Industrial Management Perspective

Print ISSN: 2251-9874, Online ISSN: 2645-4165
Volume 10, Serial Number 38, Summer 2020, Pages 83-110 (Original Article)
DOI: 10.52547/JIMP.10.2.83

Periodic Inspection Optimization for a Two-Component System with Dependent Failures

Ali Nadizadeh[*], Haniyeh Ranjbar[**], Mitra Moubed[***]

Abstract

In this research, a novel model is presented to optimize the periodic inspection for a complicated two-component system with dependent failures. In this model, the failures of the first and the second component are soft and hard, respectively. A soft failure of the first component does not have any impact on the second component, but a hard failure of the second component shocks the first component and increases its failure rate. A soft failure cannot be recognized before preventive maintenance. This component is inspected in specific periods and if it has a problem, it is repaired to become similar to a new one. Since a soft failure in the first component will increase the operational costs, in this study, in addition to the periodic inspections, the first component inspection is also carried out during the hard failure of the second component. A novel model is developed here to find the optimum inspection periods in order to minimize the costs of inspection, repair and penalty for delay in identifying the soft failures. A numerical experiment is used and the sensitivity analysis is performed to show the performance and efficiency of the developed model.

Keywords: Maintenance; Periodic Inspection Optimization; Dependent Failures; Two-Component System; Soft Component; Hard Component.

Received: Oct. 5, 2019, Accepted: April. 27, 2020.
* Assistant Professor, Ardakan University (Corresponding Author).
E-mail: nadizadeh@ardakan.ac.ir
** Bachelor's degree, Ardakan University.
*** Assistant Professor, Ardakan University.

چشم‌انداز مدیریت صنعتی

شاپای چاپی: ۹۸۷۴-۲۲۵۱، شاپای الکترونیکی: ۴۱۶۵-۲۶۴۵

سال دهم، شماره ۳۸، تابستان ۱۳۹۹، ص‌ص ۸۳ – ۱۱۰ (**نوع مقاله: پژوهشی**)

DOI: 10.52547/JIMP.10.2.83

مدل بهینه‌سازی بازرسی دوره‌ای برای یک سیستم دومؤلفه‌ای با وابستگی خرابی

علی نادی‌زاده اردکانی*، هانیه رنجبر، میترا موبد*****

چکیده

در این پژوهش مدل بهینه‌سازی فواصل بازرسی، برای یک سیستم دومؤلفه‌ای با وابستگی خرابی ارائه شده است. در این مدل خرابی‌های مؤلفه اول از نوع نرم و خرابی‌های مؤلفه دوم از نوع سخت هستند. هر خرابی نرم مؤلفه اول تأثیری بر مؤلفه دوم ندارد؛ اما هر خرابی سخت مؤلفه دوم باعث ایجاد شوک روی مؤلفه اول شده و نرخ خرابی آن را افزایش می‌دهد. خرابی نرم مؤلفه اول در زمان وقوع قابل‌شناسایی نیست و در زمان بازرسی‌های پیشگیرانه مشخص می‌شود. این مؤلفه در فواصل زمانی معینی بازرسی شده و در صورت خرابی، تعمیر می‌شود. ازآنجاکه خرابی نرم مؤلفه اول موجب افزایش هزینه‌های عملیاتی می‌شود، در این پژوهش برای نخستین بار قرار است علاوه بر بازرسی‌های دوره‌ای آن، هنگام وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم، مؤلفه اول نیز بازرسی شود. با استفاده از مدل ارائه شده که در آن متوسط مجموع هزینه‌های بازرسی، تعمیر و هزینه‌ی جریمه ناشی از تأخیر در شناسایی خرابی‌های نرم، حداقل می‌شود، فاصله زمانی بهینه بین بازرسی‌های متوالی سیستم در یک افق زمانی محدود تعیین می‌شود. برای بررسی عملکرد و کارآمدی مدل با استفاده از مثال عددی موجود در ادبیات موضوع، مدل حل شده و با استفاده از تحلیل حساسیت اعتبار مدل سنجیده شده است.

کلیدواژه‌ها: نگهداری و تعمیرات؛ بهینه‌سازی فواصل بازرسی؛ وابستگی خرابی؛ سیستم دومؤلفه‌ای؛ مؤلفه نرم؛ مؤلفه سخت.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۸/۰۷/۱۳، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۹/۰۲/۰۸.

* استادیار، دانشگاه اردکان (نویسنده مسئول).

E-mail: nadizadeh@ardakan.ac.ir

** کارشناسی، دانشگاه اردکان.

*** استادیار، دانشگاه اردکان.

۱. مقدمه

مطابق استاندارد EN13306 که یکی از بهترین و کامل‌ترین مراجع در مورد اصطلاحات پیچیده حوزه نگهداری و تعمیرات است، نگهداری و تعمیرات ترکیب مجموعه اقدامات فنی، اجرایی و مدیریتی در طی چرخه عمر تجهیز است که هدف آن نگهداری تجهیز یا بازیابی آن به وضعی است که بتواند کارکردی مطابق انتظار داشته باشد [۱۲]. هدف نهایی واحدهای نگهداری و تعمیرات در صنایع نیز دستیابی به قابلیت اطمینان بالا برای تجهیزات است. به این منظور استراتژی‌های متفاوتی در واحدهای نگهداری و تعمیرات معرفی می‌شوند [۱]. یکی از استراتژی‌ها ممکن است تحمل حد معینی از خرابی باشد. برای مثال در پژوهش بهرامی و همکاران (۲۰۱۵)، خرابی سوییچ در شبکه مراکز داده به‌عنوان یکی از سیاست‌های این مراکز شبیه‌سازی شده است [۳].

