

## ارائه مدل پیشینه تسخیر با محاسبه حدود پارامتر تعداد تسهیلات و در نظر گرفتن تابع هدف هزینه

امیر علیمی\*، مصطفی کاظمی\*\*، علیرضا پویا\*\*\*، زهرا ناجی عظیمی\*\*\*\*

### چکیده

مسئله پیشینه تسخیر به دنبال یافتن مکانی مناسب برای تسهیلات در فضایی شبکه‌ای و در شرایطی رقابتی است. در این مسئله، شرکتی جدید قصد ورود به بازار با هدف تسخیر هر چه بیشتر تقاضا را دارد. در این پژوهش برای توسعه این مسئله، عامل هزینه به‌عنوان تابع هدفی مجزا در نظر گرفته شده و مدلی دو هدفه پیشنهاد شده است؛ همچنین پارامتر تعداد تسهیلات به‌صورت فاصله‌ای در نظر گرفته شده و برای محاسبه حد بالا و پایین آن دو مدل مجزا ارائه شده است: ۱. برای به دست آوردن حد بالا، مدلی با هدف پیشینه‌سازی تسخیر و محدودیت پیشینه بودجه و؛ ۲. برای به دست آوردن حد پایین، مدلی با هدف کمینه‌سازی هزینه و محدودیت کمینه سهم بازار. برای حل مدل پیشنهادی از روش برنامه‌ریزی آرمانی در حل مسائل چندهدفه استفاده شده است. مراحل مدل‌سازی و حل مسئله در یک مورد واقعی از مکان‌یابی پمپ بنزین‌های شهر یزد نشان داده شده است. نتایج حل این مسئله نشان می‌دهد در صورت برابر فرض کردن وزن توابع هدف با صرف‌نظر از ۷ درصد سهم بازار می‌توان ۵۵ درصد در هزینه صرفه‌جویی کرد.

**کلیدواژه‌ها:** مکان‌یابی تسهیلات رقابتی؛ پیشینه تسخیر؛ پارامتر فاصله‌ای؛ برنامه‌ریزی چندهدفه؛ برنامه‌ریزی آرمانی؛ هزینه بازگشایی.

---

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۱۲/۱۶، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۶/۱۴.

\* دانشجوی دکتری، دانشگاه فردوسی مشهد.

\*\* استاد، دانشگاه فردوسی مشهد (نویسنده مسئول).

Email: kazemi@um.ac.ir

\*\*\* دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد.

\*\*\*\* دانشیار، دانشگاه فردوسی مشهد.

## ۱. مقدمه

مسئله مکان‌یابی تسهیلات به تعیین مکان تسهیلات در فضایی مشخص می‌پردازد. این فضا باید از قبل معلوم شود و می‌تواند حالتی پیوسته، گسسته (با نقاطی محدود) یا شبکه داشته باشد. در یک طرف این مسئله شرکتی قرار دارد که قصد دارد با ورود به بازار، فروش بیشتری کسب کند و در طرف دیگر مشتریانی که دارای رفتارهای مشخصی هستند؛ در نتیجه این شرکت برای کسب مشتریان بیشتر باید هر چه بیشتر تسهیلات خود را به آن‌ها نزدیک کرده و به رفتار آنان توجه کند. بازار و نحوه تعریف آن در این مسئله یکی از ابعاد مهم است. اینکه در بازار شرکتی وجود دارد و در صورت وجود چند شرکت، چگونه و در چه مکان‌هایی فعالیت می‌کنند باید از قبل معلوم باشد. در صورت وجود حداقل یک شرکت در بازار، شرکت جدید باید در یک فضای رقابتی فعالیت کند. مسئله مکان‌یابی تسهیلات رقابتی، گستردگی و شاخه‌های زیادی دارد. یکی از این شاخه‌ها مسئله بیشینه تسخیر است.

مسئله بیشینه تسخیر<sup>۱</sup> یکی از مهم‌ترین مسائل مکان‌یابی است که در بازاری رقابتی<sup>۲</sup> و در فضایی شبکه‌ای تعریف می‌شود. در این مسئله فرض می‌شود شرکتی در بازار در حال فعالیت است و با ایجاد شعب در حال پاسخ‌دادن به تقاضای کل مشتریان بازار است؛ همچنین کل بازار در نقاطی مشخص تعریف شده است که فاصله بین نقاط از قبل مشخص است؛ در نتیجه فضای بازار حالتی شبکه‌ای دارد که نقاط تقاضا دقیقاً در گره‌های این شبکه قرار دارند. این گره‌ها می‌توانند شهرهای یک کشور یا مناطق جغرافیایی به‌خصوصی باشند. در این مسئله فرض می‌شود شرکتی جدید قصد ورود به بازار و مستقر کردن تسهیلات خود را دارد؛ با این هدف که بتواند بخشی از بازار را تصاحب کند؛ همچنین فرض می‌شود مشتریان برای دریافت کالا یا خدمت به نزدیک‌ترین مکانی که تسهیلات در آن مستقر است، مراجعه می‌کنند. کالایی که توسط شرکت‌های مختلف در این بازار ارائه می‌شود دارای کیفیتی ثابت و معین و قیمتی یکسان هستند. علاوه بر مکان تسهیلات تعداد تسهیلات نیز باید مشخص شود.

