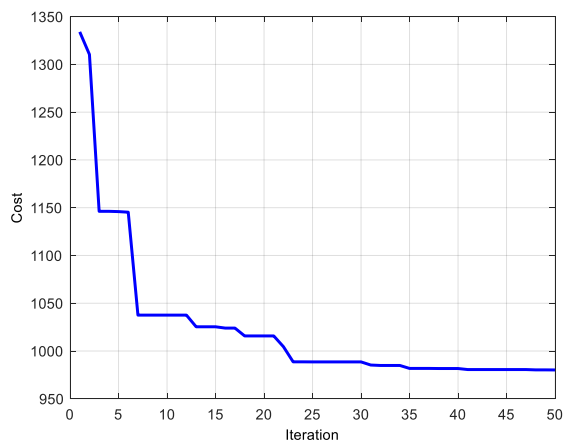
شکل ۶. ماتریس AS

ماتریس شکل ۶، نمایانگر شدت فعالیت‌های فنی و سازمانی در سطح زیرسیستم است؛ به‌طوری‌که سطر اول مربوط به سیستم ۱ و سطر دوم مربوط به سیستم ۲ است. همین‌طور ۳ ستون اول نشان‌دهنده‌ی شدت فعالیت‌های فنی و سازمانی در سطح زیرسیستم برای زیرسیستم ۱ است و ستون آخر شدت فعالیت فنی و سازمانی در سطح زیرسیستم برای زیرسیستم ۲ را مشخص می‌کند.

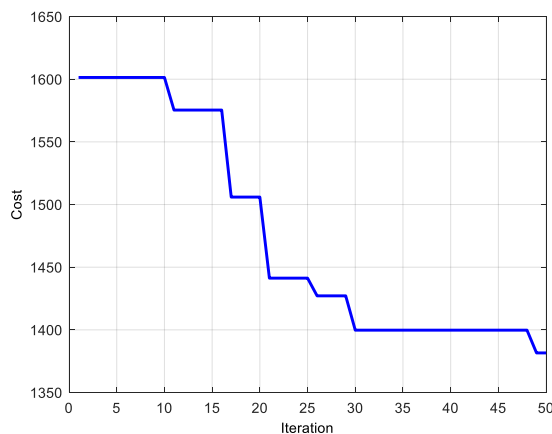
بحث و بررسی نتایج. در شکل‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ به ازای $w_0=300$ ، $w_0=500$ و $w_0=700$ به‌ترتیب روند بهینه‌سازی در ۵۰ تکرار الگوریتم ژنتیک نشان داده شده است.



شکل ۹. نمودار همگرایی به‌ازای $w_0=300$



شکل ۱۰. نمودار همگرایی به‌ازای $w_0=500$



شکل ۱۱. نمودار همگرایی به‌ازای $w_0=700$

مقادیر متغیر n_{kbih} مربوط به جواب نهایی از الگوریتم ژنتیک در جدول ۲۱، ارائه شده است. مقادیر مربوط به شدت عملکرد فعالیت‌های فنی و سازمانی در جداول ۲۲، ۲۳ و ۲۴، مشاهده می‌شود.

جدول ۲۱. مقادیر n_{kbih} در ژنتیک

W_0	سیستم	زیرسیستم	ورژن	تأمین کننده	n_{kbih}
۳۰۰	۱	۱	۱	۲	۴
		۲	۳	۱	۵
	۲	۱	۱	۲	۵
		۲	۳	۱	۵
		۱	۲	۲	۸
۵۰۰	۱	۲	۲	۱	۴
		۳	۲	۲	۵
	۲	۱	۳	۱	۷
		۳	۳	۲	۲
		۲	۲	۲	۶
		۳	۱	۱	۱
۷۰۰	۱	۱	۱	۲	۱
		۲	۲	۲	۷
		۱	۳	۱	۱
	۲	۲	۱	۱	۵
		۱	۱	۲	۵
		۳	۱	۱	۴
		۱	۱	۳	۱
		۳	۳	۳	۵
		۲	۲	۲	۱
		۲	۳	۲	۷

