

Modeling and Solving Bi-Objective Flexible Job Shop Scheduling with Parallel Machines and Dual Human-Machine Resources

Maryam Hajibabaie^{*}, Javad Behnamian^{}**

Abstract

This paper studies the flexible job shop scheduling problem with parallel machines by considering cleaner production criteria, dual human-machine resources, job release date, and machine speed-dependent processing time. The objective functions of this problem include minimizing the sum of earliness and tardiness and the speed increasing. Here it is assumed that the speed of the machines can be increased to reduce the completion time while the increasing the speed leads to increasing the noise pollution in the production environment, and due to the cleaner production approach which is a preventive approach, an attempt has been made to reduce the amount of noise pollution by minimizing the speed increasing. In this regard, first, a mixed integer-programming model was developed, and since the model is bi-objective and NP-hard, a NRGGA is proposed and the obtained results are compared with the NSGAII considering some multi-objectives criteria. The results show that the proposed algorithm considering the MID criterion in instances with 10 and 25 jobs and considering the RAS criterion in instances with 25 and 100 jobs have better performance compare to the NSGAII. Furthermore, the TOPSIS method is also used for analysis and the results show the efficiency of the proposed algorithm.

Keywords: Flexible Job Shop Scheduling, Noise Pollution, Dual Human-Machine Resources, Non-Dominated Ranked Genetic Algorithm, TOPSIS.

Received: Agu. 22, 2021; Accepted: Apr. 12, 2022.

^{*} Msc, Bu-Ali Sina University.

^{**} Associate Professor, Bu-Ali Sina University (Corresponding Author).

Email: behnamian@basu.ac.ir

مدل‌سازی و حل مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف دوهدفه با در نظر گرفتن ماشین‌های موازی و منابع دوگانه انسان-ماشین

مریم حاجی بابایی*، جواد بهنامیان**

چکیده

در این پژوهش مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف با ماشین‌های موازی با در نظر گرفتن معیار تولید پاک‌تر، منابع دوگانه انسان-ماشین، زمان دسترسی کارها و زمان پردازش وابسته به سرعت ماشین‌ها بررسی می‌شود. اهداف مسئله شامل حداقل کردن مجموع جریمه‌های دیرکرد و زودکرد و مجموع افزایش سرعت است. سرعت ماشین‌ها افزایش داده می‌شود تا زمان تکمیل کارها کاهش یابد. درحالی‌که افزایش سرعت به افزایش آلودگی صوتی در محیط تولیدی منجر می‌شود و با توجه به رویکرد تولید پاک‌تر که نگرشی پیشگیرانه است، در اینجا سعی شده است با حداقل کردن افزایش سرعت، میزان آلودگی صوتی کاهش داده شود. به این منظور در اینجا ابتدا یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط توسعه داده شد. همچنین با توجه به دوهدفه بودن و NP-hard بودن مساله، برای حل آن از الگوریتم NPGA استفاده و نتایج حاصله با نیز الگوریتم NSGAII با توجه به برخی از معیارهای کارایی چندهدفه مقایسه شد. نتایج حاصل از مقایسه الگوریتم‌ها نشان داد که الگوریتم پیشنهادی با توجه به معیار MID در نمونه‌های با ۱۰ و ۲۵ کار و در معیار RAS در نمونه‌های با ۲۵ و ۱۰۰ کار کارایی بهتری نسبت به الگوریتم NSGAII دارد. همچنین به منظور تجزیه و تحلیل دقیق‌تر از روش تاپسیس استفاده شد که نتایج کارایی الگوریتم پیشنهادی را نشان داد.

کلیدواژه‌ها: زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف؛ آلودگی صوتی؛ منابع دوگانه انسان - ماشین؛ الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب؛ روش تاپسیس.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۴۰۰/۰۵/۳۱، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۱/۰۱/۲۳.

* کارشناسی ارشد، دانشگاه بوعلی سینا.

** دانشیار، دانشگاه بوعلی سینا (نویسنده مسئول).

۱. مقدمه

فرایند تولید پاک‌تر^۱، فرایندی است که رویکردی پیشگیرانه دارد و در سال ۱۹۸۹ ظهور یافت و رویکردی مبتنی بر پیشگیری از تولید آلودگی است. این رویکرد دوستدار محیط‌زیست محسوب می‌شود که سعی دارد با کاهش ضایعات و مصرف انرژی و غیره، آلودگی‌های زیست‌محیطی فرایندهای صنعتی را کاهش دهد تا امکان تولید پایدار را در واحدهای صنعتی فراهم کند. به عبارت دیگر تولید پاک‌تر یک روش علمی و پیشگیرانه برای مدیریت انرژی و محیط‌زیست در صنایع است. هدف تولید پاک‌تر حل مشکلات ناشی از مصرف بی‌رویه انرژی، مواد و آب در فرایندها، محصولات و خدمات است که هم دوستدار محیط‌زیست بوده و هم صرفه‌جویی اقتصادی داشته باشد [۲]؛ همچنین از دیدگاه زیست‌محیطی حداقل کردن میزان نویز ایجاد شده از معیارهای تولید پاک‌تر است. نویز یک صدای ناخواسته است که عملکرد فرد را در یک فضای معین مختل می‌کند و همانند آلودگی هوا و آب به‌عنوان یک تهدید اصلی برای انسان پذیرفته شده است. بحث‌ها و بررسی‌های زیادی صورت گرفته است تا مشکل آلودگی صوتی را شناسایی و با آن مقابله کنند. مشخص شده است که شدت کافی و معینی از نویز می‌تواند به شنوایی آسیب وارد کند [۲]. تراز صدا با واحدی به نام دسی‌بل اندازه‌گیری می‌شود و گوش انسان توانایی شنیدن ۱ تا ۱۴۰ دسی‌بل را دارد [۱۳]. در جهان رقابتی حاضر، تعیین توالی و زمان‌بندی مؤثر محصولات تولیدی ضرورتی برای بقا در فضای بازار است. زمان‌بندی، ابزاری برای استفاده بهینه از منابع در دسترس است. به عبارت دیگر هدف از زمان‌بندی و توالی عملیات تخصیص سفارش‌ها به ماشین‌ها یا خط تولید هر عملیات است؛ همچنین توالی مناسب انجام عملیات مختلف روی خطوط مختلف نیز مورد بررسی قرار می‌گیرد [۲۱]. منابع و کارها در زمان‌بندی ممکن است انواع گوناگونی داشته باشد و با توسعه جهان صنعتی، منابع مربوطه بحرانی‌تر می‌شود. زمان‌بندی این منابع به افزایش کارایی و بهره‌برداری از ظرفیت، کاهش زمان موردنیاز برای تکمیل کارها و افزایش سوددهی یک سازمان منجر می‌شود. زمان‌بندی مؤثر منابع مانند ماشین‌ها و نیروی انسانی در محیط رقابتی امروز یک باید است [۸]. زمان‌بندی کار کارگاهی یکی از مهم‌ترین مباحث مدیریت تولید است که شاخه‌ای از زمان‌بندی تولید محسوب می‌شود و جزو پیچیده‌ترین مباحث بهینه‌سازی ترکیبی است [۳۵]. در این کارگاه، m ماشین و n کار وجود دارد که هر کار مسیر از پیش تعیین شده خود را دنبال می‌کند. مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی انعطاف‌پذیر تعمیمی از مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی و ماشین‌های موازی است که C مرکز کاری که هر کدام شامل چندین ماشین موازی است، وجود دارد و هر کار مسیر از پیش تعیین شده

1. Cleaner production

خود را دنبال می‌کند. در این کارگاه هر عملیات از هر کار می‌تواند روی یک ماشین از مجموعه ماشین‌های در دسترس برای پردازش انجام شود [۳۲]؛ بنابراین در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف، علاوه بر تعیین توالی عملیات روی ماشین‌ها، تخصیص عملیات به ماشین‌ها نیز انجام می‌شود. مسئله مورد بررسی در این پژوهش، توسعه‌ای از پژوهش شن و همکاران (۲۰۱۸) است. مقاله پایه در محیط کار کارگاهی منعطف با زمان آماده‌سازی وابسته به توالی با هدف حداقل‌کردن حداکثر زمان تکمیل انجام شده بود. مسئله توسعه‌یافته در محیط کار کارگاهی منعطف بدون در نظر گرفتن زمان آماده‌سازی، با در نظر گرفتن زمان دسترسی برای کارها انجام شده است؛ همچنین سرعت ماشین‌ها متفاوت است و محدودیت نويز در نظر گرفته شده است. توابع هدف، حداقل‌کردن میزان افزایش سرعت جهت کاهش نويز و حداقل‌کردن هزینه‌های زودکرد و دیرکرد است.

در ادامه، در بخش دوم، مبانی نظری و پیشینه پژوهش ارائه خواهد شد. بخش سوم به تعریف مسئله، مدل‌سازی و ارائه روش فراابتکاری چندهدفه اختصاص یافته است. در بخش چهارم، نتایج محاسباتی و تحلیل‌ها ارائه گردیده و در نهایت در بخش پنجم، نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای مطالعات آتی ارائه شده است.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در این قسمت پژوهش‌های انجام‌شده در حوزه مسائل زمان‌بندی کار کارگاهی و کار کارگاهی منعطف مرور خواهد شد. مقاله‌های مطالعه‌شده به مباحث زمان‌بندی با لحاظ‌کردن تولید پاک‌تر و اثرات زیست‌محیطی دسته‌بندی شده‌اند.

زمان‌بندی با لحاظ‌کردن اثرات زیست‌محیطی. هوانگ و یو^۱ (۲۰۱۶)، به حداقل‌کردن حداکثر زمان تکمیل در مسئله جریان کارگاهی چندفرایندی با در نظر گرفتن نگهداری و تعمیرات در تولید پاک‌تر پرداختند و با استفاده از الگوریتم‌های کلونی مورچگان و بهینه‌سازی توده ذرات مسئله را حل کردند. یانگ و همکاران^۲ (۲۰۱۶)، در مسئله کار کارگاهی منعطف با زمان پردازش تصادفی یک مدل ریاضی و الگوریتم فراابتکاری ژنتیک چندهدفه برای حداقل‌کردن زمان تکمیل و انرژی مصرفی ارائه دادند. آن‌ها الگوریتم ارائه‌شده را با الگوریتم‌های بهینه‌سازی توده ذرات ترکیبی و الگوریتم ترکیبی بهینه‌سازی توده ذرات و شبیه‌سازی تبرید مقایسه کردند. لیو و همکاران^۳ (۲۰۱۷)، به حداقل‌کردن میزان کربن فوت پرینت همه محصولات، حداقل‌کردن

۱. Huang & Yu

۲. Yang, et al.

۳. Liu, et al.

حداکثر زمان تکمیل و حداکثر کردن بهره‌برداری از ماشین‌ها در محیط کار کارگاهی منعطف پرداختند و مسئله را با استفاده از الگوریتم NSGAI^۱ حل کردند. سنگ و همکاران^۲ (۲۰۱۸)، در محیط کار کارگاهی منعطف به حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل و حداقل کردن کربن پرداختند و مسئله را با استفاده از الگوریتم NSGAI حل کردند. زانگ و چوینگ^۳ (۲۰۱۶)، یک الگوریتم ژنتیک چندهدفه برای حداقل کردن مجموع وزنی دیرکرد و میزان انرژی مصرفی کل در محیط کار کارگاهی ارائه دادند.

لو و جیانگ^۴ (۲۰۱۹)، به حداقل کردن هزینه انرژی مصرفی و هزینه زمان تکمیل در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی پرداختند و برای حل مسئله یک الگوریتم فراابتکاری بر پایه جمعیت بت گسسته ارائه کردند. مین و همکاران^۵ (۲۰۱۹)، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی چندهدفه برای بهره‌وری-انرژی در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف با در نظر گرفتن محدودیت‌های حمل‌ونقل ارائه دادند که هدف حداقل کردن انرژی مصرفی و حداکثر زمان تکمیل بود و برای حل مسئله از الگوریتم ژنتیک ارتقایافته بهره گرفتند.

مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی / کار کارگاهی منعطف. رحیمی و همکاران (۲۰۱۵)، یک مدل ریاضی چندهدفه برای حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل، مجموع جریمه‌های زودکرد و دیرکرد در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی ارائه دادند و برای حل یک الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید ارائه کردند.