سیستم‌های چندمؤلفه‌ای نگهداری و تعمیرات، سیستم‌هایی هستند که از چند جزء مختلف تشکیل شده‌اند که به این اجزا «مؤلفه» گفته می‌شود [۸]. سیستم‌های متعدد چندمؤلفه‌ای مختلفی در صنعت و همچنین در زندگی ما وجود دارد. در چند دهه اخیر نگهداری و تعمیرات سیستم‌های چندمؤلفه‌ای بسیار پیچیده شده است؛ زیرا این سیستم‌ها از تعداد زیادی مؤلفه تشکیل شده‌اند که ممکن است به یکدیگر وابسته باشند. هدف از نگهداری و تعمیرات سیستم‌های چندمؤلفه‌ای این است که با تعیین نوع وابستگی بین مؤلفه‌ها، بتوان یک سیاست بهینه نگهداری و تعمیرات برای سیستم ارائه کرد. وابستگی بین مؤلفه‌ها به سه نوع تقسیم می‌شود: وابستگی اقتصادی، وابستگی ساختاری و وابستگی خرابی [۸]. منظور از وابستگی اقتصادی این است که نگهداری و تعمیرات هم‌زمان مؤلفه‌ها به‌صورت گروهی در مقایسه با نگهداری و تعمیرات هر مؤلفه به‌صورت انفرادی موجب کاهش هزینه‌ها می‌شود. وابستگی ساختاری درواقع وابستگی در انجام فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات بین مؤلفه‌ها است؛ زیرا این نوع وابستگی در سیستم‌هایی وجود دارد که چند مؤلفه با هم یک زیرسیستم را تشکیل می‌دهند و برای تعمیر و تعویض مؤلفه معیوب لازم است مؤلفه‌های سالم در زیرسیستم از کارکردن متوقف و دمونتاژ شوند [۸]. وابستگی خرابی انواع مختلفی دارد که در پژوهش مورتی و نگوین (۱۹۸۵) در یک سیستم دومؤلفه‌ای، سه نوع وابستگی بین مؤلفه‌ها در نظر گرفته شده است [۱۸]:

در وابستگی خرابی نوع اول، هر خرابی مؤلفه اول به احتمال p درصد موجب خرابی مؤلفه دوم می‌شود و به احتمال $p-1$ درصد روی مؤلفه دوم تأثیری نمی‌گذارد. در نوع دوم وابستگی خرابی، هر خرابی مؤلفه اول فقط باعث ایجاد شوک روی مؤلفه دوم می‌شود و تنها نرخ خرابی آن را افزایش می‌دهد؛ همچنین هر خرابی مؤلفه دوم به احتمال q درصد موجب خرابی مؤلفه اول می‌شود. در وابستگی خرابی نوع سوم، خرابی هر مؤلفه باعث ایجاد شوک روی مؤلفه دیگر می‌شود.

بازرسی‌ها از فعالیت‌های مهم در هر برنامه نگهداری و تعمیرات پیشگیرانه هستند؛ زیرا با انجام بازرسی عیب‌های بالقوه شناسایی و تعمیر شده و درنتیجه از وقوع خرابی جلوگیری می‌شود. توجه

شود که تواتر انجام بازرسی‌ها باید متأثر از هزینه‌های مرتبط بر بازرسی‌ها باشد؛ بنابراین تعیین فواصل بازرسی یا تواتر تعداد دفعات بازرسی، یکی از وظایف مهم مدیران مربوطه در حوزه نگهداری و تعمیرات محسوب می‌شود [۸].

مدل نگهداری و تعمیرات به‌طور عمده بر اساس سطحی که سیستم پس از شکست بازرسی می‌شود، به دو دسته نگهداری و تعمیرات مطلوب و نامطلوب طبقه‌بندی می‌شوند. در مدل‌های نگهداری و تعمیرات مطلوب، فرض بر این است که سیستم با یک سیستم جدید یکسان جایگزین شده و یا پس از بازرسی به‌صورت کامل تعمیر شده و عملکرد سیستم پس از تعمیر خوب می‌شود. در مدل‌های نگهداری و تعمیرات نامطلوب، یک سیستم می‌تواند پس از اصلاح، جدید نباشد و حداقل تعمیر بر روی آن صورت گرفته باشد.

در یک طبقه‌بندی، دو دسته خرابی در سیستم نگهداری و تعمیرات تجهیزات چندمؤلفه‌ای وجود دارد: خرابی نرم یا پنهان و خرابی سخت. خرابی‌های سخت، خرابی‌هایی هستند که به محض وقوع، خود را آشکار می‌کنند و باعث توقف سیستم می‌شوند. زمان خرابی سخت مشخص است؛ زیرا هنگامی که در سیستم یک خرابی سخت رخ دهد، سیستم از کار می‌افتد و متوقف می‌شود. خرابی‌های نرم، خرابی‌هایی هستند که به محض وقوع، خود را آشکار نمی‌کنند و باعث توقف سیستم نمی‌شوند؛ اما کارایی سیستم را کاهش می‌دهند و برای سیستم، هزینه ایجاد می‌کنند. تفاوت خرابی نرم و سخت نیز در این نکته است که خرابی‌های نرم معمولاً پنهان هستند و فقط ممکن است در بازرسی‌ها شناسایی و اصلاح شوند [۱۳].

در این پژوهش برای یک سیستم متشکل از چند مؤلفه که در معرض وقوع خرابی سخت و نرم قرار دارد، مدلی ارائه شده است که طی آن با معیار حداقل‌کردن متوسط مجموع هزینه‌های بازرسی، هزینه‌های تعمیر و هزینه‌های جریمه ناشی از تأخیر در شناسایی خرابی‌های نرم، فاصله زمانی بهینه بین بازرسی‌های متوالی سیستم در یک افق زمانی محدود تعیین می‌شود. در این مدل، بین مؤلفه‌ها وابستگی خرابی وجود دارد؛ زیرا هنگام وقوع خرابی سخت، به بازرسی مؤلفه نرم نیز پرداخته می‌شود؛ بنابراین خرابی‌های سخت بر تعیین فواصل بازرسی بهینه تأثیر دارند که بر پیچیدگی مدلسازی آن می‌افزاید. ادامه مقاله بدین صورت تدوین شده است که ابتدا مروری بر مبانی نظری مسئله صورت می‌گیرد؛ سپس مدل توسعه‌داده‌شده به‌طور کامل تشریح می‌شود. در ادامه با بیان یک مثال عددی، عملکرد مدل نشان داده خواهد شد. در انتهای مقاله بحث و نتیجه‌گیری به همراه پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی آورده می‌شود.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

مدل‌های بهینه‌سازی نگهداری و تعمیرات به تفضیل در مبانی نظری بررسی شده است. دوهی و کایو (۲۰۰۳) در مورد زمان‌بندی مدل‌های پیوسته و گسسته و سیاست‌های نگهداری و تعمیرات

پیشگیرانه بحث کرده‌اند [۱۰]. وانگ (۲۰۰۲)، یک پژوهش طبقه‌بندی‌شده ارائه کرده که در آن سیاست‌های نگهداری و تعمیرات مختلف برای سیستم‌های تک‌مؤلفه و چندمؤلفه مقایسه شده است؛ با این حال تأکید او بر سیستم‌های متشکل از یک مؤلفه بوده است [۲۶].