در مورد تعداد تسهیلاتی که باید مستقر شود برخی از پژوهشگران فرض می‌کنند تنها یک تسهیل باید مستقر شود؛ اما هنگامی که این فرض وجود نداشته باشد، تعیین تعداد تسهیلاتی که باید مستقر شوند اهمیت می‌یابد. در بیشتر مطالعاتی که در این زمینه انجام شده است تعداد تسهیلات، پارامتر فرض شده و به‌عنوان ورودی عددی برای آن لحاظ شده است؛ به همین دلیل ارائه روشی برای محاسبه حدود این پارامتر می‌تواند بسیار مهم باشد.

1. Maximum capture

2. Competitive market

## ۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

مدل پیشینه‌سازی تسخیر، نخستین بار توسط روله (۱۹۸۶)، ارائه شد [۱۲]. در مدل پیشنهادی وی که در یک فضای شبکه‌ای تعریف شده است، شرکتی در بازار در حال فعالیت است و شرکتی قصد دارد به‌عنوان رقیب وارد شود و با هدف سهم بازار بیشتر تسهیلاتی راه‌اندازی کند. در راستای توسعه این مدل، پژوهش‌های متعددی انجام شده است. ایسلت و لاپورته (۱۹۸۹)، مدل پیشنهادی خود را به‌گونه‌ای ارائه کردند که امکان متفاوت‌بودن اندازه تسهیلات در آن وجود داشته باشد [۵]. دسته‌ای از پژوهش‌ها جابه‌جایی را مجاز می‌دانند. در این مدل‌ها بعد از ورود شرکت جدید به بازار، شرکت رقیب که در بازار فعالیت می‌کرده مجاز است مکان تسهیلات خود را به‌گونه‌ای تغییر دهد تا بخشی از بازار را دوباره به‌دست آورد. روله و سرا (۱۹۹۱)، علاوه بر مکان‌یابی تسهیلات جدید، امکان جابه‌جایی هر تعداد از تسهیلات موجود را در نظر گرفتند [۱۳]. این مدل با استفاده از بازی رهبر - پیرو استکلبرگ پیشنهاد شد. سرا و همکاران (۱۹۹۲)، علاوه بر در نظر گرفتن این مورد، مدل خود را به‌صورت سلسله‌مراتبی تعریف کردند [۱۵]. آن‌ها جابه‌جایی را نیز مجاز شمردند. در پژوهش دیگری با هدف توسعه مدل پیشینه تسخیر، بناتی (۱۹۹۹)، مدلی پیشنهاد کرد که در آن رفتار مشتریان، ناهمگن و بر مبنای تابع مطلوبیت تصادفی فرض می‌شد [۲]. وی برای حل از دو روش شاخه و کرانه بهره‌جست. در ادامه همین پژوهش بناتی و هانسن (۲۰۰۲)، سه فرمول برای محاسبه حد بالای تابع هدف پیشنهاد کردند [۳].

در این پژوهش نیز با استفاده از روش شاخه و کرانه، مسئله پیشنهادی حل شده است. سرا و کولومه (۲۰۰۱)، در پژوهشی علاوه بر فاصله، هزینه حمل‌ونقل را نیز در انتخاب مشتریان تأثیرگذار فرض کردند و از الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه برای حل مدل پیشنهادی بهره‌گرفتند [۱۶]. هوا و همکاران (۲۰۱۱)، یک تابع کسری را در تابع هدف مسئله خود قرار دادند که در صورت آن، تابع تسخیر بازار و در مخرج آن، تابع هزینه قرار داشت و برای حل مدل پیشنهادی از روش شاخه و کرانه و یک روش ابتکاری استفاده کردند [۸]. شیخ و همکاران (۲۰۱۲) با پیشنهاد دو مدل جدید تضمین کردند که هر مشتری به نزدیک‌ترین مکان تخصیص می‌یابد [۱۷].

در پژوهش دیگری شیخ و همکاران (۲۰۱۵)، چند مسئله جدید مرتبط با پیشینه تسخیر پیشنهاد کردند [۱۸]. در یکی از این مسائل، سطح خدمت<sup>۱</sup> به مشتریان تعریف شد. در مسئله دیگر حالتی تعریف شد که مشتریان تمام تقاضای خود را به یک تسهیل اختصاص ندهند و بر مبنای سطح خدمت تصمیم‌گیری کنند؛ در نهایت آن‌ها با در نظر گرفتن حد آستانه‌ای برای مسافت حالتی در نظر گرفتند که تسهیلات جذاب بعدی دورتر باشد و مشتری تسهیلات

نزدیک‌تری را انتخاب کند؛ به عبارت دیگر یک شرکت جدید مشتری را فقط در شرایطی می‌تواند جذب کند که فاصل آن تا مشتری از حد آستانه کمتر باشد. فریر و همکاران (۲۰۱۶)، نیز روشی جدید بر مبنای روش شاخه و کرانه برای حل این مسئله ارائه دادند که جواب‌های بهتری می‌دهد و در مقیاس بزرگ قابل استفاده است [۶].