ری و همکاران^۶ (۲۰۱۵)، به حداقل کردن جریمه‌های کوآدراتیک دیرکرد و زودکرد در مسئله کار کارگاهی منعطف پرداختند و برای حل مسئله دو الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی توده ذرات را ارائه دادند. یزدانی و همکاران (۲۰۱۷)، یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و یک روش بهینه‌سازی تقریبی مبتنی بر الگوریتم رقابت استعماری و جست‌وجوی همسایگی مؤثر برای حداقل کردن مجموع دیرکرد و زودکرد در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی ارائه کردند. آلتو و همکاران^۷ (۲۰۱۸)، یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط و یک روش فراابتکاری بر پایه جست‌وجوی خوشه‌ای برای مسئله کار کارگاهی منعطف ارائه کردند که اهداف حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل و مجموع دیرکرد بود.

۱. Non dominated sorting genetic algorithm

۲. Seng, et al.

۳. Zhang & Chiong

۴. Lu & Jiang

۵. Min, et al.

۶. Rey, et al.

۷. Alto'e, et al.

فخرزاد و همکاران (۲۰۱۳)، یک مدل چندهدفه برای مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی با زمان آماده‌سازی وابسته به توالی ارائه دادند که اهداف حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل و حداقل کردن مجموع زودکرد و دیرکرد بود. آن‌ها برای حل مسئله در اندازه نمونه‌های بزرگ از الگوریتم ترکیبی ژنتیک استفاده کردند و برای بررسی عملکرد الگوریتم ارائه‌شده، آن را با الگوریتم SPEA-II مقایسه کردند. شن^۱ (۲۰۱۴)، یک الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی ممنوع برای مسئله کار کارگاهی منعطف با زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی ارائه کرد که هدف حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل بود؛ همچنین الگوریتم ارائه‌شده با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید مقایسه شد. حیدری و اعظمی (۲۰۱۸)، حداکثر دیرکرد و حداکثر زمان تکمیل در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی با زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی را حداقل کردند و یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط غیرخطی برای مسئله ارائه دادند. آن‌ها با استفاده از روش اسپیلون محدودیت مسئله را حل کردند. شن و همکاران (۲۰۱۸)، مسئله کار کارگاهی منعطف با در نظر گرفتن زمان-های آماده‌سازی وابسته به توالی که هدف حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل بود را با استفاده از روش گراف منفصل و الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی ممنوع حل کردند. گانزالز و همکاران^۲ (۲۰۱۵)، برای حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف، یک الگوریتم فراابتکاری جست‌وجوی پراکنده با مسیر اتصال ارائه دادند. آن‌ها برای ارزیابی عملکرد الگوریتم ارائه‌شده آن را در چندین نمونه مسئله حل کردند. زیانگ و همکاران^۳ (۲۰۱۸)، برای مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف با ماشین‌های موازی و زمان دسترسی به کارها یک روش دقیق بر مبنای شاخه و کران ارائه دادند که حداکثر زمان در جریان را حداقل می‌کرد. آن‌ها برای بررسی عملکرد روش ارائه‌شده، آن را در مثال‌های عددی حل کردند. نوری و همکاران (۲۰۱۸)، یک الگوریتم فراابتکاری ترکیبی برای حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل در محیط کار کارگاهی منعطف ارائه دادند.

روحانی نژاد و همکاران (۲۰۱۵)، برای مسئله کار کارگاهی منعطف با محدودیت ظرفیت ماشین‌ها، یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح و الگوریتم فراابتکاری ترکیبی ژنتیک چندهدفه بر پایه روش الکترون ارائه کردند. هدف حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل و هزینه‌های اضافه‌کاری بود. آن‌ها برای بررسی کارایی الگوریتم ارائه‌شده، نتایج حاصل از آن را با نتایج حاصل از الگوریتم‌های NSGAI, SPEA2, VEGA مقایسه کردند. چن و همکاران^۴ (۲۰۱۸)، به حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل و بار کاری ماشین‌ها پرداختند و مسئله را با استفاده از

۱. Shen

۲. Gonzalez, et al.

۳. Xiang et al.

۴. Chen, et al.

الگوریتم NSGAI حل کردند. دریس و همکاران^۱ (۲۰۱۸)، برای مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف با زمان‌های آماده‌سازی مجزا، یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط ارائه کردند که هدف آن، حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل بود. آن‌ها برای ارزیابی مدل ارائه‌شده، آن را در نمونه مسئله شناخته شده حل کردند.

لی و همکاران^۲ (۲۰۲۰)، یک مدل ریاضی برای حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل، میزان انتشار کربن و بارگذاری ماشین در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف ارائه کردند. آن‌ها برای حل یک الگوریتم کلونی زنبورعسل بهبودیافته ارائه دادند. وو و همکاران^۳ (۲۰۲۱)، در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف با در نظر گرفتن منابع دوگانه و بارگذاری و تخلیه یک مدل ریاضی ارائه کردند که هدف حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل و کل زمان آماده‌سازی بود. آن‌ها همچنین یک الگوریتم مرتب‌سازی نامغلوب بهبودیافته ارائه کردند. وانگ و ژو^۴ (۲۰۲۱)، یک مدل ریاضی و یک الگوریتم ترکیبی ژنتیک و جست‌وجوی ممنوع برای حداقل کردن حداکثر زمان تکمیل در مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف با زمان آماده‌سازی وابسته به توالی ارائه دادند. با توجه به مقاله‌های مطالعه‌شده، زمان‌بندی کار کارگاهی منعطف، با توابع هدف حداقل کردن مجموع جریمه‌های دیرکرد و زودکرد و حداقل کردن افزایش سرعت به‌منزله کاهش آلودگی صوتی در محیط تولیدی و زمان دسترسی در نظر گرفته نشده است؛ بنابراین در این پژوهش، مفروضات بالا با هدف استفاده از رویکرد تولید پاک‌تر انجام شده است.

۳. روش شناسی پژوهش

در مسئله کار کارگاهی منعطف با ماشین‌های موازی یکنواخت هر کار i با توجه به زمان دسترسی وارد کارگاه می‌شود و هر کار از op_i عملیات (j) تشکیل شده است که (o_{ij}) نشان‌دهنده مجموعه عملیاتی است که برای هر کار انجام می‌شود. این عملیات بر روی مجموعه‌ای از ماشین‌ها که امکان انجام عملیات یادشده بر روی آن‌ها را دارند، انجام می‌شود و به هر ماشین یک کارگر تخصیص می‌یابد. بعد از اتمام پردازش عملیات بر روی هر کار، یک قطعه متناظر با آن تولید می‌شود؛ به عبارت دیگر هر کار برای پردازش به منابع انسان و ماشین نیاز دارد و هر عملیات توسط مجموعه ms_{ijm} که شامل ماشین‌هایی است که توانایی انجام عملیات o_{ij} برای تولید قطعه m را دارند، پردازش می‌شوند. سرعت ماشین‌ها متفاوت است و هر ماشین با سرعت معمولی در یک مدت‌زمان طولانی، میزان نويز کمتری ایجاد می‌کند؛ اما با توجه به اهمیت

۱. Driss, et al.

۲. Li, et al.

۳. Wu, et al.

۴. Wang & Zhu

کاهش زمان تکمیل محصولات می‌توان با افزایش سرعت ماشین‌ها، مدت‌زمان پردازش کارها را کاهش داد تا بتوان به اهداف یادشده دست یافت. با افزایش سرعت ماشین‌ها، میزان نویز ایجاد شده در واحد صنعتی افزایش می‌یابد و سلامت جسمی و روحی کارگران را به خطر می‌اندازد و مشکلات جسمی و روحی کارگران بازده تولید را کاهش می‌دهد؛ بنابراین برای برطرف کردن این مشکل، میزان افزایش سرعت با محدودیت مقدار شدت صوتی (نویزی) که افراد توانایی شنیدن آن را دارند تعیین می‌شود. میزان نویز ایجاد شده را با واحد dBA (دسی‌بل) اندازه‌گیری می‌کنند. حداکثر نویزی که کارگران می‌توانند تحمل کنند ۱۴۰ دسی‌بل است [۹]؛ بنابراین می‌توان میزان سرعت ماشین‌ها را تا حدی افزایش داد که میزان نویز ایجادشده از حداکثر مقدار ذکر شده تجاوز نکند. بعد از اتمام عملیات هر کار، قطعه متناظر با هر کار تولید می‌شود. هدف این مسئله، حداقل کردن مجموع جریمه‌های دیرکرد و زودکرد و کاهش میزان افزایش سرعت به‌منظور کاهش تولید صدا و کمتر آسیب دیدن کارگران است؛ همچنین برای محاسبه شدت صوت از رابطه زیر استفاده شده است [۳].

$$94 - 10 \log T = Lpa$$

T: زمان مواجهه با صدا بر حسب ساعت

Lpa: تراز فشار صوت مجاز برای مدت‌زمان مواجهه با صدا، دسی‌بل

مفروضات مسئله به شرح زیر است:

- ماشین‌ها در زمان صفر در دسترس هستند؛
- کارگران در زمان صفر در دسترس هستند و در طول پردازش یک عملیات نمی‌توانند ماشین را ترک کنند؛
- یک ماشین در یک لحظه زمانی تنها می‌تواند یک عملیات را انجام دهد؛
- هر پردازش به منابع ماشین و انسان احتیاج دارد؛
- همه پارامترها قطعی است؛
- با افزایش سرعت ماشین‌ها، میزان نویز ایجادشده افزایش می‌یابد.

مدل ریاضی. در این قسمت، مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط برای فرموله کردن مسئله پژوهش حاضر ارائه می‌شود. قبل از ارائه مدل پیشنهادی اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم معرفی می‌شود.

اندیس‌ها

i, i' : اندیس کار ($i' = 1, \dots, n$)

j, j' : اندیس عملیات ($j, j' = 1, \dots, e$)

k : اندیس ماشین ($k = 1, \dots, K$)
 l : اندیس کارگر ($l = 1, \dots, L$)
 m, m' : اندیس قطعه ($m, m' = 1, \dots, M$)

پارامترها

p'_{ijml} : زمن پردازش استاندارد عملیات o_{ij} برای قطعه m توسط کارگر l
 H : یک عدد مثبت بزرگ
 v_k : سرعت ماشین k
 ff_k : حداکثر سرعت ماشین k
 fI_k : دافل سرعت ماشین k
 w_m : هزینه دیرکرد قطعه m
 w'_m : هزینه زودکرد قطعه m
 d_m : موعد تحویل قطعه m