جدول ۲۲. مقادیر مربوط به شدت عملکرد فعالیت‌های فنی و سازمانی به ازای $w_0=300$

سیستم	زیرسیستم	ورژن	AC_{bihv}	AS_{biw}
۱	۱	۲	۰.۰۶۴۶(۱)	
			۰.۰۷۲۶(۲)	۰.۵۸۳۳(۱)
			۰.۲۳۹۰(۳)	۰.۷۱۴۲(۲)
			۰.۴۱۸۵(۴)	۰.۷۱۶۱(۳)
			۰.۰۲۲۶(۵)	
	۲	-	{}	۰.۸۶۳۶(۱)
۲	۱	۲	۰.۲۲۱۶(۱)	
			۰.۰۱۲۵(۲)	۰.۴۸۹۷(۱)
			۰.۰۱۹۶(۳)	۰.۶۱۱۴(۲)
			۰.۰۲۹۵(۴)	۰.۳۸۰۹(۳)
			۰.۳۹۴۵(۵)	
	۲	-	{}	۰.۳۴(۱)

جدول ۲۳. مقادیر مربوط به شدت عملکرد فعالیت‌های فنی و سازمانی به‌ازای $w_0=500$

سیستم	زیرسیستم	وزن	AC_{biw}	AS_{biw}	
۱	۱	۲	۰.۱۷۴۲(۱)	۰.۴۱۰۳(۱)	
			۰.۱۴۹۱(۲)		
			۰.۱۰۷۷(۳)		
			۰.۵۱۲۷(۴)		
			۰.۳۴۸۷(۵)		
	۲	-	{ }	۰.۳۵۳۱(۱)	
	۲	۱	۱	۰.۴۲۱۲(۱)	۰.۹۴۳۰(۱)
				۰.۵۳۸۶(۲)	
				۰.۳۷۶۲(۳)	
				۰.۱۱۲۴(۴)	
۰.۴۳۰۸(۵)					
۲		۲	۰.۰۸۶۳(۱)	۰.۵۶۱۳(۲)	
			۰.۱۴۳۸(۲)	۰.۵۳۳۳(۳)	
			۰.۰۶۱۱(۳)		
			۰.۰۱۸۹(۴)		
			۰.۰۸۷۸(۵)		
۲	-	{ }	۰.۳۷۲۷(۱)		

جدول ۲۴. مقادیر مربوط به شدت عملکرد فعالیت‌های فنی و سازمانی به‌ازای $w_0=700$

سیستم	زیرسیستم	وزن	AC_{biw}	AS_{biw}
۱		۱	۰.۰۶۹۰(۱)	
			۰.۰۳۲۶(۲)	
			۰.۰۲۱۲(۳)	
			۰.۱۱۷۸(۴)	
			۰.۰۱۷۷(۵)	
	۱	۲	۰.۰۳۵۲(۱)	۰.۵۶۱۹(۱)
			۰.۲۲۹۴(۲)	
			۰.۱۵۵۶(۳)	
			۰.۴۳۰۸(۴)	
			۰.۰۶۲۱(۵)	
	۳		۰.۵۷۱۹(۱)	۰.۳۵۲۵(۲)
			۰.۴۶۸۸(۲)	۰.۳۲۵۲(۳)
			۰.۵۰۳۵(۳)	
			۰.۳۱۱۰(۴)	
			۰.۵۰۱۳(۵)	
۲	-	{ }	۰.۶۳۷۷(۱)	
۲	۱	۱	۰.۰۸۶۷(۱)	۰.۶۶۵۵(۱)
			۰.۰۲۲۵(۲)	
			۰.۰۴۸۸(۳)	
			۰.۰۲۹۱(۴)	
			۰.۳۳۲۱(۵)	
			۰.۴۷۴۱(۲)	
۳		۳	۰.۳۴۸۵(۳)	
			۰.۰۱۶۰(۱)	

سیستم	زیرسیستم	ورژن	AC_{biw}	AS_{biw}
			۰.۴۲۵۲(۲)	
			۰.۱۳۳۱(۳)	
			۰.۰۰۵۵(۴)	
			۰.۰۰۱۷(۵)	
	۲	-	{ }	۰.۵۱۵۰(۱)