در مورد مسائل مشابه می‌توان به مسئله مکان‌یابی حداکثر پوشش<sup>۱</sup> اشاره کرد. این مسئله در چند مورد با مسئله بیشینه‌سازی تسخیر متفاوت است از جمله اینکه در مسئله حداکثر پوشش، رقابت وجود ندارد و نقاط تقاضا در صفحه پخش بوده و در نقاط خاصی متمرکز نیستند؛ در حالی که در این مسئله لزومی برای برآورده شدن تقاضای تمامی نقاط وجود ندارد هدف بدین صورت تعریف می‌شود: مکان‌یابی تعداد مشخصی از تسهیلات برای حداکثر کردن تعداد (وزن) مراکزی که تقاضای آن‌ها برآورده می‌شود [۴]. از این مسئله هنگامی استفاده می‌شود که امکانات کافی برای برآورده شدن تقاضای تمامی نقاط وجود نداشته باشد. در پژوهش‌های داخلی لطفعلی‌پور (۱۳۸۲)، برای مکان‌یابی شعب بانک از ترکیب روش‌های تحلیل سلسله‌مراتبی و شبیه‌سازی مونت کارلو در پژوهش خود استفاده کرد [۱۰].

ساری (۱۳۹۰)، با استفاده از مسئله بیشینه تسخیر و یک الگوریتم ممیتیک<sup>۲</sup> چارچوب جدیدی را برای مکان‌یابی رقابتی دستگاه‌های خودپرداز منطقه ثامن مشهد ارائه داد [۱۴]. کاربزنوی (۱۳۹۲)، با استفاده از روش‌های چندشاخصه به اولویت‌بندی شهرها و انتخاب بازار مناسب پرداخت [۹]. در زمینه مکان‌یابی رقابتی، احمدیان (۱۳۹۳)، عکس‌العمل رقیب و قیمت‌گذاری را در نظر گرفت و یک روش حل قطعی ارائه داد [۱]. حسینی نسب و ایزدپناهی (۱۳۹۴)، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای مکان‌یابی و تخصیص بهینه با دو تابع هدف کمینه‌کردن مجموع هزینه‌های حمل‌ونقل و استقرار و هزینه‌های انرژی پیشنهاد دادند و مسئله خود را در شرایط فازی حل کردند [۷].

محقر و آریائی (۱۳۹۶)، از سیستم اطلاعات جغرافیایی به عنوان ورودی مدل استفاده کرده و از نظرهای نخبگان معیارهای تصمیم را استخراج کردند. مدل مورد استفاده آن‌ها مدل حداکثر پوشش وزن‌دار و مورد مطالعه شعب «بانک مهر اقتصاد» تهران بود [۱۱]. در جدول ۱، برخی از مرتبط‌ترین پژوهش‌های انجام شده با پژوهش حاضر مقایسه شده‌اند:

1. Maximal covering location problem  
2. Memetic algorithm

جدول ۱. مقایسه پژوهش‌های گذشته و پژوهش حاضر

پژوهش‌ها	تابع هدف	پارامتر تعداد تسهیلات	روش حل	عوامل تصمیم‌گیری به جز فاصله و تقاضا
روله (۱۹۸۶)	بیشینه تسخیر	قطعی	روش حل رایج مسائل تک‌هدفه	-
سرا و همکاران (۱۹۹۲)	بیشینه تسخیر	قطعی	روش حل رایج مسائل تک‌هدفه	-
بناتی (۱۹۹۹)	بیشینه تسخیر	قطعی	شاخه و کرانه	-
سرا و کولومه (۲۰۰۱)	بیشینه تسخیر	قطعی	روش گرسپ و جست‌وجوی ممنوعه	-
بناتی و هسن (۲۰۰۲)	بیشینه تسخیر	قطعی	شاخه و کرانه	تابع مطلوبیت تصادفی
هوا و همکاران (۲۰۱۱)	تابع کسری بیشینه تسخیر روی هزینه	قطعی	شاخه و کرانه	هزینه
شیخ و همکاران (۲۰۱۲)	بیشینه تسخیر	قطعی	روش حل رایج مسائل تک‌هدفه	-
شیخ و همکاران (۲۰۱۵)	بیشینه تسخیر	قطعی	روش حل رایج مسائل تک‌هدفه	سطح خدمت
فریر و همکاران (۲۰۱۶)	بیشینه تسخیر	قطعی	شاخه و کرانه	-
پژوهش حاضر	بیشینه تسخیر و کمینه هزینه	فاصله‌ای	برنامه‌ریزی آرمانی	بودجه و سهم بازار در مرحله نخست مدل‌سازی