متغیرهای تصمیم

a_{ijmk} : اگر عملیات o_{ij} برای قطعه m توسط ماشین k انجام شود، یک است؛ در غیر این صورت صفر
 ap_{lk} : ار کارگر l به ماشین k تخصیص یابد، یک است؛ در غیر این صورت صفر
 $ba_{ijm'j'm'}$: اگر عملیات o_{ij} برای قطعه m قبل از عملیات $o_{i'j'}$ برای قطعه m' انجام شود، یک است؛ در غیر این صورت صفر
 ta_m : مدت زمان دیرکرد قطعه m
 ea_m : مدت زمان زودکرد قطعه m
 t'_{ijm} : زمان شروع عملیات o_{ij} برای قطعه m
 cc_{ijm} : زمان زمانل عملیات o_{ij} برای قطعه m
 c'_m : زمان تکمیل نهایی قطعه m
 pt_{ijmkl} : مدت زمان پردازش عملیات o_{ij} روی ماشین k توسط کارگر l
 bb_{ijmk} : میزان افزایش سرعت ماشین k برای پردازش عملیات o_{ij} برای قطعه m

$$\min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^e \sum_{m=1}^M \sum_{k \in ms_{ijm}} bb_{ijmk} \quad (۱)$$

$$\min \sum_{m=1}^M w_m ta_m + \sum_{m=1}^M w'_m ea_m \quad (۲)$$

$$s. t.: \sum_{k \in ms_{ijm}} a_{ijmk} = 1 \quad \forall i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, e, m = 1, \dots, M \quad (۳)$$

$$t'_{ijm} \geq t'_{i(j-1)m} + \sum_{k \in ms_{ijm}} \sum_{l=1}^L a_{i(j-1)mk} \cdot pt_{i(j-1)mkl} \quad \forall j \quad (۴)$$

$$= 2, \dots, e; i = 1, \dots, n; m = 1, \dots, M \quad (۵)$$

$$t'_{ijm} \geq t'_{i'j'm'} + \sum_{l=1}^L a_{i'j'm'k} \cdot pt_{i'j'm'kl} - H(2 - a_{ijmk} - a_{i'j'm'k} + ba_{ijmi'j'm'}) \quad (۵)$$

$$\forall j, j' = 1, \dots, e; i, i' = 1, \dots, n; m, m' = 1, \dots, M; m \neq m'; k \in ms_{ijm}$$

$$t'_{i'j'm'} \geq t'_{ijm} + \sum_{l=1}^L a_{ijmk} \cdot pt_{ijmkl} - H(3 - a_{ijmk} - a_{i'j'm'k} - ba_{ijmi'j'm'}) \quad (۶)$$

$$\forall j, j' = 1, \dots, e; i, i' = 1, \dots, n; m, m' = 1, \dots, M; m \neq m'; k \in ms_{ijm}$$

$$cc_{ijm} \geq t'_{ijm} + \sum_{k \in ms_{ijm}} \sum_{l=1}^L a_{ijmk} \cdot pt_{ijmkl} \quad \forall j = 1, \dots, e; i = 1, \dots, n; m = 1, \dots, M \quad (۷)$$

$$c'_m = cc_{ijm} \quad \forall m = 1, \dots, M, i = m, j = e \quad (۸)$$

$$pt_{ijmkl} = \frac{ap_{lk} \cdot p'_{ijml}}{bb_{ijmk} + v_k} \quad \forall j = 1, \dots, e; i = 1, \dots, n; m = 1, \dots, M; k \in ms_{ijm}; l = 1, \dots, L \quad (۹)$$

$$\sum_{l=1}^L ap_{lk} = 1 \quad \forall k = 1, \dots, K \quad (۱۰)$$

$$\sum_{k=1}^K ap_{lk} = 1 \quad \forall l = 1, \dots, L \quad (۱۱)$$

$$\text{Log} \left(\frac{ap_{lk} p'_{ijml}}{bb_{ijmk} + v_k} \right) \leq 1.4 - 6 \left(\frac{v_k - fI_k}{ff_k - fI_k} \right) \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, e; m = 1, \dots, M; k \in ms_{ijm}; l = 1, \dots, L \quad (۱۲)$$

$$bb_{ijmk} \leq ff_k \quad \forall j = 1, \dots, e, i = 1, \dots, n, m = 1, \dots, M, k \in ms_{ijm} \quad (۱۳)$$

$$\frac{ap_{lk} \cdot p'_{ijml}}{ff_k} \leq pt_{ijmkl} \leq \frac{ap_{lk} \cdot p'_{ijml}}{v_k} \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, e; m \quad (14)$$

$$= 1, \dots, M; k \in ms_{ijm}; l = 1, \dots, L \quad (15)$$

$$ta_m \geq d_m - c'_m \quad \forall m = 1, \dots, M \quad (15)$$

$$ea_m \geq c'_m - d_m \quad \forall m = 1, \dots, M \quad (16)$$

$$a_{ijmk} \in (0,1) \quad , \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, e; m = 1, \dots, M; k \in ms_{ijm} \quad (17)$$

$$ba_{ijmi'j'm'} \in (0,1) \quad \forall i, i' = 1, \dots, n; j, j' = 1, \dots, e; m, m' = 1, \dots, M \quad (18)$$

$$t'_{ijm} \geq 0 \quad , \quad cc_{ijm} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, e; m = 1, \dots, M \quad (19)$$

$$c'_m \geq 0 \quad , ta_m \geq 0 \quad , ea_m \geq 0 \quad \forall m = 1, \dots, M \quad (20)$$

$$pt_{ijmkl} \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, e; m = 1, \dots, M; k \in ms_{ijm}; l = 1, \dots, L \quad (21)$$

$$ap_{lk} \in (0,1) \quad l = 1, \dots, L, k = 1, \dots, K \quad (22)$$

تابع هدف ۱، حداقل کردن میزان افزایش سرعت را نشان می‌دهد. تابع هدف ۲، نشان‌دهنده مجموع زمان‌های زودکرد و دیرکرد قطعات است. محدودیت ۳، تضمین می‌کند که هر عملیات برای هر قطعه به یک و تنها یکی از ماشین‌های واجد شرایط آن اختصاص یابد. محدودیت ۴، روابط پیش‌نیازی بین عملیات‌های متوالی از یک کار یکسان برای یک قطعه را تضمین می‌کند. محدودیت‌های ۵ و ۶، ارتباط زمانی عملیات دو کار متفاوت از دو قطعه متفاوت، اگر دو عملیات توسط یک ماشین انجام شود را نشان می‌دهند. محدودیت ۷، زمان تکمیل هر عملیات از هر قطعه را نشان می‌دهد. محدودیت ۸، نشان‌دهنده زمان تکمیل نهایی هر قطعه است. محدودیت ۹، زمان پردازش هر عملیات از هر قطعه را نشان می‌دهد. محدودیت ۱۰، نشان می‌دهد به هر ماشین، یک کارگر اختصاص می‌یابد. محدودیت ۱۱، نشان می‌دهد به هر کارگر یک ماشین اختصاص می‌یابد. محدودیت ۱۲، نشان‌دهنده حداکثر تراز فشار مجاز برای مدت‌زمان مواجهه با صدا در محیط کاری است. محدودیت ۱۳، حداکثر مقدار سرعت هر ماشین را نشان می‌دهد. محدودیت ۱۴، نمایانگر حدود بالا و پایین زمان پردازش است. محدودیت‌های ۱۵ و ۱۶، به ترتیب مقادیر دیرکرد و زودکرد قطعات را محاسبه می‌کنند. محدودیت‌های ۱۷ تا ۲۲ وضعیت متغیرها را نشان می‌دهند.

اعتبارسنجی مدل ریاضی. برای بررسی کارایی مدل توسعه داده شده، یک مثال عددی به صورت تصادفی تولید و سپس با روش وزن‌دهی به اهداف حل شد. مدل ریاضی با نرم‌افزار گمز، نسخه ۲، ۱، ۲ حل شد.

جدول‌های ۱ و ۲، اطلاعات مربوط به هر شاخص و زمان دسترسی هر کار را نشان می‌دهند. زمان پردازش به صورت تصادفی در بازه [۱۵۰ ۳۰]، سرعت ماشین، حداقل سرعت و حداکثر سرعت به صورت تصادفی به ترتیب در بازه‌های [۱۵۰ ۵۰]، [۹۰ ۱۰] و [۳۰۰ ۱۰۰] تولید شد. در این مثال فرض می‌شود در محیط کار کارگاهی منعطف، ماشین‌های $m1$ با $m2$ $m3$ با $m4$ $m5$ با $m6$ با یکدیگر موازی هستند.

جدول ۱. اطلاعات مربوط به هر شاخص

| i | j | k | l | M |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| ۷ | ۳ | ۶ | ۶ | ۷ |

جدول ۲. زمان دسترسی هر کار

| کار | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ | ۶ | ۷ |
|-------------|---|---|---|---|---|---|---|
| زمان دسترسی | ۳ | ۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۳ |

جدول ۳، زمان شروع و پایان هر عملیات را نشان می‌دهد؛ همچنین نتایج حاصل از گمز نشان داد که میزان افزایش سرعت و زمان دیرکرد صفر است. جدول ۴، مدت‌زمان زودکرد و تخصیص کارگر به ماشین را نشان می‌دهد.

جدول ۳. زمان شروع و پایان هر عملیات

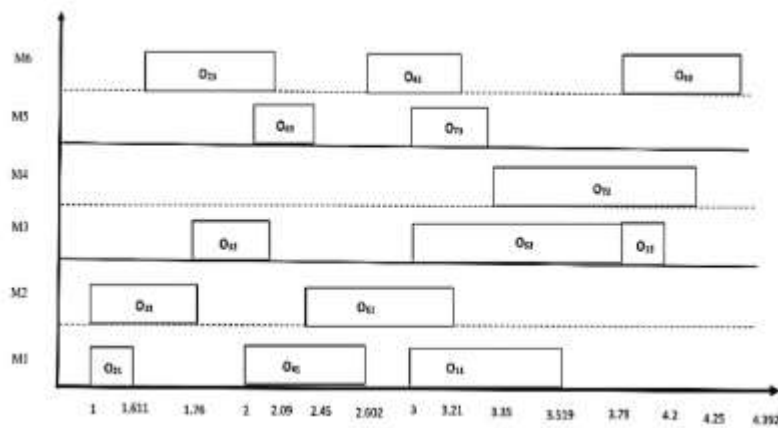
| O_{ij} | زمان شروع | زمان پایان |
|----------|-----------|------------|
| O_{11} | ۳ | ۳/۵۱۹ |
| O_{12} | ۳/۷۹ | ۴/۲ |
| O_{21} | ۱ | ۱/۶۱۱ |
| O_{23} | ۱/۶۱۱ | ۲/۳۶۹ |
| O_{31} | ۱ | ۱/۷۶ |
| O_{32} | ۱/۷۶ | ۲/۰۹ |
| O_{41} | ۲ | ۲/۶۰۲ |
| O_{43} | ۲/۶۰۲ | ۳/۱۹۴ |
| O_{52} | ۳ | ۳/۷۹ |
| O_{53} | ۳/۷۹ | ۴/۳۹۲ |
| O_{63} | ۲ | ۲/۴۵ |

| | | |
|------|------|-----------------|
| ۳/۲۱ | ۲/۴۵ | O ₆₁ |
| ۳/۳۵ | ۳ | O ₇₃ |
| ۴/۲۵ | ۳/۳۵ | O ₇₂ |

جدول ۴. مدت‌زمان زودکرد و تخصیص کارگر به ماشین

| مقدار | ea_m | مقدار | ap_{lk} |
|-------|--------|-------|-----------|
| ۵ | ea_1 | ۱ | ap_{15} |
| ۰ | ea_2 | ۱ | ap_{26} |
| ۲ | ea_3 | ۱ | ap_{32} |
| ۱ | ea_4 | ۱ | ap_{44} |
| ۷ | ea_5 | ۱ | ap_{51} |
| ۶ | ea_6 | ۱ | ap_{63} |
| ۸ | ea_7 | | |

شکل ۱، توالی عملیات کارها برای مثال ذکرشده را نشان می‌دهد.



شکل ۱. توالی عملیات کارها

الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب^۱. الگوریتم‌های بهینه‌سازی تک‌هدفه، حل بهینه را با توجه به یک هدف می‌یابند و این در حالی است که در مسائل چندهدفه یک حل بهینه مجزا را نمی‌توان یافت؛ بنابراین طبیعی است که نتیجه حاصل از الگوریتم، مجموعه‌ای از راه‌حل‌ها به نام «حل‌های مغلوب‌نشده مؤثر» باشد. از میان این مجموعه حل‌های متناهی، حل مناسب جواب‌هایی خواهد بود که عملکرد قابل‌قبولی را نسبت به همه اهداف داشته باشد. برای انجام

1. Non-dominated Ranking Genetic Algorithm (NRGA)

مقیاسات مناسب در بهینه‌سازی چندهدفه از مفهوم غلبه استفاده می‌شود. مفهوم غلبه به این صورت است که فرض می‌شود کل فضای موجه مسئله F باشد و X_1 و X_2 دو جواب از این مسئله باشد، X_1 بر X_2 غالب است؛ اگر و فقط اگر X_1 نسبت به X_2 در هیچ‌کدام از اهداف بدتر نباشند [۲۰]. عمرالجدان و همکاران در سال ۲۰۰۸ موفق شدند یک الگوریتم تکاملی چندهدفه جدید مبتنی بر جمعیت با نام «الگوریتم ژنتیک مبتنی بر رتبه‌بندی نامغلوب‌ها» توسعه دهند. آن‌ها رویکرد جدیدی را با ترکیب الگوریتم انتخاب چرخه رولت مبتنی بر رتبه‌بندی و الگوریتم رتبه‌بندی جمعیت بر اساس پارتو توسعه دادند که «الگوریتم ژنتیک چندهدفه رتبه‌بندی‌شده» نامگذاری شد. این الگوریتم دارای این ویژگی است که ارزیابی برآزش هر جواب بر اساس رتبه بندی پارتو و یک معیار ازدحام انجام می‌شود. معیار ازدحام برای یک جواب، فاصله بین جواب‌های مجاور با رتبه مشابه در فضای هدف را محاسبه می‌کند. جواب‌های با ازدحام کمتر با مقادیر بزرگ‌تر معیار ازدحام، بهتر از جواب‌های با ازدحام بیشتر با مقادیر کوچک‌تر معیار ازدحام محسوب می‌شود. برای محاسبه فاصله ازدحامی از رابطه ۲۳، استفاده می‌شود.

$$D_{ij} = \sqrt{\sum_{k=1}^K \left(\frac{f_k(i) - f_k(j)}{\max\{f_k(i')\} - \min\{f_k(i')\}} \right)^2} \quad i' \in [Z_{Z_{i'}}] \quad (23)$$

در رابطه بالا Z_i به دسته‌ای که کروموزوم i در آن قرار دارد و $[Z_{Z_{i'}}]$ به کروموزوم‌هایی که در این دسته قرار دارند، اشاره دارند. $f_r(i)$ و $f_r(j)$ نیز به مقادیر اهداف r ام کروموزوم‌های i و j اشاره دارد. در این رابطه K برابر با تعداد اهداف مورد مطالعه است [۴].