زیکورا و برنگور (۲۰۰۶)، به بهینه‌سازی سیاست نگهداری و تعمیر پیشگیرانه برای یک سیستم با بازرسی دوره‌ای پرداختند و در آن سه نوع اقدام نگهداری و تعمیر برای سیستم شامل حداقل تعمیر، نگهداری نامناسب و جایگزینی مناسب را موردتوجه قرار دادند [۳۱]. چن و شو (۲۰۰۱) در مدل خود فرض کردند که احتمال جایگزینی به سن سیستم و تعداد شوک‌هایی که از آخرین جایگزینی متحمل شده است، بستگی دارد [۷]. ماکیس و جادین (۱۹۹۲) نیز تعمیرات ناقص را در نظر گرفتند و در مدل آن‌ها احتمال نگهداری و تعمیر کامل به تعداد و زمان نگهداری و تعمیر ناقص وابسته است. درواقع این احتمال به سن و سایر متغیرهای وابسته به زمان بستگی دارد [۱۷]. ژاو و همکاران (۲۰۱۵)، با استفاده از تابع خطر تجمعی و میانگین زمانی معکوس تا شکست، روش‌های تقریبی برای تخمین زمان شکست و بهینه‌سازی سیاست‌های نگهداری و تعمیرات و بازرسی برای یک سیستم موازی پیشنهاد دادند [۳۲].

بابیشین و تقی‌پور (۲۰۱۶)، یک سیستم با اجزائی که دارای خرابی نرم و سخت است را در نظر گرفته و دو مدل ارائه کردند که در مدل اول هر دو جزء تحت حداقل تعمیر و یا جایگزینی اصلاح‌شده و همچنین اجزای نوع نرم تحت بازرسی‌های فرصت‌طلبانه قرار می‌گیرند [۲]. در مدل دوم علاوه بر فرض‌های مدل اول اجزای سخت می‌توانند در بازرسی‌های دوره‌ای جایگزین شوند. در این پژوهش با استفاده از شبیه‌سازی، هزینه کل چرخه عمر موردانتظار برای هر دو مدل حداقل می‌شود و در آخر یک سیاست نگهداری و تعمیرات بهینه برای تمام اجزا و همچنین فاصله بازرسی بهینه برای کل سیستم به‌دست می‌دهد. بازرسی و تعمیرات فرصت‌طلبانه[1] به معنای اجرای هم‌زمان بازرسی‌ها و تعمیرات با اولویت پایین و تعمیرات اصلی است [۲۱].

در مطالعه‌ای در سال ۲۰۱۸، جایگزینی فرصت‌طلبانه در یک سیستم تک‌مؤلفه‌ای به این ترتیب بررسی شد که این سیستم تا مدت زمان خاصی بازرسی دوره‌ای شده و در صورت مشاهده مشکل، مؤلفه تعویض می‌شود و بعد از آن مدت، در سن خاصی حتماً به‌صورت پیشگیرانه تعویض می‌شود. در این مطالعه کیفیت مؤلفه، مهارت و کیفیت کار نیروی نگهداری و تعمیرات نیز متفاوت در نظر گرفته شد و هزینه‌های بلندمدت سیاست‌های مختلف محاسبه شدند. در نهایت یک سیاست ترکیبی فرصت‌طلبانه بهینه معرفی شده است. نتایج این پژوهش نشان داد در صورتی که هزینه تعویض فرصت‌طلبانه نسبت به پیشگیرانه کمتر و نرخ اتفاق‌افتادن مشکلات بیشتر باشد، همچنین در صورتی که اطلاعات کمی درباره توزیع مشکلات وجود داشته باشد، تعویض پیشگیرانه لزومی ندارد

1. Opportunity Maintenance

و می‌توان تنها به‌صورت فرصت‌طلبانه به بازرسی‌ها ادامه داد [۶]. وو و همکاران (۲۰۲۰)، نگهداری‌های فرصت‌طلبانه را به‌عنوان راه‌حلی برای کاهش هزینه‌های نگهداری و تعمیرات و بهبود عملکرد سیستم معرفی کرده‌اند [۲۵]. پژوهشگران انواع مختلفی از نگهداری‌های فرصت‌طلبانه را در سیستم‌های چندمؤلفه‌ای با وابستگی اقتصادی ارزیابی کرده‌اند. بدین‌منظور یک مدل عمومی اولیه توسعه داده شده و با قوانین خاصی نگهداری‌های پیشگیرانه اعمال شده‌اند. در این پژوهش اجزا نیز به بحرانی و غیربحرانی تقسیم شده است. با این تعریف که در صورت وجود مشکل برای یک جزء غیربحرانی می‌توان نگهداری را انجام نداد و آن را به همان حال رها کرد. در این پژوهش با بهینه‌سازی هزینه‌های نگهداری و تعمیرات، مدت‌زمان تأخیر تا تعمیر و سطح نگهداری لازم تعیین شده‌اند.

شو و همکاران (۲۰۱۲) به بررسی خرابی‌های پنهان برای سیستم‌های تک‌مؤلفه‌ای پرداخته و در تحقیقشان فرض را بر این گذاشتند که احتمال شکست به تعداد تعمیرات قبلی بستگی دارد؛ درحالی‌که سیاست نگهداری و تعمیر آن‌ها به سن خرابی و تعداد تعمیرات کلی وابسته است [۲۲]. سو (۲۰۰۲) از تکنیک‌های متغیر اضافی برای پیداکردن دوره بازرسی بهینه که سود سیستم را در واحد زمان برای یک سیستم چندحالته، با A ترکیب از حالت‌های پنهان و خودآشکار، حداکثر می‌کند، استفاده کرده است [۲۳]. در این پژوهش دوره بازرسی یک متغیر تصادفی است. بنارسون و همکاران (۲۰۱۴) شکست‌های پنهان را در یک سیستم k از n در نظر گرفتند و یک مدل بهینه‌سازی مشترک برای به‌حداقل رساندن هزینه کل دو سیاست نگهداری و تعمیرات و سیاست موجودی ایجاد کردند [۴، ۵]. کاپور و بوتانی (۱۹۸۷)، سیاست‌های بازرسی مطلوب را برای سیستم‌های یارانه‌ای با نقص‌های پنهان توسعه دادند [۱۴]. گل‌مکانی و موکدی (۲۰۱۲) نیز مدلی برای یک سیستم چندجزئی ارائه داده‌اند که تنها یک جزء سخت است و اجزای دیگر نرم هستند [۱۱].