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

با مطالعه مقاله‌های و پژوهش‌های سال‌های اخیر مشخص شد که همواره پژوهشگران عرصه مدل‌های تخصیص افزونگی چه در زمینه سیستم‌های باینری و چه سیستم‌های چندحالتی در تلاش بوده‌اند تا با در نظر گرفتن فرضیه‌های جدید و یا حذف کردن فرضیه‌های ساده‌سازی که از سال‌های گذشته در مبنای نظری این مدل‌ها باقی مانده بود، شرایط این نوع مسائل را به دنیای واقعی نزدیک‌تر کنند و به سؤال‌های بیشتری که ذهن تصمیم‌گیرندگان چنین سیستم‌هایی را در امر بهینه‌سازی مشغول کرده بود، پاسخ دهند. این رویکردها از سوی پژوهشگران بنام این موضوع اهمیت و ضرورت ارائه مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی با در نظر گرفتن همه شرایط و محدودیت‌های سیستمی کاربران و مدیران را بیش‌ازپیش مهم‌تر کرده است. در این پژوهش نیز نشان داده شد که می‌توان با افزایش ابعاد بهینه‌سازی مسائل تخصیص افزونگی، مدل‌هایی را تنظیم کرد که با دنیای واقعی انطباق بیشتری دارند.

از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل مربوطه استفاده و نتایج آن ارائه شد. در اینجا مسئله بسیار مهم این است که هر چه مقدار دسترس‌پذیری پاسخ‌ها از حداقل سطح دسترس‌پذیری بیشتر باشد، به همان اندازه از بهینگی دور خواهند بود؛ چراکه دسترس‌پذیری بیشتر نیازمند تحمیل شدن هزینه بیشتر به سیستم است؛ بنابراین پاسخ‌هایی مطلوب خواهند بود که نخست، دسترس‌پذیری آن‌ها کمتر از مقدار مشخص شده نباشد (غیرموجه نباشند) که با استفاده از تابع جریمه این امر حاصل می‌شود و دوم، دسترس‌پذیری آن‌ها خیلی بیشتر از مقدار مشخص شده نباشد (غیربهینه نباشند).

تعارض منافع. برای ارائه مطالب و نگارش این مقاله هیچ‌گونه کمک مالی از هیچ فرد، نهاد و سازمانی دریافت نشده است و نتایج و دستاوردهای این مقاله به نفع یا ضرر سازمان یا فردی خاص نخواهد بود. حضور نویسندگان در این پژوهش به‌عنوان شاهدهی بی‌طرف ولی متخصص بوده است و نویسندگان هیچ‌گونه تعارض منافی ندارند.