در این الگوریتم بعد از مقداردهی اولیه که شامل تعیین پارامترهای الگوریتم است، جمعیت اولیه تولید و سپس ارزیابی و جبهه‌های پارتو و فاصله ازدحامی محاسبه می‌شود؛ سپس برای تولید فرزندان، ابتدا والدین با استفاده از چرخه رولت بر اساس رتبه‌بندی پارتو و فاصله ازدحام انتخاب می‌شوند و با عملگر تقاطع فرزندان تولید می‌شود؛ سپس بر روی فرزندان تولیدشده جهش صورت می‌گیرد. بعد از تولید فرزندان، جمعیت قبلی با جمعیت جدید ادغام می‌شود و جبهه‌های نامغلوب جمعیت ادغام‌شده تولید و فاصله ازدحام محاسبه می‌شود و بهترین کروموزوم‌ها برابر با تعداد جمعیت اولیه از جمعیت ادغام‌شده با استفاده از جبهه‌های نامغلوب و فاصله ازدحام انتخاب می‌شود. این حلقه تا برقراری شرط توقف تکرار می‌شود.

نحوه نمایش جواب: برای نمایش جواب از روش کلید تصادفی استفاده شده است. در محیط کار کارگاهی منعطف، در هر مرحله تعدادی ماشین موازی وجود دارد که قادر به انجام یک عملیات مشابه هستند. هر کار مسیر ازپیش‌تعیین‌شده برای پردازش دارد. برای مثال، شکل ۲،

مسیر پردازش هر کار را نشان می‌دهد. این شکل، یک ماتریس با سه سطر و چهار ستون است که تعداد سطرها برابر با تعداد مراحل و تعداد ستون‌ها برابر با تعداد کارها است. $S1$ ، $S2$ و $S3$ به ترتیب نشان‌دهنده مراحل اول، دوم و سوم هستند. همان‌طور که این شکل نشان می‌دهد، کار اول ابتدا در مرحله دوم، سپس در مرحله اول پردازش می‌شود و به پردازش در مرحله سوم نیاز ندارد. عدم‌نیاز به پردازش در یک مرحله با علامت * نشان داده می‌شود. کار دوم، ابتدا در مرحله اول، سپس در مرحله سوم و درنهایت در مرحله دوم پردازش می‌شود. کار سوم، ابتدا در مرحله دوم، سپس در مرحله اول و درنهایت در مرحله سوم پردازش می‌شود. کار چهارم، ابتدا در مرحله اول، سپس در مرحله دوم و درنهایت در مرحله سوم پردازش می‌شود. کار پنجم، ابتدا در مرحله سوم، سپس در مرحله اول و درنهایت در مرحله دوم پردازش می‌شود و کار ششم، ابتدا در مرحله سوم، سپس در مرحله دوم و درنهایت در مرحله اول پردازش می‌شود. مراحل اول، دوم و سوم به ترتیب شامل دو، دو و سه ماشین است. نحوه نمایش جواب، یک ماتریس با n سطر و h ستون است. n برابر با تعداد مراحل و h برابر با تعداد کارها است. طبق ماتریس مسیر پردازش کارها، برای هر سطری که اولین عملیات از هر کار در آن مرحله پردازش می‌شود، به‌صورت تصادفی در بازه $(I, m+I)$ ، عدد تصادفی تولید می‌شود. m برابر با تعداد ماشین‌ها در هر مرحله است. برای مثال، نحوه نمایش جواب برای شکل ۲، به‌صورت شکل ۳، است. با توجه به شکل ۳، برای ستون دوم و چهارم در سطر اول، دو عدد تصادفی در بازه $[۱, ۳]$ تولید شده است. عدد $۱/۲۵$ نشان می‌دهد که اولین عملیات از کار دوم در این مرحله، توسط ماشین اول انجام می‌شود. عدد $۲/۷۵$ مشخص می‌کند که اولین عملیات از کار چهارم توسط ماشین دوم در این مرحله انجام می‌شود. در سطر دوم اعداد $۱/۱۵$ و $۱/۰۵$ نشان می‌دهد که اولین عملیات از کارهای اول و سوم در مرحله دوم توسط ماشین اول پردازش می‌شود؛ اما چون قسمت اعشاری عدد موجود در سطر دوم و ستون سوم، کوچک‌تر از عدد موجود در سطر دوم و ستون اول است، ابتدا اولین عملیات از کار سوم و سپس اولین عملیات از کار اول روی ماشین اول صورت می‌گیرد. در سطر سوم، اولین عملیات از کار ششم روی ماشین اول و اولین عملیات از کار پنجم روی ماشین دوم انجام می‌شود.

| | J1 | J2 | J3 | J4 | J5 | J6 |
|----|----|----|----|----|----|----|
| S1 | ۲ | ۱ | ۲ | ۱ | ۲ | ۳ |
| S2 | ۱ | ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۲ |
| S3 | * | ۲ | ۳ | ۳ | ۱ | ۱ |

شکل ۲. مسیر پردازش کارها

| | J1 | J2 | J3 | J4 | J5 | J6 |
|----|------|------|------|------|----|----|
| S1 | | ۱/۲۵ | | ۲/۷۵ | | |
| S2 | ۱/۱۵ | | ۱/۰۵ | | | |

S3

| | | | | | |
|--|--|--|--|-----|-----|
| | | | | ۲/۵ | ۱/۵ |
|--|--|--|--|-----|-----|

۳. نمایش جواب

عملگر تقاطع: عملگرهای تقاطع، عملگرهایی هستند که یک یا چند نقطه از دو یا چند جواب را انتخاب و مقادیر آن‌ها را تعویض می‌کنند. این عملگر در یک لحظه بر روی دو کروموزوم اعمال شده و دو فرزند به‌وسیله ترکیب ساختار دو کروموزوم ایجاد می‌شود [۴]. در این پژوهش برای ایجاد تقاطع از روش تک‌نقطه برش استفاده شده است. بدین صورت که یک نقطه به‌صورت تصادفی به‌عنوان نقطه برش در طول دو کروموزومی که به‌عنوان والدین به‌صورت تصادفی انتخاب شده‌اند، در نظر گرفته شده و کروموزوم‌ها از آن نقطه به دو قسمت تقسیم می‌شوند؛ سپس جای دو بخش از آن‌ها با هم تعویض شده و فرزند تولید می‌شود [۴]. شکل‌های ۴ و ۵ به ترتیب والد اول و دوم و شکل‌های ۶ و ۷، به‌ترتیب فرزند اول و دوم را نشان می‌دهند.

| | J1 | J2 | J3 | J4 | J5 | J6 |
|----|------|------|-----|------|----|------|
| S1 | | ۲/۲۱ | | | | ۱/۲۸ |
| S2 | ۲/۹۵ | | | ۱/۷۵ | | |
| S3 | ۱/۲۵ | | ۲/۳ | | | |

شکل ۵. والد دوم

| | J1 | J2 | J3 | J4 | J5 | J6 |
|----|------|------|------|------|-----|-----|
| S1 | | ۱/۲۵ | | ۲/۷۵ | | |
| S2 | ۱/۱۵ | | ۱/۰۵ | | | |
| S3 | | | | | ۲/۵ | ۱/۵ |

شکل ۴. والد اول

| | J1 | J2 | J3 | J4 | J5 | J6 |
|----|------|------|------|------|-----|-----|
| S1 | | ۲/۲۱ | | ۲/۷۵ | | |
| S2 | ۲/۹۵ | | ۱/۰۵ | | | |
| S3 | | | | | ۲/۵ | ۱/۵ |

شکل ۷. فرزند دوم

| | J1 | J2 | J3 | J4 | J5 | J6 |
|----|------|------|------|------|-----|------|
| S1 | | ۱/۲۵ | | | | ۱/۲۸ |
| S2 | ۱/۱۵ | | | ۱/۷۵ | | |
| S3 | | | ۱/۲۵ | | ۲/۳ | |

شکل ۶. فرزند اول

عملگر جهش: عملگرهای جهش، عملگرهایی با ویژگی‌های تغییر تصادفی بوده و در آن‌ها یک یا چند محل از یک رشته کاراکتری با طول خاص در نظر گرفته شده و مقادیر کاراکترها در آن محل‌ها تغییر می‌یابد [۴]. در این پژوهش از روش تعویضی استفاده شده است. در این روش دو ژن به‌صورت تصادفی از کروموزومی که به‌صورت تصادفی انتخاب شده است، انتخاب می‌شوند و مقادیر درون آن ژن‌ها با یکدیگر تعویض می‌شوند [۴]. شکل‌های ۸ و ۹، این عملیات را نشان می‌دهند.

| | J1 | J2 | J3 | J4 | J5 | J6 |
|----|------|-----|------|------|------|-----|
| S1 | | | | ۲/۷۵ | ۱/۲۵ | |
| S2 | ۱/۱۵ | | ۱/۰۵ | | | |
| S3 | | ۲/۵ | | | | ۱/۵ |

شکل ۹. فرزند حاصل از جهش

| | J1 | J2 | J3 | J4 | J5 | J6 |
|----|------|------|------|------|-----|-----|
| S1 | | ۱/۲۵ | | ۲/۷۵ | | |
| S2 | ۱/۱۵ | | ۱/۰۵ | | | |
| S3 | | | | | ۲/۵ | ۱/۵ |

شکل ۸. انتخاب والد

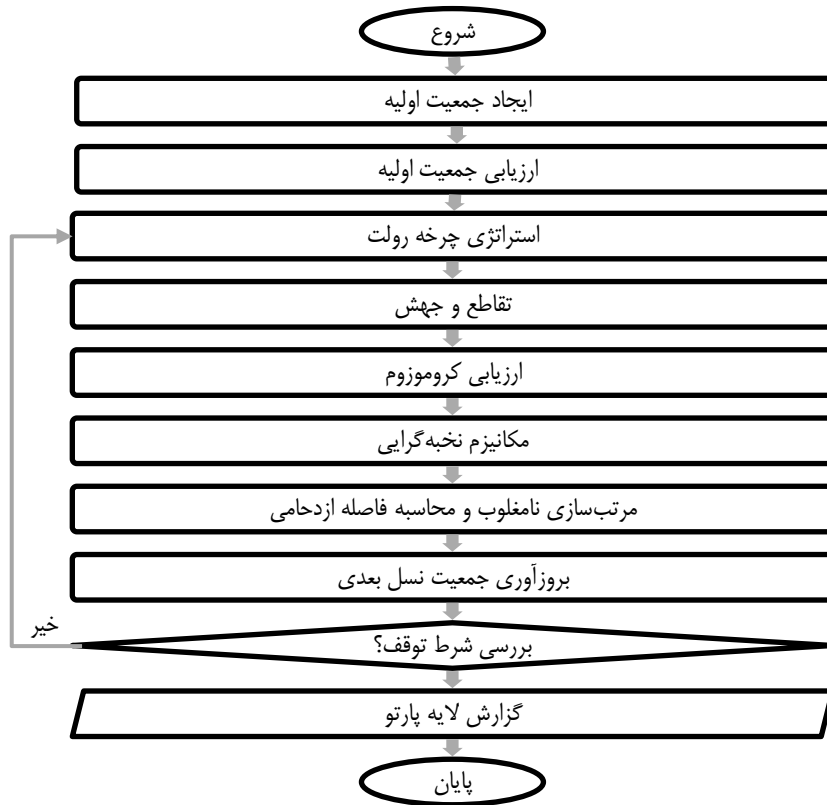
عملگر انتخاب: بعد از آنکه جمعیت جدید با استفاده از عملگرهای جهش و تقاطع ایجاد شد با جمعیت جدید ادغام شده و به تعداد جمعیت اولیه بهترین آن‌ها انتخاب می‌شود.
تنظیم پارامتر: نرخ‌های تقاطع و جهش و تعداد تکرار، به‌صورت تجربی به‌ترتیب برابر با $0/8$ و $0/2$ و 50 انتخاب شده است.
شرط توقف الگوریتم: شرط توقف الگوریتم تعداد تکرار است.