وانگ و همکاران (۲۰۱۰) سیستم چندمؤلفه‌ای را در نظر گرفتند که در آن هر مؤلفه و حالت شکست به‌طور جداگانه مدل‌سازی می‌شود و یک مدل بازرسی دوره‌ای برای کل سیستم را تشکیل می‌دهد [۲۹]. تقی‌پور و همکاران (۲۰۱۱) دو مدل بهینه‌سازی بازرسی بر روی افق زمانی محدود و نامحدود را برای یک سیستم با مؤلفه نرم تحت بازرسی دوره‌ای پیشنهاد کردند. بازرسی فرصت‌طلبانه در این مدل فرض نشده است [۲۴]. اُزکیسی (۱۹۸۸)، سیستمی را بررسی کرد که مؤلفه‌های آن وابستگی تصادفی و اقتصادی دارند و تأثیر این وابستگی‌ها بر سیاست‌های جایگزینی دوره‌ای را بررسی کرد [۱۹]. دکر و اسمیتینگ (۱۹۹۱)، یک مدل جایگزینی بلوکه را در نظر گرفتند که در آن یک جزء تنها می‌تواند در فرصت‌های نگهداری و تعمیرات جایگزین پیشگیرانه شود [۹]. رضایی و ایمانی (۲۰۱۶)، مدلی برای به‌دست‌آوردن فاصله بازرسی دوره‌ای بهینه در یک افق زمانی محدود برای یک سیستم چندجزئی ارائه دادند. ازآنجاکه اجزای سیستم انتخاب‌شده به لحاظ

اقتصادی وابسته هستند، نگهداری گروهی نسبت به نگهداری فردی ترجیح داده شده است. آنان ترکیبی از هزینه بازپرداخت، تعمیر و خرابی را به‌عنوان کل هزینه موردانتظار در مدل خود فرض کردند [۲۰]. وانگ و فام (۲۰۰۶) به بررسی نگهداری و تعمیرات مطلوب یک سیستم با چند زیرسیستم پرداختند. آن‌ها فرض کردند که زیرسیستم‌ها از لحاظ اقتصادی وابسته هستند [۲۷]. در پژوهشی وانگ (۲۰۱۱) به مدل بهینه‌سازی مشترک سطح موجودی قطعات یدکی و بازرسی پرداختکه در آن سه متغیر تصمیم مقدار سفارش، فاصله زمانی سفارش و فاصله بازرسی بهینه می‌شود. محقق از مفهوم زمان تأخیر برای ساخت مدل استفاده نمود و یک فرآیند شکست دومرحله‌ای را مورد بررسی قرار داد [۲۸].

لی و همکاران (۲۰۲۰)، دسترس‌پذیری یک سیستم تک‌مؤلفه‌ای با دو نوع خطای سخت و نرم را مدلسازی کردند. آن‌ها از شاخص‌های قابلیت اطمینان، قابلیت تعمیر، قابلیت پشتیبانی، قابلیت آزمون و عوامل محیطی برای این منظور بهره گرفتند و با کمک الگوریتم ازدحام ذرات مدل خود را بهینه ساختند. در این پژوهش استراتژی‌های ترکیبی برای نگهداری مطالعه شده است؛ البته در مدل آن‌ها از معیارهای هزینه برای بهینه‌سازی استفاده نشده است که که می‌تواند نتایج را از نظر اقتصادی ناموجه سازد [۱۵].

لیو و همکاران (۲۰۱۹)، دو نوع خرابی وابسته سخت و نرم را برای یک سیستم تک‌مؤلفه‌ای در حالتی بررسی کردند که سیستم دوره‌های کاری و استراحت متوالی دارد. خرابی‌های نرم و سخت هر دو به استهلاک و شوک‌های وارده به سیستم وابسته هستند. استهلاک در دوره‌های کاری و استراحت به‌صورت مشابهی در جریان است؛ اما شوک‌ها در دوره‌های کاری سیستم با شدت بیشتری اتفاق می‌افتند. آن‌ها برای ارزیابی سیاست تعویض پیشگیرانه در این سیستم، هزینه‌های بلندمدت نگهداری را محاسبه کردند. نتایج این مطالعه نشان داد که قابلیت اطمینان سیستم در حالتی که دوره‌های کاری و استراحت داشته باشد، بیشتر از حالت بدون استراحت است [۱۶].

با توجه به اینکه پژوهش‌های موجود در مبان نظری موضوع، به‌خصوص در مقاله‌های فارسی، محدود هستند برای نمایش وضعیت کلی مطالعات صورت‌گرفته در این زمینه، جدول ۱ ارئه شده است. این جدول نشان‌دهنده مقاله‌های بررسی‌شده و دسته‌بندی این مقاله‌ها بر اساس برخی عوامل و شرایط مدل‌های بررسی‌شده است. ردیف آخر جدول ۱ نیز، مفروضات مدل موردنظر پژوهش را بر اساس معیارهای مختلف نشان می‌دهد.

با توجه به مرور مبانی نظری و جدول ۱، مطالعه درباره سیستم‌های چندمؤلفه‌ای که هر دو نوع خرابی‌های نرم و سخت را داشته باشند به‌ندرت انجام شده است. ضمن اینکه پژوهش در زمینه بازرسی‌های فرصت‌طلبانه در این سیستم‌ها که مؤلفه‌ها وابستگی خرابی دارند، انجام نشده است. در این مقاله کوشیده می‌شود تا این شکاف‌های پژوهش تا حدودی پر شوند.