مسئله پیشینه تسخیر به دنبال پاسخ به این دو سؤال مهم است: ۱. چه تعداد تسهیلات باید ایجاد شود؟ ۲. این تسهیلات در کدام یک از مکان‌های کاندید باید مستقر شوند؟ در پاسخ به سؤال نخست، اغلب پژوهش‌های انجام‌شده مقداری ثابت را در مدل قرار می‌دهند؛ ولی روشی برای محاسبه این مقدار ارائه نمی‌دهند. این پژوهش سعی دارد با در نظر گرفتن پارامتر تعداد تسهیلات به صورت فاصله‌ای، روشی برای محاسبه حدود بالا و پایین ارائه دهد. در پاسخ به سؤال دوم نیز سعی دارد با در نظر گرفتن عامل هزینه به صورت یک تابع هدف مجزا مدل را توسعه دهد.

### ۳. روش‌شناسی پژوهش

**مدل پیشینه تسخیر.** در مدل پایه پیشینه تسخیر معرفی شده توسط روله (۱۹۸۶)، فضای بازار با یک شبکه نمایش داده می‌شود که نقاط تقاضا در گره‌های این شبکه قرار دارند و تمام تقاضای

بازار در این گره‌ها جمع شده است. فرض می‌شود اگر در یک گره علاوه بر شرکتی که در حال فعالیت است تسهیلات شرکت جدید هم مستقر شود نیمی از تقاضا به هر یک خواهد رسید. در بازار تعریف شده، هر دو شرکت به دنبال بیشینه کردن سهم بازار خود هستند و هیچ‌گونه هزینه‌ای از جمله هزینه بازگشایی<sup>۱</sup> وجود ندارد. محصول عرضه شده در این بازار همگن است و فرض می‌شود هیچ‌گونه عدم قطعیتی در مسئله وجود ندارد. معیار فاصله مبنای تصمیم‌گیری مشتریان بین دو نقطه کانیدا خواهد بود. در مدل یادشده ( $m_0$ ) هدف، تنها بیشینه کردن سهم بازار است (رابطه ۱)، تخصیص به یک نقطه هنگامی انجام می‌شود که سایتی در آن باز شده باشد (رابطه ۲)، تضمین می‌شود که هر نقطه تقاضا فقط به یک سایت تخصیص یابد (رابطه ۳) و تعداد تسهیلاتی که شرکت جدید قصد دارد به بازار وارد کند مشخص (ثابت) است (رابطه ۴).

اجزای مدل  $m_0$  را می‌توان بدین صورت تعریف کرد:

$i$ : مجموعه نقاط موجود

$j$ : مجموعه نقاط بالقوه

$b$ : تعداد تسهیلاتی که شرکت جدید قصد دارد ایجاد کند.

$a_i$ : تقاضای گره  $i$

$d_{ij}$ : فاصله بین مشتری  $i$  و تسهیلات  $j$

$b_i$ : نزدیک‌ترین تسهیلات به مشتری  $i$

$\rho_{ij}$ : اگر  $d_{ij} < d_i b_i$  برابر با یک؛ در غیر این صورت صفر

$x_{ij}$ : اگر تقاضای مکان  $i$  به مکان  $j$  تخصیص یابد برابر با یک؛ در غیر این صورت صفر

$y_j$ : اگر یک سایت جدید در مکان  $j$  باز شود برابر با یک؛ در غیر این صورت صفر

مدل بیشینه تسخیر بدین صورت ارائه شده است [۱۸]:

$$m_0 = \begin{cases} \text{Max} & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_i \rho_{ij} x_{ij} & (1) \\ \text{subject to} & & \\ x_{ij} \leq y_j, & \forall i \in I, \forall j \in J, & (2) \\ \sum_{j \in J} x_{ij} = 1, & \forall i \in I & (3) \\ \sum_{j \in J} y_j = b, & & (4) \\ x_{ij}, y_j \in \{0,1\}. & & \end{cases}$$

محاسبه حدود پارامتر تعداد تسهیلات. همان طور که اشاره شد یکی از پارامترهای مدل پیشینه تسخیر پارامتر تعداد تسهیلات است. در این بخش برای تعیین حدود بالا و پایین برای این پارامتر دو مدل جداگانه ارائه خواهد شد. در مدل نخست (رابطه ۵) و برای به دست آوردن حد پایین ( $q$ )، مدلی با هدف کمینه سازی هزینه و با محدودیت حداقل سهم بازاری که شرکت قصد دارد به دست آورد ( $l$ ) و محدودیت های ارائه شده در رابطه های ۲ و ۳ در مدل  $m_0$  پیشنهاد خواهد شد.