استراتژی برخورد با محدودیت: در این پژوهش از استراتژی اصلاحی برای برخورد با محدودیت‌ها استفاده شده است. در این روش کروموزوم غیرموجه حذف نمی‌شود و به یک کروموزوم موجه تبدیل می‌شود. فرض می‌شود شکل 10 ، فرزند اول حاصل از تقاطع است. مراحل اول، دوم و سوم به‌ترتیب دو، دو و سه ماشین دارد. در سطر دوم و ستون چهارم عدد $3/5$ نشان می‌دهد که کار چهار باید روی ماشین سه پردازش شود؛ اما در مرحله دوم، فقط دو ماشین وجود دارد؛ بنابراین عدد $3/5$ حذف می‌شود و یک عدد به‌صورت تصادفی در بازه $[1, 3]$ تولید می‌شود. برای فرزند حاصل از جهش نیز به همین صورت از استراتژی اصلاحی استفاده می‌شود.

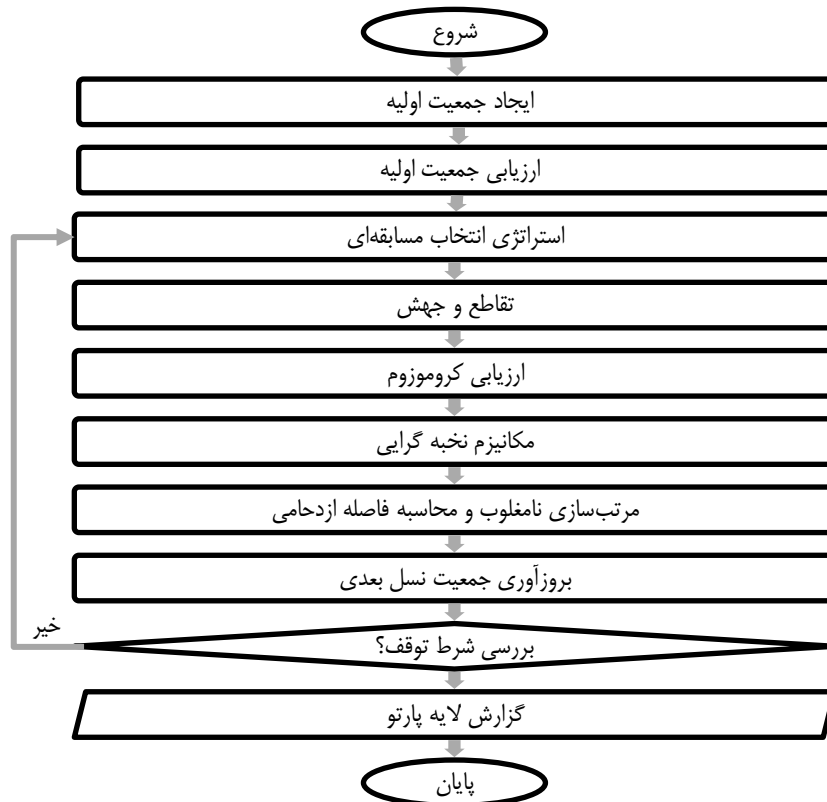
| | J1 | J2 | J3 | J4 |
|----|-----|-----|------|-----|
| S1 | ۱/۵ | | ۲/۷۵ | |
| S2 | | | | ۳/۵ |
| S3 | | ۲/۵ | | |

شکل ۱۰. فرزند اول حاصل از تقاطع

در ادامه شبه‌کد الگوریتم‌های پیشنهادی و رقیب آورده می‌شود.



شکل ۱۱. شبه کد الگوریتم NRGA



شکل ۱۲. شبه‌کد الگوریتم NSGAI

۴. تحلیل داده‌ها و روش‌شناسی پژوهش

به‌منظور بررسی عملکرد الگوریتم پیشنهادی، الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم NSGAI ارائه‌شده در پژوهش لیو وهمکاران (۲۰۱۷) مقایسه شده است. برنامه‌های این مقاله توسط زبان برنامه‌نویسی MATLAB نوشته شده و توسط یک رایانه با مشخصات ۸GB و ۶۴bit اجرا شده است. در ادامه نتایج محاسباتی الگوریتم بررسی می‌شود.

معیارهای کارایی. معیارهای زیادی برای بررسی عملکرد الگوریتم‌های چندهدفه وجود دارد. به‌طور کلی برخلاف بهینه‌سازی تک‌هدفه دو معیار اصلی شامل حفظ تنوع در بین جواب‌های پارتو و همگرایی به مجموعه جواب‌های پارتو را برای بهینه‌سازی چندهدفه می‌توان در نظر گرفت [۱۵]. در این پژوهش از سه معیار مقایسه برای ارزیابی الگوریتم‌های بهینه‌سازی چندهدفه استفاده شده است. این معیارها عبارت است از: MID: فاصله از نقطه ایده‌آل، RAS: درجه توازن در رسیدن هم‌زمان به اهداف و NOS: تعداد جواب‌های پارتو. برای محاسبه معیار اول از رابطه

۲۴، استفاده می‌شود. در این رابطه n تعداد بردارها در لایه پارتو است و c_i فاصله اقلیدسی بین هر عضو از مجموعه از مبدأ مختصات است که از رابطه $\sqrt{f_{1i}^2 + f_{2i}^2 + \dots + f_{ki}^2}$ به دست می‌آید. در این رابطه منظور از f_{ki} مقدار k امین تابع هدف در بردار جواب پارتو i ام است. بدیهی است که برای مجموعه‌های مورد مقایسه هر چقدر که این مقدار کوچک‌تر باشد، مطلوبیت آن مجموعه بیشتر خواهد بود [۴].

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n c_i}{n} \quad (۲۴)$$

در رابطه با معیار دوم، اگر جوابی در امتداد یک محور باشد، به دلیل آنکه این جواب تنها برای یک هدف مناسب بوده و برای هدف دیگر عملکرد مناسبی نداشته است، مطلوبیت کمی دارد؛ ولی جواب‌هایی که در آن‌ها یک توازن قابل قبول بین اهداف حاصل شده، جواب‌هایی مناسب هستند. رابطه ۲۵، معیار دوم را نشان می‌دهد [۴]؛ همچنین F_i از رابطه $F_i = \min\{f_{1i}, f_{2i}\}$ محاسبه می‌شود.

$$RAS = \frac{\sum_{i=1}^n \left[\left(\frac{f_{1i} - F_i}{F_i} \right) + \left(\frac{f_{2i} - F_i}{F_i} \right) \right]}{n} \quad (۲۴)$$

معیار آخر نیز تعداد جواب‌های بهینه پارتو است [۲۰].

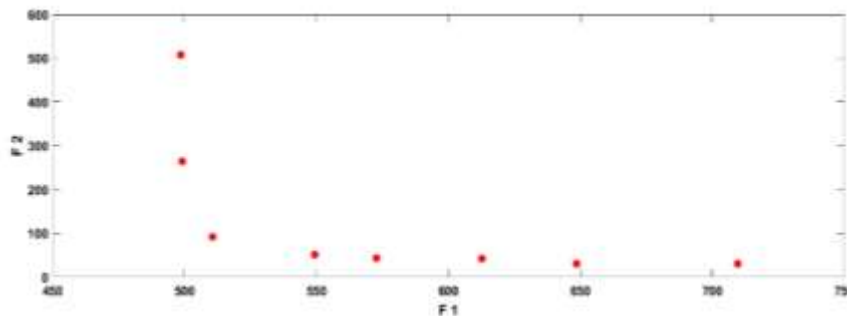
نحوه تولید مسائل نمونه. این پژوهش شامل ۲۵ نمونه مسئله و ۵ نمود است که در هر نمود، زمان پردازش اولیه، سرعت اولیه هر ماشین، میزان افزایش سرعت، تعداد عملیات‌ها و زمان دسترسی به صورت تصادفی ایجاد شد. در نمود یک، زمان پردازش اولیه برای هر عملیات از هر کار به صورت تصادفی در بازه $[۱, ۱۰۰]$ ایجاد شده و سرعت اولیه در بازه $[۱, ۲۰۰]$ و میزان افزایش سرعت هر ماشین در بازه $[۱, ۱۰۰]$ به صورت تصادفی ایجاد می‌شود. زمان دسترسی به هر کار به صورت تصادفی در بازه $[۱, ۳]$ ایجاد می‌شود. برای نمودهای ۲ تا ۵، زمان پردازش اولیه به ترتیب در بازه‌های $[۳۰۰, ۲۰۰]$ ، $[۳۰۰, ۴۰۰]$ ، $[۳۰۰, ۵۰۰]$ و $[۴۰۰, ۶۰۰]$ ، سرعت اولیه به ترتیب در بازه‌های $[۳۰۰, ۲۰۰]$ ، $[۳۰۰, ۴۰۰]$ ، $[۳۰۰, ۵۰۰]$ و $[۴۰۰, ۶۰۰]$ ، میزان افزایش سرعت به ترتیب در بازه‌های $[۱۰۰, ۲۰۰]$ ، $[۲۰۰, ۳۰۰]$ ، $[۳۰۰, ۴۰۰]$ و $[۴۰۰, ۵۰۰]$ و زمان دسترسی به ترتیب در بازه‌های $[۳, ۵]$ ، $[۳, ۷]$ ، $[۵, ۹]$ و $[۷, ۱۱]$ به صورت تصادفی ایجاد شد. در اینجا فرض شده است زمانی که تعداد کارها برابر با ۱۰، ۱۵، ۲۵، ۵۰ و ۱۰۰ باشد، تعداد عملیات‌ها و تعداد ماشین‌های موازی که قابلیت انجام یک عملیات مشابه را دارند، به ترتیب برابر با دو و دو، سه و سه، دو و دو، دو و دو است.

نتایج عددی. جدول ۵، نتایج محاسباتی را نشان می‌دهد.