جدول ۱. دسته‌بندی مقاله‌های بررسی‌شده در حوزه بازرسی‌های دوره‌ای

شماره مقاله	سال	تعداد مؤلفه		نرخ خرابی		وضعیت سیستم پس از خرابی			نگهداری و تعمیرات		افق		وابستگی		
		چند	تک	سخت	نرم	جایگزین	تعمیر ناقص	تعمیر کامل	نامطلوب	مطلوب	نامحدود	محدود	خرابی	ساختاری	اقتصادی
[۱۴]	۱۹۸۷				❋										
[۱۹]	۱۹۸۸	❋		❋	❋										
[۹]	۱۹۹۱				❋						❋	❋			
[۱۷]	۱۹۹۲					❋	❋	❋							
[۷]	۲۰۰۱	❋	❋												
[۲۳]	۲۰۰۲	❋		❋	❋	❋		❋							
[۲۷]	۲۰۰۶	❋				❋				❋					❋
[۲۹]	۲۰۱۰	❋			❋										
[۲۴]	۲۰۱۱	❋		❋	❋					❋	❋				
[۲۸]	۲۰۱۱	❋									❋				❋
[۱۱]	۲۰۱۲				❋										
[۵]	۲۰۱۳		❋		❋										
[۴]	۲۰۱۴		❋		❋										
[۳۲]	۲۰۱۵					❋				❋					
[۲۰]	۲۰۱۶	❋											❋		❋
[۲]	۲۰۱۶						❋		❋						
[۱۳]	۲۰۱۶	❋						❋		❋		❋			
[۶]	۲۰۱۸		❋	❋		❋				❋		❋			
[۱۶]	۲۰۱۹		❋	❋	❋			❋		❋	❋				
[۲۵]	۲۰۲۰	❋						❋		❋					❋
[۱۵]	۲۰۲۰		❋	❋	❋		❋	❋		❋					
پژوهش حاضر		❋		❋	❋			❋		❋		❋	❋		

۳. روش‌شناسی پژوهش

سیستم موردمطالعه در این پژوهش، یک سیستم دومؤلفه‌ای با وابستگی خرابی بین مؤلفه‌ها است که در معرض خرابی‌های سخت و نرم قرار دارند. خرابی مؤلفه‌ی اول از نوع نرم و خرابی مؤلفه دوم از نوع سخت است. گذشت زمان و شوک ناشی از خرابی مؤلفه دوم روی مؤلفه اول، توأماً موجب افزایش مضاعف نرخ خرابی مؤلفه اول می‌شود. از سویی تعمیر کامل مؤلفه اول پس از شناسایی خرابی نرم در زمان بازرسی موجب می‌شود تا مؤلفه اول به وضعیت مشابه با نو برگردد.

در مدل توسعه‌داده‌شده مؤلفه‌هایی که خرابی سخت دارند نیز در تعیین فواصل بازرسی مؤلفه اول تأثیر می‌گذارند؛ چراکه هنگام وقوع خرابی سخت بازرسی مؤلفه نرم نیز انجام می‌گیرد. در این مدل فاصله زمانی بهینه برای بازرسی‌ها در یک افق زمانی محدود محاسبه شده است. در پژوهش حاضر برای نخستین بار در پژوهش‌های مربوط به سیستم‌های چندمؤلفه‌ای با خرابی سخت و نرم، علاوه بر بازرسی دوره‌ای، بازرسی‌های فرصت‌طلبانه نیز مدنظر قرار گرفته است که در آن‌ها هم‌زمان با خرابی سخت مؤلفه دوم، مولفه اول نیز بازرسی می‌شود؛ همچنین برای ارزیابی مدل از معیار هزینه نگهداری و تعمیرات استفاده شده است.

تعریف مسئله. در این پژوهش مدل گل‌مکانی و موکدی (۲۰۱۲)، توسعه داده می‌شود. در مدل آن‌ها یک سیستم متشکل از دومؤلفه که در معرض وقوع خرابی‌های سخت و نرم هستند، متوسط مجموع هزینه‌های بازرسی، هزینه‌های تعمیر و هزینه‌های جریمه ناشی از تأخیر در شناسایی خرابی‌های نرم، حداقل شده و فاصله زمانی بهینه بین بازرسی‌های متوالی سیستم در یک افق زمانی محدود تعیین می‌شود [۱۱].

مدل توسعه‌یافته در این پژوهش به‌منظور بهینه‌سازی فواصل بازرسی برای یک سیستم دو مؤلفه‌ای پیچیده با وابستگی خرابی است که در آن علاوه بر بازرسی دوره‌ای مؤلفه اول، هنگام وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم به بازرسی مؤلفه اول نیز پرداخته می‌شود و هدف یافتن فاصله زمانی بازرسی بهینه مؤلفه اول و حداقل‌کردن هزینه است. در ادامه مفروضات و پارامترها به‌صورت جداگانه توضیح داده خواهند شد.

یک سیستم دومؤلفه‌ای با وابستگی خرابی بین مؤلفه‌ها را در نظر بگیرید که خرابی مؤلفه اول از نوع نرم و خرابی مؤلفه دوم از نوع سخت است. خرابی‌های نرم مؤلفه اول سیستم را متوقف نمی‌کنند؛ اما کارایی سیستم را کاهش می‌دهند و ایجاد هزینه می‌کنند. خرابی نرم مؤلفه اول در زمان وقوع قابل‌شناسایی نیست و تنها در زمان بازرسی شناسایی می‌شود؛ بنابراین این مؤلفه در فواصل زمانی معینی بازرسی و در صورت وجود خرابی تعمیر کامل می‌شود و به وضعیت مشابه نو برمی‌گردد. بین وقوع خرابی نرم مؤلفه اول و شناسایی آن در زمان بازرسی، یک زمان تأخیر وجود دارد که هر چه این زمان بیشتر شود، هزینه بیشتری را به سیستم تحمیل می‌کند.

خرابی‌های سخت مؤلفه دوم به‌محض وقوع آشکار شده و باعث توقف سیستم می‌شوند. این خرابی‌ها در هنگام وقوع، شناسایی شده و فوراً تعویض می‌شوند؛ بنابراین مؤلفه دوم نیازی به بازرسی‌های دوره‌ای ندارد. در این سیستم وابستگی خرابی بین مؤلفه‌ها به این صورت است که هر خرابی نرم مؤلفه اول بر مؤلفه دوم تأثیری ندارد؛ اما هر خرابی سخت مؤلفه دوم باعث ایجاد شوک روی مؤلفه اول می‌شود؛ یعنی بدون آنکه موجب خرابی مؤلفه اول شود، نرخ خرابی آن را افزایش می‌دهد.