$$m_1 = \begin{cases} \text{Min} & \sum_{j \in J} c_j y_j \\ \text{subject to} & \\ x_{ij} \leq y_j, & \forall i \in I, \forall j \in J, \\ \sum_{j \in J} x_{ij} = 1, & \forall i \in I \\ \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_i \rho_{ij} x_{ij} \geq l \\ x_{ij}, y_j \in \{0,1\}. \end{cases} \quad (5)$$

در مدل دوم (رابطه ۶) و برای به دست آوردن حد بالا ( $s$ )، مدلی با هدف بیشینه سازی سهم بازار و با محدودیت بودجه شرکت ( $B$ ) ارائه خواهد شد.

$$m_2 = \begin{cases} \text{Max} & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_i \rho_{ij} x_{ij} \\ \text{subject to} & \\ x_{ij} \leq y_j, & \forall i \in I, \forall j \in J, \\ \sum_{j \in J} x_{ij} = 1, & \forall i \in I \\ \sum_{j \in J} c_j y_j \leq B \\ x_{ij}, y_j \in \{0,1\}. \end{cases} \quad (6)$$

بدین ترتیب برای نخستین بار روشی برای به دست آوردن حدود بالا و پایین برای پارامتر تعداد تسهیلات ارائه شده است.

**مدل پیشنهادی.** در مدل پایه پیشینه تسخیر تمامی هزینه ها نادیده گرفته می شود که منطبق بر واقعیت نیست. در بیشتر بازارها برای جذب مشتریان بیشتر باید هزینه بیشتری پرداخته شود؛ بنابراین نادیده گرفتن عامل هزینه باعث می شود مکان های انتخابی صرفاً مکان هایی با تقاضای بالا باشند و به این موضوع توجه نمی شود که برای آن مکان ها چه هزینه ای باید پرداخت شود. در این پژوهش به منظور جبران کمبود مطالعات پیشین، عامل هزینه به صورت یک تابع هدف کمینه سازی (رابطه ۷) به مسئله اضافه خواهد شد و یک مدل دوهدفه شکل خواهد گرفت.

$$\text{Min } \sum_{j \in J} c_j y_j \quad (7)$$

$c_j$ : هزینه بازگشایی یک تسهیلات جدید در مکان  $j$ ام. با بازنویسی مدل و اضافه کردن تابع هدف بالا، مدلی مانند مدل ارائه شده در رابطه ۸، به دست خواهد آمد:

$$m_3 = \begin{cases} \text{Max } \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_i \rho_{ij} x_{ij} \\ \text{Min } \sum_{j \in J} c_j y_j \\ \text{subject to} \\ x_{ij} \leq y_j, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \\ \sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \\ q \leq \sum_{j \in J} y_j \leq s, \\ x_{ij}, y_j \in \{0,1\}. \end{cases} \quad (8)$$

برای حل مدل‌های چندهدفه روش‌های مختلفی وجود دارد که در این پژوهش از روش برنامه‌ریزی آرمانی استفاده شده است. پارامترهایی  $h$  و  $r$  به عنوان آرمان توابع هدف اول و دوم تعریف شده‌اند. طبق این روش می‌توان مدل را به صورت رابطه ۹، بازنویسی کرد:

$$m_3 = \begin{cases} \text{Min } \frac{w_1}{k_1} n_1 + \frac{w_2}{k_2} p_2 \\ \text{subject to:} \\ \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} a_i \rho_{ij} x_{ij} + n_1 - p_1 = h \\ \sum_{j \in J} c_j y_j + n_2 - p_2 = r \\ x_{ij} \leq y_j, \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \\ \sum_{j \in J} x_{ij} = 1, \quad \forall i \in I \\ q \leq \sum_{j \in J} y_j \leq s, \\ x_{ij}, y_j \in \{0,1\} \\ n_1, n_2, p_1, p_2 \geq 0. \\ x_{ij}, y_j \in \{0,1\}. \end{cases} \quad (9)$$

در مدل بالا  $n_i$  و  $p_i$  متغیرهای انحراف منفی و مثبت<sup>۱</sup>،  $w_i$  وزن توابع هدف و  $k_i$  پارامتر نرمال‌سازی توابع هدف هستند. مدل نهایی یک مدل تک‌هدفه و خطی است که بسته به ابعاد مسئله توسط نرم‌افزارهای تحقیق در عملیات قابل حل است.