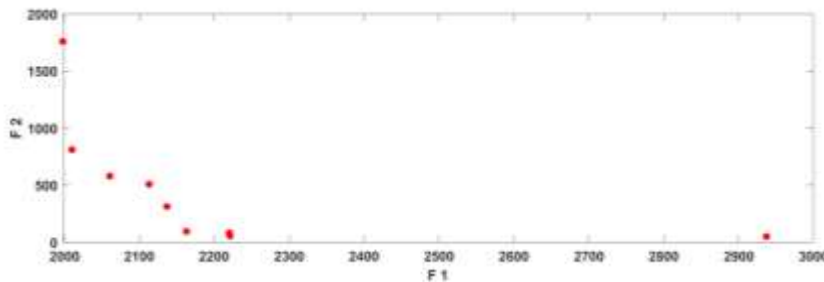
جدول ۵. نتایج محاسباتی

| NOS | | RAS | | MID | | نمود | تعداد کار × تعداد ماشین |
|--------|------|--------|-------|----------|----------|---------|-------------------------------|
| NSGAII | NRGA | NSGAII | NRGA | NSGAII | NRGA | | |
| ۹ | ۱۴ | ۵/۸۱ | ۶/۴۴ | ۵۶۶/۱۹ | ۵۱۹/۷۸ | ۱ | ۱۰×۲ |
| ۱۱ | ۷ | ۱/۱۹ | ۱/۶۴ | ۱۲۱۷/۹۹ | ۱۲۵۷/۱۱ | ۲ | |
| ۴ | ۸ | ۲/۲ | ۲/۰۰۶ | ۲۱۱۷/۴۲ | ۲۱۴۶/۹۷ | ۳ | |
| ۵ | ۷ | ۶/۲۳ | ۶/۱۹ | ۶۱۹۵/۷ | ۶۱۷۰/۳۹ | ۴ | |
| ۱۲ | ۹ | ۶/۷۳ | ۶/۲۸ | ۸۳۹۷/۸۱ | ۸۱۰۴/۶۷ | ۵ | |
| ۸۲ | ۹ | ۴/۴۳ | ۴/۵۱ | ۳۶۹۹/۰۲ | ۳۶۳۹/۷۸ | میانگین | |
| ۱۱ | ۱۳ | ۶/۶۱ | ۶/۳۱ | ۱۵۲۱/۲۴ | ۹۴۷/۷۱ | ۱ | ۱۵×۳ |
| ۹ | ۹ | ۶/۱۶ | ۱/۵۱ | ۵۲۲۷/۶ | ۱۹۴۷/۶ | ۲ | |
| ۶ | ۶ | ۲/۳۱ | ۸/۵ | ۳۱۶۵/۷۴ | ۹۴۶۵/۰۷ | ۳ | |
| ۴ | ۱۰ | ۲/۶ | ۶/۲۶ | ۴۷۳۹/۹۱ | ۸۷۰۰/۸۷ | ۴ | |
| ۸ | ۸ | ۲/۷۲ | ۶/۶۲ | ۵۷۶۸/۶۸ | ۹۶۳۱/۹۷ | ۵ | |
| ۷/۶ | ۹/۲ | ۴/۰۶ | ۵/۸۴ | ۴۰۸۴/۶۳ | ۶۱۳۸/۶۴ | میانگین | |
| ۱۳ | ۱۱ | ۱۰/۲۴ | ۱۰/۱ | ۱۳۷۰/۹۱ | ۱۱۹۴/۹۲ | ۱ | ۲۵×۳ |
| ۱۳ | ۱۳ | ۳/۶۲ | ۰/۹۵ | ۶۲۶۶/۲ | ۳۱۳۶/۴۸ | ۲ | |
| ۹ | ۵ | ۲/۰۳ | ۷/۸۷ | ۵۰۰۸/۸۲ | ۱۵۱۱۹/۹ | ۳ | |
| ۷ | ۶ | ۶/۰۲ | ۲/۴۹ | ۱۴۲۴۳/۹۳ | ۷۸۳۴/۱۸ | ۴ | |
| ۴ | ۸ | ۶/۷۳ | ۳/۱ | ۲۰۸۳/۱۸ | ۱۰۹۷۳/۸۹ | ۵ | |
| ۹/۲ | ۸/۶ | ۵/۷۲ | ۴/۹ | ۹۴۱۴/۶ | ۷۶۵۱/۸۷ | میانگین | |
| ۱۳ | ۹ | ۲۵/۸۳ | ۳۱/۱۲ | ۲۵۷۶/۲۶ | ۲۳۶۹/۸۵ | ۱ | ۵۰×۲ |
| ۱۲ | ۱۰ | ۲/۷۴ | ۳/۴۱ | ۱۱۴۶۷/۸۲ | ۱۰۹۱۲/۵۶ | ۲ | |
| ۱۱ | ۱۲ | ۲/۲۲ | ۴/۹۹ | ۱۱۷۵۱/۳۶ | ۲۰۷۹۰/۰۳ | ۳ | |
| ۵ | ۱۰ | ۲/۳۱ | ۲/۳۵ | ۱۵۷۰۶/۵۹ | ۱۵۷۹۸/۱۶ | ۴ | |
| ۹ | ۷ | ۳/۳۱ | ۲/۱۸ | ۱۹۸۷۸/۴۱ | ۳۱۲۴۱/۶۸ | ۵ | |
| ۱۰ | ۹/۶ | ۷/۲۶ | ۸/۸۱ | ۱۲۲۷۶/۰۸ | ۱۶۲۲۲/۴۵ | میانگین | |
| ۸ | ۷ | ۶۹/۸۲ | ۲۵/۵۲ | ۴۸۹۷/۶۵ | ۲۴۷۵۶/۳۶ | ۱ | ۱۰۰×۲ |
| ۹ | ۶ | ۲/۳ | ۰/۹۸ | ۲۶۸۶۳/۱۵ | ۳۱۲۰۲/۳۶ | ۲ | |
| ۸ | ۸ | ۲/۶۵ | ۱/۸۵ | ۲۱۹۸۹/۴۳ | ۴۲۳۲۰/۳۴ | ۳ | |
| ۶ | ۱۰ | ۵/۷۹ | ۲/۳۲ | ۲۵۵۰۰/۴۵ | ۶۱۲۸۳/۴۵ | ۴ | |
| ۱۲ | ۹ | ۲/۶۶ | ۱/۰۷ | ۳۲۵۳۰/۰۳ | ۶۴۴۴۸/۹۹ | ۵ | |
| ۸/۶ | ۸ | ۱۶/۶۴ | ۶/۳۴ | ۲۲۳۵۶/۱۴ | ۴۴۸۰۲/۳ | میانگین | |

تحلیل نتایج. هدف از این بخش تحلیل نتایج حاصل از مقایسات الگوریتم‌ها است. به این منظور ابتدا از نمودار استفاده شد و در ادامه به منظور تجزیه و تحلیل دقیق‌تر، با توجه به خروجی الگوریتم‌ها در معیارهای یادشده، الگوریتم‌ها با استفاده از روش تاپسیس رتبه‌بندی شدند. برای محاسبه وزن شاخص‌ها از روش آنتروپی استفاده شده است. رتبه‌بندی الگوریتم‌ها با توجه به روش تاپسیس در هر اندازه نمونه به صورت مجزا صورت گرفته است. شکل‌های ۱۳ و ۱۴، به ترتیب نمودار پارتو الگوریتم‌های NSGAI و NRGAI را نشان می‌دهد.

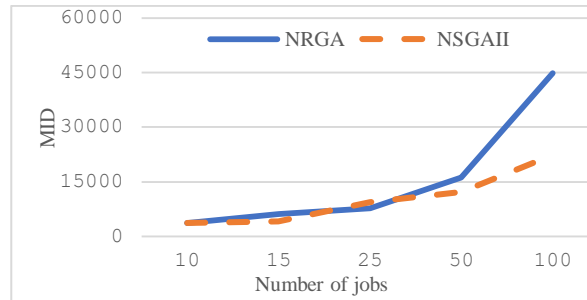


شکل ۱۳. نمودار پارتو الگوریتم NRGAI

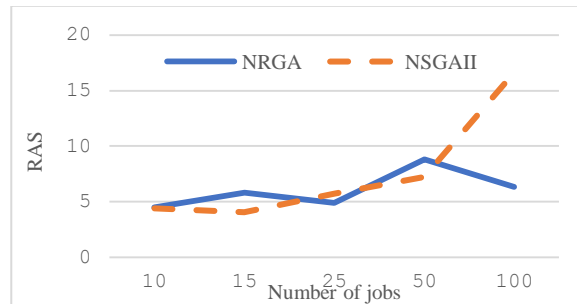


شکل ۱۴. نمودار پارتو الگوریتم NSGAI

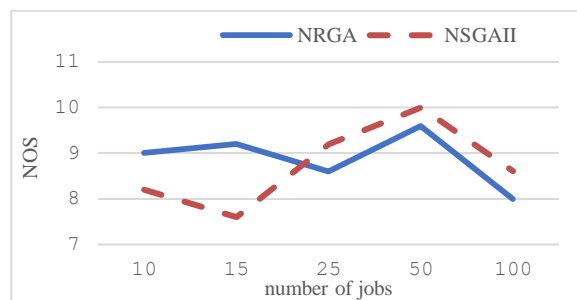
نمودارهای تحلیلی. در اینجا با توجه به سه معیار کارایی معرفی شده، نتایج حاصل از الگوریتم‌ها با هم مقایسه خواهد شد.



شکل ۱۵. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار MID



شکل ۱۶. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار RAS



شکل ۱۷. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار NOS

با توجه به شکل ۱۵، الگوریتم پیشنهادی در معیار MID در اندازه نمونه‌های ۱۰ و ۲۵ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد؛ چون هرچه مقدار MID کمتر باشد بهتر است. شکل ۱۶، نشان می‌دهد الگوریتم پیشنهادی در معیار RAS در اندازه نمونه‌های ۲۵ و ۱۰۰ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد؛ زیرا مقدر این معیار در اندازه نمونه‌های ذکر شده مقدار کمتری دارد. شکل ۱۷، نشان می‌دهد که الگوریتم NRG در اندازه نمونه‌های ۱۰ و ۱۵ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم NSG دارد؛ زیرا هر چه تعداد جواب‌های پارتو بیشتر باشد، بهتر است.

تحلیل تاپسیس. روش تاپسیس در سال ۱۹۸۱ توسط هوانگ و یون پیشنهاد شد. این روش، یکی از روش‌های تصمیم‌گیری چندشاخصه است و در آن، m گزینه توسط n شاخص ارزیابی می‌شود [۱۹]. در این روش گزینه‌ها بر اساس میزان نزدیکی به جواب ایده‌آل مثبت و دوری از جواب ایده‌آل منفی رتبه‌بندی می‌شوند [۱۸]. شکل ۱۸، مراحل روش تاپسیس را نشان می‌دهد. جدول‌های ۶ تا ۸، مراحل مختلف روش تاپسیس در اندازه نمونه ۱۰ را نشان می‌دهند.



شکل ۱۸. مراحل روش تاپسیس

جدول ۶. ماتریس تصمیم مسئله

| الگوریتم | MID | RAS | NOS |
|----------|---------|------|-----|
| NRGA | ۳۶۳۹/۷۸ | ۴/۵۱ | ۹ |
| NSGAI | ۳۶۹۹/۰۲ | ۴/۴۳ | ۸/۲ |

جدول ۷. ماتریس بی‌مقیاس‌شده وزنی

| الگوریتم | MID | RAS | NOS |
|----------|--------|--------|-------|
| NRGA | ۰/۰۱۸۵ | ۰/۰۱۸۵ | ۰/۶۹۹ |
| NSGAI | ۰/۰۱۸۵ | ۰/۰۱۸۲ | ۰/۶۳۷ |

جدول ۸. فاصله از ایده‌آل مثبت و منفی، رتبه‌بندی الگوریتم‌ها

| الگوریتم | d^+ | d^- | CL | رتبه |
|----------|--------|--------|--------|------|
| NRGA | ۰/۰۰۰۳ | ۰/۰۶۲ | ۰/۹۹۵ | ۱ |
| NSGAI | ۰/۰۰۶ | ۰/۰۰۰۳ | ۰/۰۰۴۹ | ۲ |

d^+ ، d^- و CL به ترتیب فاصله از ایده‌آل مثبت، منفی و نزدیکی نسبی هر گزینه به راه‌حل ایده‌آل است. با توجه به جدول ۸، الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب در اندازه نمونه ۱۰ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد؛ زیرا در رتبه‌بندی صورت‌گرفته الگوریتم پیشنهادی دارای رتبه یک و الگوریتم رقیب دارای رتبه دو است. جدول‌های ۹ تا ۱۱، مراحل مختلف روش تاپسیس در اندازه نمونه ۱۵ را نشان می‌دهند.

جدول ۹. ماتریس تصمیم مسئله

| الگوریتم | MID | RAS | NOS |
|----------|---------|------|-----|
| NRGA | ۶۱۳۸/۶۴ | ۵/۸۴ | ۹/۲ |
| NSGAI | ۴۰۸۴/۶۳ | ۴/۰۶ | ۷/۶ |

جدول ۱۰. ماتریس بی‌مقیاس شده وزنی

| الگوریتم | MID | RAS | NOS |
|----------|-------|-------|-------|
| NRGA | ۰/۴۰۴ | ۰/۳۲ | ۰/۰۹۶ |
| NSGAI | ۰/۲۶۷ | ۰/۲۲۲ | ۰/۰۷۹ |

جدول ۱۱. فاصله از ایده‌آل مثبت و منفی، رتبه‌بندی الگوریتم‌ها

| الگوریتم | d^+ | d^- | CL | رتبه |
|----------|-------|-------|-------|------|
| NRGA | ۰/۱۶۸ | ۰/۰۲ | ۰/۱۰۶ | ۲ |
| NSGAI | ۰/۰۲ | ۰/۰۱۷ | ۰/۹۰۸ | ۱ |

با توجه به جدول ۱۱، الگوریتم رقیب در اندازه نمونه ۱۵ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم پیشنهادی دارد؛ زیرا در رتبه‌بندی صورت‌گرفته الگوریتم پیشنهادی دارای رتبه دو و الگوریتم رقیب دارای رتبه یک است. جدول‌های ۱۲ تا ۱۴، مراحل مختلف روش تاپسیس در اندازه نمونه ۲۵ را نشان می‌دهد.