خرابی‌های مؤلفه اول طبق فرآیند غیرهمگن پواسن با نرخ خرابی افزایشی و خرابی‌های مؤلفه دوم طبق فرآیند همگن پواسن با نرخ خرابی ثابت رخ می‌دهند. مؤلفه اول در فواصل معین و در هنگام وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم بازرسی می‌شود. از یک طرف گذشت زمان موجب افزایش نرخ خرابی مؤلفه اول می‌شود و از طرف دیگر وقوع خرابی مؤلفه دوم باعث ایجاد شوک روی مؤلفه اول می‌شود و نرخ خرابی مؤلفه اول افزایش می‌یابد. با تعمیر کامل مؤلفه اول در صورت شناسایی خرابی در زمان بازرسی مؤلفه اول تعمیر می‌شود و به وضعیت مشابه نو برمی‌گردد. در این سیستم بازرسی مؤلفه اول با تواتر زیاد، از یک سو موجب افزایش هزینه‌های بازرسی و افزایش هزینه تعمیر مؤلفه اول (در صورت مشاهده خرابی آن) و از سوی دیگر موجب شناسایی به‌هنگام خرابی‌های نرم مؤلفه اول و کاهش هزینه ناشی از تأخیر در شناسایی خرابی می‌شود. در صورت انجام بازرسی با تواتر کم اگرچه هزینه‌های بازرسی کاهش می‌یابد، اما خرابی مؤلفه اول دیرتر تشخیص داده می‌شود؛ بنابراین هزینه‌های ناشی از عدم‌اطلاع از خرابی مؤلفه اول افزایش می‌یابد. انجام بازرسی با تواتر کم همچنین موجب افزایش تأثیر خرابی مؤلفه دوم روی مؤلفه اول و درنتیجه افزایش مضاعف هزینه‌های تأخیر در شناسایی خرابی مؤلفه اول می‌شود؛ بنابراین هدف این است که فاصله زمانی بین بازرسی‌های متوالی مؤلفه اول به‌گونه‌ای تعیین شود تا متوسط هزینه کل مؤلفه اول در واحد زمان حداقل شود. مفروضات مسئله موردپژوهش را می‌توان در بندهای زیر خلاصه کرد:

– سیستم شامل دو مؤلفه با وابستگی از نوع وابستگی خرابی بین مؤلفه‌ها است؛

– وابستگی خرابی به این صورت است که خرابی مؤلفه اول روی مؤلفه دوم تأثیری ندارد؛ اما خرابی مؤلفه دوم باعث ایجاد شوک بر مؤلفه اول می‌شود و نرخ خرابی آن را افزایش می‌دهد؛

– خرابی مؤلفه اول نرم بوده و طبق فرآیند غیرهمگن پواسون با نرخ خرابی افزایشی رخ می‌دهد؛

– مؤلفه اول در فواصل معین بازرسی، خرابی‌های آن شناسایی و تعمیر شده و مؤلفه به وضعیت مشابه نو برمی‌گردد؛ همچنین درزمان وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم، این مؤلفه نیز بازرسی می‌شود؛

– خرابی نرم مؤلفه اول به خرابی سخت تبدیل نمی‌شود؛

– بازرسی‌ها کامل هستند؛ یعنی خرابی مؤلفه اول بدون هیچ خطایی در زمان بازرسی قابل‌شناسایی است؛

– خرابی مؤلفه دوم از نوع سخت است و بازرسی‌های دوره‌ای برای آن انجام نمی‌گیرد. در زمان خرابی این مؤلفه، سیستم متوقف می‌شود. فرض شده است که خرابی‌های این مؤلفه طبق فرآیند همگن پواسن با نرخ خرابی ثابت رخ می‌دهند؛

– ازآنجاکه در هنگام وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم به بازرسی مؤلفه اول پرداخته می‌شود، این مؤلفه در بهینه‌سازی فواصل بازرسی مؤلفه اول تأثیر خواهد داشت؛

– از زمان‌های بازرسی، تعمیر کامل مؤلفه اول و تعویض مؤلفه دوم صرف‌نظر می‌شود؛

– هزینه ناشی از مؤلفه دوم فقط شامل هزینه تعویض آن است.

نمادها و پارامترهای مدل. نمادها و پارامترهای موردنیاز مسئله به شرح زیر است:

$\lambda_1(x)$: نرخ خرابی مؤلفه اول در زمان x.

$\lambda_1^j(x)$: نرخ خرابی مؤلفه اول در زمان x، به شرطی‌که تعداد خرابی مؤلفه دوم از ابتدای افق برنامه‌ریزی تا زمان x برابر j باشد، $j = 0,1,2,\ldots$.

λ_2: نرخ خرابی مؤلفه دوم (تعداد خرابی در واحد زمان).

$N_2(x)$: متغیر تصادفی معرف تعداد خرابی مؤلفه دوم از ابتدای افق برنامه‌ریزی تا زمان x.

p : درصد افزایش نرخ خرابی مؤلفه اول به‌دلیل وقوع هر خرابی مؤلفه دوم.

T: طول افق برنامه‌ریزی (مثلاً یک سال) که ثابت و معلوم است.

n: متغیر تصمیم‌گیری معرف تعداد بازرسی مؤلفه اول در طول دوره T.

τ: فاصله زمانی بین دو بازرسی متوالی مؤلفه اول در دوره T در صورت انجام n بازرسی از مؤلفه اول، واضح است که $\tau = \frac{T}{n}$.

τ_L: حداقل فاصله زمانی ممکن بین دو بازرسی متوالی مؤلفه اول.

C_1^s: هزینه هر بازرسی مؤلفه اول.

C_1^d: هزینه هر تعمیر کامل مؤلفه اول.

$C_1^{d'}$: هزینه هر تعمیر کامل مؤلفه دوم.

C_1^p: هزینه جریمه مؤلفه اول (هزینه تأخیر در شناسایی خرابی) به‌ازای هر واحد زمانی سپری‌شده از وقوع خرابی مؤلفه اول تا شناسایی آن در زمان بازرسی.

t: عمر اولیه مؤلفه اول در شروع دوره T.

$((k-1)\tau, k\tau]$: بازه بازرسی kام مؤلفه اول در دوره T، $k = 1,2,\ldots,n$.