1. Negative and positive Deviation variables

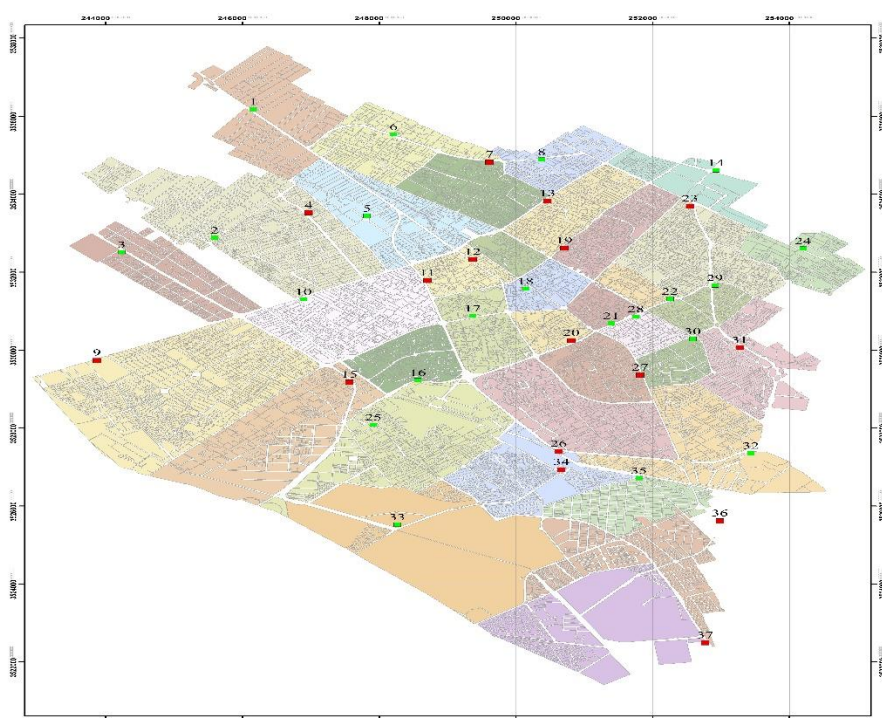


#### ۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

**مورد مطالعه.** برای نشان دادن نحوه مدل‌سازی و مراحل حل مسئله، پمپ بنزین‌های شهر یزد در نظر گرفته شده است. برای تقسیم‌بندی این شهر از نرم‌افزار GIS بهره گرفته شده و برای دستیابی به نتایج دقیق‌تر و بهتر، نکات زیر لحاظ شده است:

۱. زمین پمپ بنزین پیشنهادی حتماً بایر و فاقد ساختمان باشد؛ ۲. حتی‌الامکان فاصله ۲۰۰ متری تا بافت مسکونی وجود داشته باشد؛ ۳. در مجاورت مراکز آموزشی و درمانی قرار نداشته باشد؛ ۴. به شریان‌های اصلی شهری اتصال داشته باشد (میادین و بولوارها از اولویت‌های نخست هستند)؛ ۵. شعاع عملکردی پمپ بنزین ۱۵۰۰ تا ۲۰۰۰ متر است.

با در نظر گرفتن نکات بالا، شهر یزد به ۳۷ منطقه تقسیم‌بندی شد که ۱۶ منطقه دارای پمپ بنزین (نقاط قرمز در شکل ۱) و ۲۱ منطقه فاقد آن بودند (نقاط سبز در شکل ۱).



شکل ۱. ناحیه‌بندی انجام‌شده در شهر یزد

سپس جمعیت ساکن در هر منطقه محاسبه شد. با توجه به میزان مصرف بنزین در این سال در شهر یزد و جمعیت آن میزان سرانه مصرف در سال مشخص شد و با توجه به جمعیت مناطق تقاضای بنزین هر منطقه محاسبه و نتایج در جدول ۲، ارائه شده است (بر حسب میلیون لیتر).

جدول ۲. میزان تقاضای مناطق مختلف شهر یزد

شماره منطقه	تقاضای بنزین	شماره منطقه	تقاضای بنزین	شماره منطقه	تقاضای بنزین	شماره منطقه	تقاضای بنزین
۱	۰/۸۷	۱۱	۲/۸۴	۲۱	۱/۵۲	۳۱	۵/۳۳
۲	۲/۰۷	۱۲	۲/۱۲	۲۲	۱/۶۴	۳۲	۴/۳۱
۳	۴/۱۹	۱۳	۸/۹۵	۲۳	۱۳/۵۱	۳۳	۰/۳۳
۴	۱۱/۷۷	۱۴	۰/۸۵	۲۴	۲/۴۱	۳۴	۵/۵۷
۵	۶/۳۴	۱۵	۱/۱	۲۵	۴/۷۱	۳۵	۴/۲
۶	۳/۴۲	۱۶	۲/۸۲	۲۶	۴/۳۲	۳۶	۷/۲۱
۷	۱/۵	۱۷	۵	۲۷	۴/۱	۳۷	۰/۸۹
۸	۳/۱۱	۱۸	۱/۸۹	۲۸	۱/۵۸		
۹	۱۹/۸۱	۱۹	۶/۱	۲۹	۴/۶۸		
۱۰	۹/۸۴	۲۰	۱/۴۶	۳۰	۲/۳۱		