جدول ۱۲. ماتریس تصمیم مسئله

| الگوریتم | MID | RAS | NOS |
|----------|---------|------|-----|
| NRGA | ۷۶۵۱/۸۷ | ۴/۹ | ۸/۶ |
| NSGAI | ۹۴۱۴/۶ | ۵/۷۲ | ۹/۲ |

جدول ۱۳. ماتریس بی‌مقیاس شده وزنی

| الگوریتم | MID | RAS | NOS |
|----------|-------|-------|-------|
| NRGA | ۰/۳۵۴ | ۰/۲۰۲ | ۰/۰۸۵ |
| NSGAI | ۰/۴۳۶ | ۰/۲۳۶ | ۰/۰۹۱ |

جدول ۱۴. فاصله از ایده‌آل مثبت و منفی، رتبه‌بندی الگوریتم‌ها

| رتبه | CL | d ⁻ | d ⁺ | الگوریتم |
|------|-------|----------------|----------------|----------|
| ۱ | ۰/۹۳۶ | ۰/۰۸۸ | ۰/۰۰۶ | NRGA |
| ۲ | ۰/۰۶۳ | ۰/۰۰۶ | ۰/۰۸۸ | NSGAI |

با توجه به جدول ۱۴، الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب در اندازه نمونه ۲۵ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد؛ زیرا در رتبه‌بندی صورت‌گرفته الگوریتم پیشنهادی دارای رتبه یک و الگوریتم رقیب دارای رتبه دو است. جدول‌های ۱۵ تا ۱۷، مراحل مختلف روش تاپسیس در اندازه نمونه ۵۰ را نشان می‌دهد. همان‌طور که جدول ۱۷، نشان می‌دهد، الگوریتم رقیب در اندازه نمونه ۵۰ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم پیشنهادی دارد؛ زیرا در رتبه‌بندی صورت‌گرفته الگوریتم پیشنهادی دارای رتبه دو و الگوریتم رقیب دارای رتبه یک است. جدول‌های ۱۸ تا ۲۰، مراحل مختلف روش تاپسیس در اندازه نمونه ۱۰۰ را نشان می‌دهد.

جدول ۱۵. ماتریس تصمیم مسئله

| الگوریتم | NOS | RAS | MID |
|----------|-----|------|----------|
| NRGA | ۹/۶ | ۸/۸۱ | ۱۶۲۲۲/۴۵ |
| NSGAI | ۱۰ | ۷/۲۶ | ۱۲۲۷۶/۰۸ |

جدول ۱۶. ماتریس بی‌مقیاس شده وزنی

| الگوریتم | NOS | RAS | MID |
|----------|-------|-------|-------|
| NRGA | ۰/۰۲۸ | ۰/۲۵۷ | ۰/۴۹۸ |
| NSGAI | ۰/۰۲۹ | ۰/۲۱۱ | ۰/۲۷۶ |

جدول ۱۷. فاصله از ایده‌آل مثبت و منفی، رتبه‌بندی الگوریتم‌ها

| رتبه | CL | d ⁻ | d ⁺ | الگوریتم |
|------|----|----------------|----------------|----------|
| ۲ | ۰ | ۰ | ۰/۱۳ | NRGA |
| ۱ | ۱ | ۰/۱۳ | ۰ | NSGAI |

جدول ۱۸. ماتریس تصمیم مسئله

| الگوریتم | NOS | RAS | MID |
|----------|-----|-------|----------|
| NRGA | ۸ | ۶/۳۴ | ۴۴۸۰۲/۳ |
| NSGAI | ۸/۶ | ۱۶/۶۴ | ۲۲۳۵۶/۱۴ |

جدول ۱۹. ماتریس بی‌مقیاس شده وزنی

| الگوریتم | NOS | RAS | MID |
|----------|-------|-------|-------|
| NRGA | ۰/۰۰۵ | ۰/۱۲۴ | ۰/۰۷۴ |
| NSGAI | ۰/۰۰۵ | ۰/۵۹۸ | ۰/۱۵۶ |

جدول ۲۰. فاصله از ایده‌آل مثبت و منفی، رتبه‌بندی الگوریتم‌ها

| رتبه | CL | d ⁻ | d ⁺ | الگوریتم |
|------|----|----------------|----------------|----------|
| ۱ | ۱ | ۰/۴۸ | ۰ | NRGA |
| ۲ | ۰ | ۰ | ۰/۴۸ | NSGAI |

با توجه به جدول ۲۰، الگوریتم پیشنهادی در اندازه نمونه ۱۰۰ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد؛ زیرا در رتبه‌بندی صورت‌گرفته الگوریتم پیشنهادی دارای رتبه یک و الگوریتم رقیب دارای رتبه دو است.

تحلیل آماری. در این پژوهش برای بررسی بیشتر عملکرد الگوریتم‌ها از روش آماری ویلکاکسون استفاده شده است. جدول‌های ۲۱ تا ۳۵، نتایج حاصل از مقایسه عملکرد الگوریتم‌ها را نشان می‌دهند.

جدول ۲۱. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار MID در اندازه نمونه ۱۰×۲

| رتبه‌ها | | تعداد | میانگین رتبه | مجموع رتبه‌ها |
|---------------|-----------------|----------------|--------------|---------------|
| رتبه‌های منفی | NSGAI-NRGA | ۲ ^a | ۲/۵ | ۵ |
| رتبه‌های مثبت | a. NSGAI < NRGA | ۳ ^b | ۳/۳۳ | ۱۰ |
| روابط | b. NSGAI > NRGA | ۰ ^c | | |
| کل | c. NSGAI = NRGA | ۵ | | |

نتایج جدول ۲۱، نشان می‌دهد که الگوریتم رقیب در معیار MID کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم پیشنهادی دارد.

جدول ۲۲. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار RAS در اندازه نمونه ۱۰×۲

| رتبه‌ها | | تعداد | میانگین رتبه | مجموع رتبه‌ها |
|---------------|-----------------|----------------|--------------|---------------|
| رتبه‌های منفی | NSGAI-NRGA | ۲ ^a | ۴/۲۵ | ۸/۵ |
| رتبه‌های مثبت | a. NSGAI < NRGA | ۳ ^b | ۲/۱۷ | ۶/۵ |
| روابط | b. NSGAI > NRGA | ۰ ^c | | |
| کل | c. NSGAI = NRGA | ۵ | | |

نتایج حاصل از جدول ۲۲، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار RAS کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۲۳. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار NOS در اندازه نمونه 10×2

| رتبه‌ها | | |
|---------------|--------------|----------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد |
| ۹/۵ | ۳/۱۷ | ۳ ^a |
| ۵/۵ | ۲/۷۵ | ۲ ^b |
| | | ۰ ^c |
| | | ۵ |

رتبه‌های منفی NSGAII-NRGA
 رتبه‌های مثبت a. NSGAII < NRGA
 روابط b. NSGAII > NRGA
 کل c. NSGAII = NRGA

نتایج جدول ۲۳، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار NOS کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۲۴. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار MID در اندازه نمونه 15×3

| رتبه‌ها | | |
|---------------|--------------|----------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد |
| ۱۲ | ۴ | ۳ ^a |
| ۳ | ۱/۵ | ۲ ^b |
| | | ۰ ^c |
| | | ۵ |

رتبه‌های منفی NSGAII-NRGA
 رتبه‌های مثبت a. NSGAII < NRGA
 روابط b. NSGAII > NRGA
 کل c. NSGAII = NRGA

نتایج جدول ۲۴، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار MID کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۲۵. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار RAS در اندازه نمونه 15×3

| رتبه‌ها | | |
|---------------|--------------|----------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد |
| ۱۲ | ۴ | ۳ ^a |
| ۳ | ۱/۵ | ۲ ^b |
| | | ۰ ^c |
| | | ۵ |

رتبه‌های منفی NSGAII-NRGA
 رتبه‌های مثبت a. NSGAII < NRGA
 روابط b. NSGAII > NRGA
 کل c. NSGAII = NRGA

نتایج جدول ۲۵، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار RAS کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۲۶. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار NOS در اندازه نمونه ۱۵×۳

| رتبه‌ها | | |
|---------------|--------------|----------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد |
| ۳ | ۱/۵ | ۲ ^a |
| ۰ | ۰ | ۰ ^b |
| | | ۳ ^c |
| | | ۵ |

رتبه‌های منفی NSGAII-NRGA
 رتبه‌های مثبت a. NSGAII < NRGA
 روابط b. NSGAII > NRGA
 کل c. NSGAII = NRGA

نتایج جدول ۲۶، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار NOS کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۲۷. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار MID در اندازه نمونه ۲۵×۳

| رتبه‌ها | | |
|---------------|--------------|----------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد |
| ۵ | ۵ | ۱ ^a |
| ۱۰ | ۲/۵ | ۴ ^b |
| | | ۰ ^c |
| | | ۵ |

رتبه‌های منفی NSGAII-NRGA
 رتبه‌های مثبت a. NSGAII < NRGA
 روابط b. NSGAII > NRGA
 کل c. NSGAII = NRGA

نتایج جدول ۲۷، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار MID کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۲۸. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار RAS در اندازه نمونه ۲۵×۳

| رتبه‌ها | | |
|---------------|--------------|----------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد |
| ۵ | ۵ | ۱ ^a |
| ۱۰ | ۲/۵ | ۴ ^b |
| | | ۰ ^c |
| | | ۵ |

رتبه‌های منفی NSGAII-NRGA
 رتبه‌های مثبت a. NSGAII < NRGA
 روابط b. NSGAII > NRGA
 کل c. NSGAII = NRGA

نتایج جدول ۲۸، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار RAS کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۲۹. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار NOS در اندازه نمونه ۲۵×۳

| رتبه‌ها | | |
|---------------|--------------|----------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد |
| ۳/۵ | ۳/۵ | ۱ ^a |
| ۶/۵ | ۲/۱۷ | ۳ ^b |
| | | ۱ ^c |
| | | ۵ |

نتایج جدول ۲۹، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار NOS کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۳۰. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار MID در اندازه نمونه ۵۰×۲

| رتبه‌ها | | |
|---------------|--------------|----------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد |
| ۱۰ | ۳/۳۳ | ۳ ^a |
| ۵ | ۲/۵ | ۲ ^b |
| | | ۰ ^c |
| | | ۵ |

نتایج جدول ۳۰، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار MID کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۳۱. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار RAS در اندازه نمونه ۵۰×۲

| رتبه‌ها | | |
|---------------|--------------|----------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد |
| ۱۲ | ۳ | ۴ ^a |
| ۳ | ۳ | ۱ ^b |
| | | ۰ ^c |
| | | ۵ |

نتایج جدول ۳۱، نشان می‌دهد که الگوریتم‌های پیشنهادی و رقیب عملکرد یکسانی دارند.

جدول ۳۲. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار NOS در اندازه نمونه ۵۰×۲

| رتبه‌ها | | |
|----------------|--------------|------------------|
| تعداد | میانگین رتبه | مجموع رتبه‌ها |
| ۲ ^a | ۳ | ۶ |
| رتبه‌های منفی | | NSGAII-NRGA |
| ۳ ^b | ۳ | ۹ |
| رتبه‌های مثبت | | a. NSGAII < NRGA |
| ۰ ^c | | |
| روابط | | b. NSGAII > NRGA |
| ۵ | | کل |
| | | c. NSGAII = NRGA |

نتایج جدول ۳۲، نشان می‌دهد که الگوریتم‌های پیشنهادی و رقیب عملکرد یکسانی دارند.

جدول ۳۳. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار MID در اندازه نمونه ۱۰۰×۲

| رتبه‌ها | | |
|----------------|--------------|------------------|
| تعداد | میانگین رتبه | مجموع رتبه‌ها |
| ۵ ^a | ۳ | ۱۵ |
| رتبه‌های منفی | | NSGAII-NRGA |
| ۰ ^b | ۰ | ۰ |
| رتبه‌های مثبت | | a. NSGAII < NRGA |
| ۰ ^c | | |
| روابط | | b. NSGAII > NRGA |
| ۵ | | کل |
| | | c. NSGAII = NRGA |

نتایج جدول ۳۳، نشان می‌دهد که الگوریتم پیشنهادی در معیار MID کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد.