$P_k(t)$: احتمال سالم‌بودن مؤلفه اول در بازه بازرسی kام در دوه T به شرطی‌که عمر اولیه مؤلفه اول در شروع دوره، t بوده و مؤلفه اول تا زمان t سالم بوده است.

$e_k(t)$: متوسط زمان سالم‌بودن مؤلفه اول در بازه بازرسی kام در دوره T، به شرطی‌که بدانیم عمر اولیه مؤلفه اول در شروع دوره، t بوده و مؤلفه اول تا زمان t سالم بوده است.

$P'_k(t)$: احتمال سالم‌بودن مؤلفه دوم در بازرسی kام در دوره T؛ به شرطی‌که عمر اولیه t باشد.

$e'_k(t)$: متوسط زمان سالم‌بودن مؤلفه دوم در بازه بازرسی kام؛ به شرطی‌که عمر اولیه t باشد.

$E\left[C_1^{((k-1)\tau, k\tau]}\right]$: متوسط هزینه کل مؤلفه اول در بازه بازرسی kام در دوره T.

$E\left[C_1^T\right]$: متوسط هزینه کل مؤلفه اول در دوره T.

مدل پیشنهادی. همان‌طور که اشاره شد، وابستگی خرابی بین مؤلفه‌ها به این‌صورت است که هر خرابی نرم مؤلفه اول تأثیری بر خرابی مؤلفه دوم ندارد؛ اما هر خرابی سخت مؤلفه دوم باعث ایجاد شوک روی مؤلفه اول می‌شود و نرخ خرابی آن را به میزان p درصد افزایش می‌دهد؛ بنابراین ازآنجاکه $N_2(x)$ معرف تعداد خرابی مؤلفه دوم از ابتدای افق برنامه‌ریزی تا زمان x است، $\lambda_1^j(x)$ برابر است با:

$$\lambda_1^j(x) = \lambda_1(x \mid N_2(x) = j) = \left(1 + \frac{p}{100}\right)^j \lambda_1^0(x) \qquad (1)$$
$$j = 0,1,2,...$$

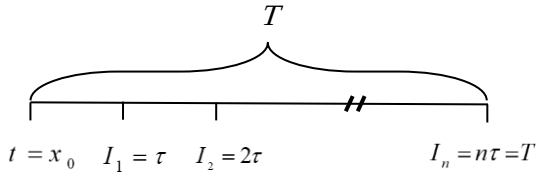
در رابطه بالا $\lambda_1^0(x)$ نرخ خرابی مؤلفه اول در صورت عدم‌وقوع خرابی مؤلفه دوم تا زمان x است. ازآنجاکه خرابی‌های مؤلفه دوم طبق فرآیند همگن پواسن با نرخ خرابی ثابت رخ می‌دهند، خواهیم داشت:

$$P(N_2(x) = j) = \frac{(\lambda_2 x)^j e^{-\lambda_2 x}}{j!},\ j = 0,1,2,... \qquad (2)$$

برای محاسبه متوسط نرخ خرابی مؤلفه اول در زمان x ($\lambda_1(x)$) باید توجه داشت که تعداد خرابی مؤلفه دوم نقش تعیین‌کننده‌ای در نرخ خرابی مؤلفه اول دارد. تعداد خرابی مؤلفه دوم ($N_2(x)$) می‌تواند $j = 0,1,2,...$ باشد و بنابراین با توجه به روابط ۱ و ۲، نرخ خرابی مؤلفه اول در زمان x برابر است با:

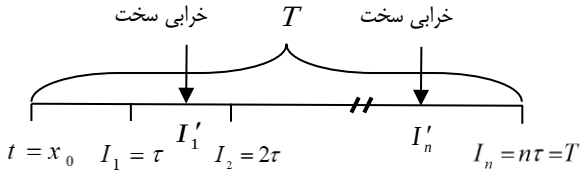
$$\lambda_1(x) = \sum_{j=0}^{x} \lambda_1(x \mid N_2(x) = j) \times P(N_2(x) = j)$$
$$= \sum_{j=0}^{x} \left(1 + \frac{p}{100}\right)^j \lambda_1^0(x) \times \frac{(\lambda_2 x)^j e^{-\lambda_2 x}}{j!} = \lambda_1^0(x) e^{\left(\frac{p}{100}\right)\lambda_2 x} \qquad (3)$$

همان‌طورکه گفته شد، مؤلفه اول در فواصل زمانی معینی در دوره T بازرسی می‌شود و این مقدار برابر است با $\tau = T/n$. با توجه با شکل ۱، در فواصل $I_1, I_2, ..., I_n$ بازرسی مؤلفه اول به‌صورت روتین انجام می‌شود.



شکل ۱. زمان‌های بازرسی مؤلفه اول در دوره T

علاوه بر بازرسی دوره‌ای مؤلفه اول، در زمان وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم، مؤلفه اول نیز بازرسی می‌شود. این بازرسی احتمالی است و از قاعده خاصی پیروی نمی‌کند (شکل ۲).



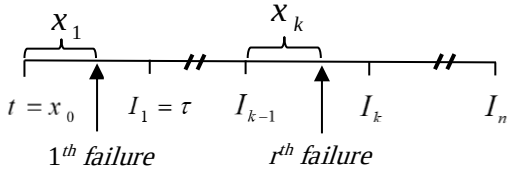
شکل ۲. زمان‌های خرابی مؤلفه دوم در دوره T