برای محاسبه هزینه بازگشایی، از آنجاکه هزینه مربوط به تجهیزات و مجوزها، ثابت و هزینه مربوط به قیمت زمین، متغیر است؛ فقط هزینه متغیر در نظر گرفته شده و سپس با بهره‌گیری از دیدگاه‌های کارشناسان ماتریس  $C_j$  به‌عنوان یکی از ورودی‌های مسئله تکمیل شده است. برای محاسبه فاصله بین نقاط کاندیدا نیز از نرم‌افزار GIS استفاده شده و فاصله هر دو نقطه استخراج شده است؛ سپس با در نظر گرفتن هر یک از نقاط کاندیدا، فاصله نقاط دیگر با آن و با پمپ بنزین‌های موجود مورد بررسی قرار گرفت و ماتریس صفر و یک  $\rho_{ij}$  حاصل شد. برای به‌دست آوردن حدود پارامتر تسهیلات دو مدل تک‌هدفه مجزا نوشته شد. در مدل نخست با هدف کمینه‌سازی هزینه، محدودیت حداقل سهم بازار برابر با ۴۰ درصد قرار داده شد که تعداد تسهیلات برابر با ۹ به‌دست آمد. در مدل دوم با هدف بیشینه‌سازی تقاضا مقدار بیشینه بودجه برابر با ۱۷۰۰۰ واحد در نظر گرفته شد که تعداد تسهیلات ۱۸ به‌دست آمد. بدین ترتیب حد پایین و حد بالا برای پارامتر تعداد تسهیلات مشخص شد. با معلوم شدن تمامی پارامترها به‌عنوان ورودی‌های مسئله، مدل‌سازی صورت گرفت. برای حل مسئله از روش برنامه‌ریزی آرمانی استفاده شده است. برای نرمال‌سازی، حدود توابع هدف محاسبه شد. بدین منظور هر تابع هدف یک بار بیشینه و یک بار کمینه و تمامی محدودیت‌های مسئله لحاظ شد. حدود تابع هدف تقاضا عبارت است از:  $[۲۴۰، ۱۰۴۴]$  و حدود تابع هدف هزینه عبارت است از  $[۳۷۱۵۰، ۵۷۴۰]$ ؛ بنابراین پارامترهای  $k_1$  و  $k_2$  که برابر با حدود تغییرات توابع هدف هستند به‌ترتیب عبارت‌اند از: ۸۰۴ و ۳۱۴۱۰. برای وزن توابع هدف نیز مقادیر مختلفی در نظر گرفته شد که نتایج آن در جدول ۳، ارائه شده است. بعد از ورود داده‌ها در نرم‌افزار Matlab برای حل از نرم‌افزار Cplex نیز به‌طور هم‌زمان استفاده شد.

جدول ۳. جواب مسئله با در نظر گرفتن وزن‌های مختلف برای توابع هدف

تعداد تسهیلات	هزینه	تقاضا	وزن تابع هدف دوم	وزن تابع هدف اول
۹	۶۲۲۰	۶۰۷	۰/۹	۰/۱
۹	۶۵۲۰	۶۴۱	۰/۸	۰/۲
۹	۷۱۱۰	۶۸۹	۰/۷	۰/۳
۱۰	۸۰۱۰	۷۳۲	۰/۶	۰/۴
۱۲	۱۰۱۱۰	۸۰۷	۰/۵	۰/۵
۱۸	۱۹۰۱۰	۹۹۴	۰/۴	۰/۶
۱۸	۱۹۰۱۰	۹۹۹	۰/۳	۰/۷
۱۸	۲۲۵۱۰	۱۰۱۹	۰/۲	۰/۸
۱۸	۲۴۸۶۰	۱۰۲۹	۰/۱	۰/۹

با توجه به جدول ۳، در صورتی که برای توابع هدف وزن برابر در نظر گرفته شود، مقدار تقاضا برابر با ۸۰۷ و مقدار هزینه برابر با ۱۰۱۱۰ خواهد بود. حال اگر در مدل پایه پیشینه تسخیر تعداد تسهیلات برابر با ۱۲ در نظر گرفته شود، مقدار تقاضا برابر با ۸۶۶ و مقدار هزینه ۲۲۸۱۰ خواهد بود. می‌توان نتیجه گرفت که به‌ازای به‌دست‌آوردن ۷ درصد سهم بازار بیشتر، ۱۲۵ درصد هزینه بیشتری در نظر گرفته می‌شده است که با ارائه مدل این پژوهش می‌توان صرفه‌جویی قابل ملاحظه‌ای در هزینه داشت.

### ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

مکان‌یابی تسهیلات یکی از موضوع‌های مورد توجه در مباحث مربوط به طرح‌ریزی تسهیلات است. برای انجام مکان‌یابی عموماً دانشمندان از مدل‌سازی ریاضی و نرم‌افزار GIS استفاده می‌کنند. در این پژوهش سعی شده است از مزایای هر دو روش استفاده شود. در پژوهش حاضر با در نظر گرفتن عامل هزینه در یک تابع هدف مجزا مسئله پیشینه تسخیر به یک مسئله دوهدفه تبدیل شده است؛ همچنین پارامتر تعداد تسهیلات که یکی از مهم‌ترین اجزای مدل‌های پیشینه تسخیر است به صورت فاصله‌ای در نظر گرفته شده است. برای به‌دست‌آوردن حد بالا و پایین این پارامتر، دو مدل با استفاده از کمینه سهم بازار و بیشینه بودجه در اختیار ارائه شده است. برای نشان دادن مراحل حل از یک مسئله واقعی استفاده شده است. بدین منظور با در نظر گرفتن شهر یزد و پمپ بنزین‌های موجود در آن از نرم‌افزار GIS کمک گرفته شده و کاندیداهایی مشخص شده‌اند. به دلیل در نظر گرفتن عامل هزینه گزینه‌های پیشنهادی جذابیت بیشتری برای سرمایه‌گذار خواهد داشت. با مقایسه انجام‌شده بین مدل پیشنهادی و مدل پایه پیشینه تسخیر مشخص شد نخست، جواب‌ها متمایز هستند و دوم، در نظر گرفتن عامل هزینه باعث می‌شود در

ازای ازدست‌دادن درصد ناچیزی از سهم بازار از افزایش ۵۵ درصدی سرمایه اولیه جلوگیری شود. برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود به غیر از عامل هزینه، عوامل دیگری از جمله محدودیت‌های در نظر گرفته شده در GIS در مدل‌سازی مدنظر قرار گیرند و مسئله در حالت همگن نبودن کالاها حل شود؛ همچنین پیشنهاد می‌شود مسئله در فضای غیرقطعی نیز بررسی شود و مدل‌های ارائه شده در این پژوهش برای سهولت استفاده مدیران و تصمیم‌گیران به صورت نرم‌افزارهای کاربردی درآید.

## منابع

1. Ahmadian, M. A. (2014). Modeling and solution of competitive location problem considering competitors reaction and pricing, Dissertation, science and Culture University (In Persian).
2. Benati, S. (1999). The maximum capture problem with heterogeneous customers. *Computers and Operations Research*, 26, 1351-1367
3. Benati, S., & Hansen, P., (2002). The maximum capture problem with random utilities: problem formulation and algorithms. *European Journal of Operational Research*, 143, 518-530.
4. Colombo, F., Cordone, R., & Lulli, G. (2016). The multimode covering location problem. *Computers and operations research*, 67, 25-33.
5. Eiselt, H. A., & Laporte, G. (1989). Competitive spatial models. *European Journal of Operations Research*, 39, 231-242.
6. Freire, A., S., Moreno, E., Yushimito, W., F. (2016). A branch-and-bound algorithm for the maximum capture problem with random utilities. *European journal of operational research*, in press.
7. Hosseini Nasab, H., & Izadpanahi, E. (2015). Using Fuzzy-Robust approach for Minimizing Transportation and Fuel Costs in Location Problem. *Production and operations management*, 11(2), 41-54 (In Persian).
8. Hua, G., Cheng, T. C. E., & Wang, S., (2011). The maximum capture per unit cost location problem. *International Journal of Production Economics*, 131, 568-574.
9. Kariznoei, A. (2013). Using AHP, Monte carlo simulation and PROMETHEE to prioritize cities and market selection. Dissertation, Ferdowsi university of Mashhad (In Persian).
10. Lotfalipour, Z. (2003). Bank branches location using AHP and Monte carlo simulation, Dissertation, Ferdowsi university of Mashhad (In Persian).
11. Mohaghar, A., & Ariaee, S. (2017). Location using GIS and weighted maximum covering model. *Industrial management perspective*, 26, 9-22 (In Persian).
12. ReVelle, C. (1986). The maximum capture or "Sphere of Influence" location problem: Hotelling revisited on a network. *Journal of Regional Science* 26 (2), 343-358.
13. ReVelle, C., & Serra, D. (1991). The maximum capture problem including relocation. *INFOR*, 29(2), 130-138.
14. Sari, Z. (2011). Mathematical models for competitive facility location model. Dissertation, Ferdowsi university of Mashhad (In Persian).
15. Serra, D., Marianov, V., & ReVelle, C. (1992). The hierarchical maximum capture problem. *European Journal of Operations Research*, 62(3), 58-69.
16. Serra, D., & Colomé, R. (2001). Maximum consumer choice and optimal locations models: Formulations and heuristics. *Papers in Regional Science*, 80, 439-464.
17. Shaikh, A., Salhi, S., & Ndiaye, M. (2012). Customer allocation in maximum capture problems. *J Math Model Algor*, 11, 281-293.
18. Shaikh, A., Salhi, S., & Ndiaye, M. (2015). New MAXCAP related problems: formulation and model solutions. *Computers and industrial engineering*, 85, 248-259.