منابع

1. Amiri, M., Azizi Boroujerdi, S., & Pournabakhsh, S. H. (2015). A Mathematical Model for Solving a Multi Objective Choice of Redundancy Allocation Strategy Problem by Optimizing Reliability for K out of N Systems. *The Journal of Industrial Management Perspective*, 4(4), 117-134. (In Persian)
2. Chern, M. S. (1992). On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system. *Operations research letters*, 11(5), 309-315.
3. Coit, D. W. (2003). Maximization of system reliability with a choice of redundancy strategies. *IIE transactions*, 35(6), 535-543.
4. Coit, D. W., & Smith, A. E. (1996). Reliability optimization of series-parallel systems using a genetic algorithm. *IEEE Transactions on reliability*, 45(2), 254-260.
5. Ding, Y., & Lisnianski, A. (2008). Fuzzy universal generating functions for multi-state system reliability assessment. *Fuzzy Sets and Systems*, 159(3), 307-324.
6. Guilani, P. P., Sharifi, M., Niaki, S. T. A., & Zaretalab, A. (2014). Reliability evaluation of non-reparable three-state systems using Markov model and its comparison with the UGF and the recursive methods. *Reliability Engineering & System Safety*, 129, 29-35.
7. Kulturel-Konak, S., Smith, A. E., & Coit, D. W. (2003). Efficiently solving the redundancy allocation problem using tabu search. *IIE transactions*, 35(6), 515-526.
8. Levitin, G., Lisnianski, A., Ben-Haim, H., & Elmakis, D. (1998). Redundancy optimization for series-parallel multi-state systems. *IEEE transactions on reliability*, 47(2), 165-172.
9. Levitin, G., Xing, L., Ben-Haim, H., & Dai, Y. (2013). Reliability of series-parallel systems with random failure propagation time. *IEEE Transactions on Reliability*, 62(3), 637-647.
10. Li, W., & Zuo, M. J. (2008). Reliability evaluation of multi-state weighted k-out-of-n systems. *Reliability engineering & system safety*, 93(1), 160-167.
11. Liang, Y. C., & Chen, Y. C. (2007). Redundancy allocation of series-parallel systems using a variable neighborhood search algorithm. *Reliability Engineering & System Safety*, 92(3), 323-331.
12. Liang, Y. C., & Smith, A. E. (2004). An ant colony optimization algorithm for the redundancy allocation problem (RAP). *IEEE Transactions on reliability*, 53(3), 417-423.
13. Lisnianski, A., & Levitin, G. (2003). *Multi-state system reliability: assessment, optimization and applications*. World scientific.
14. Lisnianski, A., Levitin, G., Ben-Haim, H., & Elmakis, D. (1996). Power system structure optimization subject to reliability constraints. *Electric Power Systems Research*, 39(2), 145-152.
15. Maatouk, I., Châtelet, E., & Chebbo, N. (2013). Availability maximization and cost study in multi-state systems. In *2013 Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS)* (pp. 1-6). IEEE.
16. Mansouri, A., & Alem Tabriz, A. (2023). Presenting an Exact Solution Method to Optimize the Bi-Objective Problem of Reliability and Cost of Redundancy Allocation in the Satellite Attitude Determination and Control System. *The Journal of Industrial Management Perspective*, 13(2), 241-266. (In Persian)
17. Mousavi, S. M., Alikar, N., Niaki, S. T. A., & Bahreinnejad, A. (2015). Two tuned multi-objective meta-heuristic algorithms for solving a fuzzy multi-state redundancy allocation problem under discount strategies. *Applied Mathematical Modelling*, 39(22), 6968-6989.
18. Ouzineb, M., Noureldath, M., & Gendreau, M. (2008). Tabu search for the redundancy allocation problem of homogenous series-parallel multi-state systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 93(8), 1257-1272.
19. Ouzineb, M., Noureldath, M., & Gendreau, M. (2011). A heuristic method for non-homogeneous redundancy optimization of series-parallel multi-state systems. *Journal of Heuristics*, 17(1), 1-22.
20. Radfar, A., & Mohammaditabar, D. (2019). Bi-Objective Optimization of Vendor Managed Inventory Problem in a Mult Echelon Green Supply Chain. *Journal of Industrial Management Perspective*, 9(3), 109-134. (In Persian)
21. Ramirez-Marquez, J. E., & Coit, D. W. (2004). A heuristic for solving the redundancy allocation problem for multi-state series-parallel systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 83(3), 341-349.
22. Sharifi, M., Shahriari, M. R., & Zaretalab, A. (2019). The effects of technical and organizational activities on redundancy allocation problem with choice of selecting redundancy strategies using the memetic algorithm. *International Journal of Industrial Mathematics*, 11(3), 165-176.
23. Sharma, V. K., & Agarwal, M. (2009, July). Ant colony optimization approach to heterogeneous redundancy in multi-state systems with multi-state components. In *2009 8th International Conference on Reliability, Maintainability and Safety* (pp. 116-121). IEEE.
24. Tavakkoli-Moghaddam, R., Safari, J., & Sassani, F. (2008). Reliability optimization of series-parallel systems with a choice of redundancy strategies using a genetic algorithm. *Reliability Engineering & System Safety*, 93(4), 550-556.
25. Tian, Z., Levitin, G., & Zuo, M. J. (2009). A joint reliability-redundancy optimization approach for multi-state series-parallel systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(10), 1568-1576.
26. Tian, Z., & Zuo, M. J. (2006). Redundancy allocation for multi-state systems using physical programming and genetic algorithms. *Reliability Engineering & System Safety*, 91(9), 1049-1056.
27. Tian, Z., Zuo, M. J., & Huang, H. (2008). Reliability-redundancy allocation for multi-state series-parallel systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 57(2), 303-310.

28. Ushakov, I. A. (1987). Optimal standby problems and a universal generating function. *Soviet journal of computer and systems sciences*, 25(4), 79-82.
29. Vaziri, S., Zaretalab, A., Esmaeili, M., & Niaki, S. T. A. (2018). An integrated production and procurement design for a multi-period multi-product manufacturing system with machine assignment and warehouse constraint. *Applied Soft Computing*, 70, 238-262.
30. Zaretalab, A., Hajipour, V., Sharifi, M., & Shahriari, M. R. (2015). A knowledge-based archive multi-objective simulated annealing algorithm to optimize series-parallel system with choice of redundancy strategies. *Computers & Industrial Engineering*, 80, 33-44.
31. Zuo, M. J., & Tian, Z. (2006). Performance evaluation of generalized multi-state k-out-of-n systems. *IEEE Transactions on Reliability*, 55(2), 319-327.