جدول ۳۴. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار RAS در اندازه نمونه ۱۰۰×۲

| رتبه‌ها | | |
|----------------|--------------|------------------|
| تعداد | میانگین رتبه | مجموع رتبه‌ها |
| ۰ ^a | ۰ | ۰ |
| رتبه‌های منفی | | NSGAII-NRGA |
| ۵ ^b | ۳ | ۱۵ |
| رتبه‌های مثبت | | a. NSGAII < NRGA |
| ۰ ^c | | |
| روابط | | b. NSGAII > NRGA |
| ۵ | | کل |
| | | c. NSGAII = NRGA |

نتایج جدول ۳۴، نشان می‌دهد که الگوریتم رقیب در معیار RAS کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم پیشنهادی دارد.

جدول ۳۵. مقایسه الگوریتم‌ها در معیار NOS در اندازه نمونه 100×2

| رتبه‌ها | | | | |
|---------------|--------------|-------|---------------|------------------|
| مجموع رتبه‌ها | میانگین رتبه | تعداد | | |
| ۰ | ۰ | a | رتبه‌های منفی | NSGAII-NRGA |
| ۱۵ | ۳ | b | رتبه‌های مثبت | a. NSGAII < NRGA |
| | | c | روابط | b. NSGAII > NRGA |
| | | ۵ | کل | c. NSGAII = NRGA |

نتایج جدول ۳۵، نشان می‌دهد که الگوریتم رقیب در معیار NOS کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم پیشنهادی دارد.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در پژوهش حاضر، مسئله زمان‌بندی کار کارگاهی منعطفی توسعه داده شده است که هر کار با توجه به زمان دسترسی وارد کارگاه می‌شود و هدف اصلی این پژوهش، تعیین توالی عملیات بر روی ماشین‌ها، کاهش مجموع جریمه‌های دیرکرد و زودکرد و نویز ایجادشده با توجه به افزایش سرعت است. با توجه به اینکه مسئله NP-hard است و هر چه اندازه مسئله افزایش یابد، الگوریتم‌های چندجمله‌ای قادر به حل مسئله نخواهند بود، برای حل مسئله از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب استفاده شد و مسئله توسعه داده شده در ۲۵ مسئله که به صورت تصادفی ایجاد شده بود با الگوریتم مذکور حل شد. برای ارزیابی کارایی الگوریتم پیشنهادی، نتایج حاصل از آن با الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب مقایسه شد. برای مقایسه الگوریتم سه معیار MID، RAS و NOS به کار رفت و نتایج نشان داد که الگوریتم پیشنهادی در معیار MID در اندازه نمونه‌های ۱۰ و ۲۵ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد؛ چراکه هرچه مقدار MID کمتر باشد بهتر است؛ همچنین الگوریتم پیشنهادی در معیار RAS در اندازه نمونه‌های ۲۵ و ۱۰۰ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد؛ زیرا مقدار این معیار در اندازه نمونه‌های ذکر شده مقدار کمتری را دارد و الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب در اندازه نمونه‌های ۱۰ و ۱۵ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب دارد؛ زیرا هر چه تعداد جواب‌های پارتو بیشتر باشد بهتر است. به منظور تجزیه و تحلیل دقیق‌تر، با توجه به خروجی الگوریتم‌ها در معیارهای یادشده، الگوریتم‌ها با استفاده از روش تاپسیس رتبه‌بندی شدند و رتبه‌بندی الگوریتم‌ها

با توجه به روش تاپسیس در هر اندازه نمونه به صورت مجزا صورت گرفت. نتایج حاصل از روش تاپسیس نشان داد که الگوریتم ژنتیک رتبه‌بندی نامغلوب در اندازه نمونه‌های ۱۰، ۲۵ و ۱۰۰ کارایی بهتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد؛ زیرا در رتبه‌بندی صورت‌گرفته الگوریتم پیشنهادی دارای رتبه یک و الگوریتم رقیب دارای رتبه دو بود؛ همچنین با استفاده از روش آماری ویلکاکسون عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی و رقیب مقایسه شد. نتایج نشان داد که در بیشتر نمونه‌ها الگوریتم پیشنهادی کارایی بیشتری نسبت به الگوریتم رقیب دارد. در پژوهش‌های آینده می‌توان مفروضاتی همچون بافرهای میانی با ظرفیت محدود و عدم قطعیت در پارامترهای مسئله را در نظر گرفت.

منابع

1. Alto'e, W., Bissoli, D., Mauri, G., & Amaral, A. (2018). A clustering search metaheuristic for the bi-objective flexible job-shop scheduling problem, *XLIV Latin American Computer Conference*, 158-166.
2. Asadzadeh, Y., Azizi, M., & Hamzeh, Y. (2018). Determination and ranking cleaner production criteria by using analy. *Iranian Journal of Wood and Paper Industries*, 8(4), 573-584 (In Persian).
3. Aurich, J. C., Yang, X., Schröder, S., Hering-Bertram, M., Biedert, T., Hagen, H., & Hamann, B. (2021). Noise investigation in manufacturing systems: An acoustic simulation and virtual reality enhanced method. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 5(4), 337-347.
4. Behnamian, J. (2016). Solving Complex Optimization Problems Methods and Algorithms. Bu-Ali Sina University Press (In Persian).
5. Chen, c., Jiy, Z., & Wangz, Y. (2018). NSGA-II applied to dynamic flexible job shop scheduling problems with machine breakdown, *Modern Physics Letters B*, 32, 18401111- 18401119.
6. Driss, E., Mallouli, R., & Hachicha, W. (2018). Mixed Integer Programming for job Shop Scheduling Problem with Seprable Sequence-Dependent Setup Times. *American Journal of Mathematical and Computational Science*, 3(1), 31-36.
7. Fakhzad, M.B., Sadeghieh, and A., & Emami, L. (2013). A New Multi-Objective Job Shop Scheduling with Setup Times Using a Hybrid Genetic Algorithm. *International Journal of Engineering*, 26(2), 207-218.
8. Gholipour Kanani, Y., Tavakkoli Moghaddam, R., Tabari, M., Jafari Zarandini, Y., & Aryanezhad, M.B. (2011). Solving a Novel Multi-Objective Scheduling Problem in a Cellular Manufacturing System by a Hybrid Algorithm. *Journal of Production and Operations Management*, 2(2), 1-18 (In Persian).
9. Golmohammadi, R. (2017). Oel Assessment Guideline for Noise and Vibration, Ministry of Health and Medical Education Environmental and Occupational Health Center (In Persian).
10. Gonzalez, M., Vela, C., & Varela. R. (2015). Scatter Search with Path Relinking for the Flexible Job Shop Scheduling Problem. *European Journal of Operational Research*, 245(1), 1-31.
11. Heydari, M., & Aazami, A. (2018). Minimizing the maximum tardiness and makespan criteria in a job-shop scheduling problem with sequence dependent setup times. *Journal of Industrial and Systems Engineering*, 11(2), 134-150.
12. Huang, R., & Yu, S. (2016). Two-stage multiprocessor flow shop scheduling with deteriorating maintenance in cleaner production. *Journal of Cleaner Production*, 135, 276-283.
13. Jamshidi, B., Asabati, M., & Ghanian, I. (2012). Common methods of noise reduction in the textile industry. *Journal of Mechanical Engineering and Vibration*, 3(1), 11-15 (In Persian).
14. Li, Y., Huang, W., Wu, R., & Guo, K. (2020). An improved artificial bee colony algorithm for solving multi-objective low-carbon flexible job shop scheduling problem, *Applied Soft Computing*, 95, 1-14.
15. Liu, Q., Tian, Y., Wang, C., Chekem, F., & Sutherland, J. (2017). Flexible job shop scheduling for reduced manufacturing carbon footprint. *Journal of Manufacturing Science and Engineering*, 140(6), 1-9.

16. Lu, Y., & Jiang, T. (2019). Bi-Population Based Discrete Bat Algorithm for the Low-Carbon Job Shop Scheduling Problem, *IEEE Access*, 7, 14513-14522.
17. Min, D., Dunbingb, T., Adrianac, G., & Miguel, S. (2019). Multi-objective optimization for energy-efficient flexible job-shop scheduling problem with transportation constraints, *Robotics and Computer Integrated Manufacturing*, 59, 143-157.
18. Molavi, B, Esmaelian, M., Ansari, R. (2012). Identifying and Prioritizing Agility Drivers Using FTOPSIS And Fractional Programming Approach, *Journal of Industrial Management Perspective*, 2(1), 91-114. (In Persian)
19. Momeni, M. (2014). *New Topics in Operations Research*, Tehran: Management School Publications, (In Persian).
20. Mohtashami, A., & Sagharichiha, M.N. (2018). Prioritizing Order Picking from Storage and Transferring to Production Department Based on a New Mathematical Model and Multi-objective Meta-heuristic Algorithms. *International Journal of Industrial Engineering & Production Management*, 28(1), 69-86 (In Persian).
21. Naser Sadrabadi, A., & Sattarkhan, M.H. (2014). A binary programming model for parallel machines scheduling in a multi-product system. *The Journal of Industrial Management Perspective*, 4(2), 139-156. (In Persian)
22. Nouri, H., Driss, O., & Ghedira, K. (2018). Solving the flexible job shop problem by hybrid Metaheuristics-based multi agent model. *Journal of Engineering International*, 14, 1-14.
23. Rahimi, H., Azar, A., & Rezaei Pandari. (2015). Designing a Multi Objective Job Shop Scheduling Model and Solving it by Simulated Annealing. *The Journal of Industrial Management Perspective*, 5(3), 39-63. (In Persian)
24. Rohaninejad, M., Kheirhkah, A., Fattahi, P., & Vahid-Nouri, B. (2015). A hybrid multi-objective genetic algorithm based on the ELECTRE method for a capacitated flexible job shop scheduling problem. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 77, 51-66.
25. Seng, D.W., Li, J.W., Fang, X.J., Zhang, X.F., & Chen, J. (2018). Low carbon flexible job shop scheduling based on improved non-dominated sorting genetic algorithm-II. *International Journal of Simulation Modelling*, 17(4), 712-723.
26. Shen, L. (2014). A tabu search algorithm for the job shop problem with sequence dependent setup times. *Computer & Industrial Engineering*, 78, 95-106.
27. Shen, L. Dauzere Peres, S., & Neufeld, J. (2018). Solving the flexible job shop scheduling problem with sequence-dependent setup times. *European Journal of Operational Research*, 265, 503-516.
28. Wang, Y., & Zhu, Q. (2021). A Hybrid Genetic Algorithm for Flexible Job Shop Scheduling Problem with Sequence-Dependent Setup Times and Job Lag Times. *IEEE Access*, 9, 104864 – 104873.
29. Wu, X., Peng, J., Xiao, X., & Wu, S. (2021). An effective approach for the dual-resource flexible job shop-scheduling problem considering loading and unloading, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 32, 707-728.
30. Xiang, X., Liu, C., & Miao, L. (2018). Minimizing the Maximum Flow Time for Flexible Job Shop Problem with Parallel Machines Considering Release Time. *Advances in Intelligent Systems Research*, 159, 208-211.
31. Yang, X., Zeng, Z., Wang, R., & Sun, X. (2016). Bi-Objective Flexible Job-Shop Scheduling Problem Considering Energy Consumption under Stochastic Processing Times. *PLOS ONE*, 11(12), 1-13.

32. Yazdani, M., Aleti, A., Khalili, S.M, & Jolai, F. (2017). Optimising the sum of maximum earliness and tardiness of the job shop scheduling problem. *Computers & Industrial Engineering*, 107, 12-24.
33. Zambrano Rey, G., Bekrar, A., Trentesaux, D., & Zhou, B. (2015). Solving the flexible job-shop just-in-time scheduling problem with quadratic earliness and tardiness costs. *International Journal of Advanced*, 81(9), 1-2.
34. Zegordi, S.H, Rahimi & Ghashghaie, M. (2010). Flexible job shop scheduling problem; considering maintenance constraint, *Industrial Engineering & Management Sharif*, 26(1), 101-115 (In Persian).
35. Zhang, R., & Chiong, R. (2016). Solving the energy-efficient job shop scheduling problem: A multi-objective genetic algorithm with enhanced local search for minimizing the total Weighted tardiness and total energy consumption, *Journal of Cleaner Production*, 112, 3361-3375