خرابی‌های مؤلفه اول تنها در بازرسی‌ها شناسایی شده و این مؤلفه تعمیر کامل می‌شود. فرض بر این است که در شروع هر دوره، بازرسی و تعمیر احتمالی مؤلفه اول صورت می‌گیرد؛ بنابراین خرابی‌ها در بازه $((k-1)\tau, k\tau]$ اتفاق می‌افتند. زمانی که مؤلفه اول خراب می‌شود تا اولین بازرسی بعد از وقوع خرابی در این حالت باقی می‌ماند. حال این بازرسی می‌تواند بازرسی دوره‌ای یا بازرسی به‌علت وقوع خرابی سخت باشد. اگر بلافاصله بعد از وقوع خرابی نرم، خرابی سخت نیز اتفاق بیفتد، با توجه به این فرض که در زمان وقوع خرابی سخت، مؤلفه اول نیز بازرسی شود، خرابی نرم مؤلفه اول زودتر شناسایی شده و تعمیر کامل می‌شود. اگر هم که خرابی سختی اتفاق نیفتد، مؤلفه اول تا اولین بازرسی بعد از وقوع خرابی، در حالت خراب باقی می‌ماند تا در زمان بازرسی معین شناسایی و تعمیر کامل شود. در هر بازه بازرسی مؤلفه اول، در صورت وقوع خرابی، هزینه متناسب با مدت‌زمان سپری‌شده از وقوع خرابی تا شناسایی آن در زمان بازرسی در نظر گرفته می‌شود که این هزینه، «هزینه جریمه تأخیر از شناسایی» است. از دیگر هزینه‌ها می‌توان به «هزینه انجام بازرسی» و «هزینه تعمیر کامل مؤلفه اول در صورت خرابی» اشاره کرد. هزینه تعمیر خود شامل دو هزینه شناسایی و تعمیر خرابی مؤلفه اول در بازرسی‌های دوره‌ای و شناسایی و تعمیر خرابی مؤلفه اول در بازرسی بر اثر وقوع خرابی سخت است.

دوره T یک فاصله زمانی ثابت و معلوم است و هدف این است که در این دوره، فاصله زمانی بهینه بازرسی مؤلفه اول به‌گونه‌ای تعیین شود که هزینه کل مؤلفه اول در این دوره حداقل شود. متوسط هزینه کل مؤلفه اول در بازرسی kام در دوره T برابر با رابطه ۴، است:

$$
\begin{aligned}
&E\left[C_1^{((k-1)\tau,k\tau]}\right] = C_1^s + C_1^d P(component\ 1\ fail\ in((k-1)\tau,k\tau]) \\
&+C_1^{d'} P(component\ 2\ fail\ in[(k-1)\tau,k\tau]) \\
&+C_1^p E(downtime\ of\ component\ 1\ in((k-1)\tau,k\tau]) \\
&k = 1,2,\ldots,n
\end{aligned}
\qquad (۴)
$$

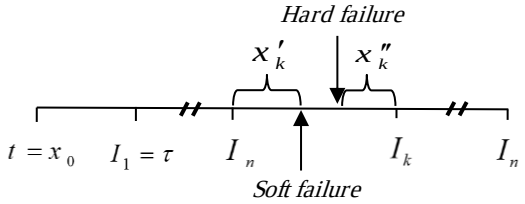
فرض کنید x_k متغیر تصادفی معرف مدت زمان سالم‌بودن مؤلفه اول در بازه بازرسی kام در دوره T باشد. همان‌طوری‌که در شکل ۳، دیده می‌شود، x_k نمایانگر فاصله زمانی بین $k-1$امین بازرسی مؤلفه اول و زمان خرابی مؤلفه اول در بازه بازرسی kام است.



شکل ۳. عمر اولیه و زمان‌های خرابی مؤلفه اول در دوره T

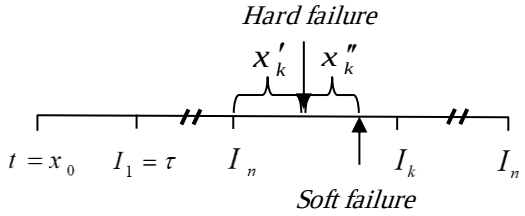
حال با توجه به درنظرگرفتن این فرض که «در زمان وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم، مؤلفه اول نیز بازرسی شود»، برای x_k پنج حالت ممکن می‌تواند اتفاق بیافتد که در ادامه هر یک با شکل تشریح می‌شود.

حالت اول: در بازه بازرسی kام هم خرابی نرم و هم خرابی سخت اتفاق بیفتد و خرابی نرم قبل از خرابی سخت باشد. مطابق شکل ۴، متوسط زمان سالم‌بودن مؤلفه اول در بازه بازرسی kام برابر با $x_k = x_k' + x_k''$ است که در این فرمول x_k'، زمان سالم‌بودن مؤلفه اول قبل از وقوع خرابی نرم و x_k''، زمان سالم‌بودن مؤلفه اول بعد از وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم را نشان می‌دهد.



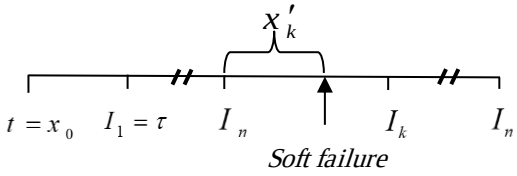
شکل ۴. عمر اولیه و زمان‌های خرابی مؤلفه اول در دوره T(وقوع خرابی سخت بعد از نرم)

حالت دوم: در بازه بازرسی kام هم خرابی سخت و هم خرابی نرم وجود داشته باشد و همچنین خرابی سخت قبل از خرابی نرم باشد. همان‌طور که در شکل ۵ دیده می‌شود، در این حالت در زمان وقوع خرابی سخت مؤلفه اول سالم بوده است. در اینجا نیز x_k برابر با $x_k = x_k' + x_k''$ است.



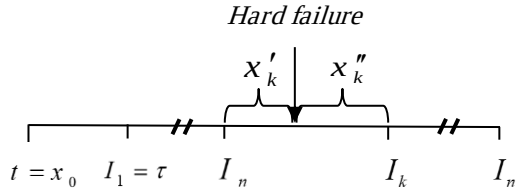
شکل ۵. عمر اولیه و زمان‌های خرابی مؤلفه اول در دوره T(وقوع خرابی سخت قبل از نرم)

حالت سوم: در بازه بازرسی k، خرابی سختی اتفاق نیفتد و تنها خرابی نرم رخ داده باشد (شکل ۶).



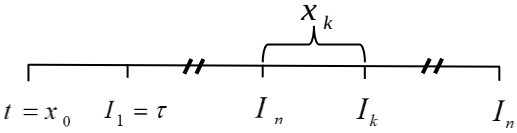
شکل ۶. عمر اولیه و زمان‌های خرابی مؤلفه اول در سیکل T با فرض تنها وقوع خرابی نرم

حالت چهارم: در بازه بازرسی kام تنها خرابی سخت اتفاق می‌افتد (شکل ۷). با توجه به اینکه در این بازه خرابی نرمی وجود ندارد، متوسط زمان سالم‌بودن در بازرسی kام برابر با $x_k = x_k' + x_k'' = \tau$ است.



شکل ۷. عمر اولیه و زمان‌های خرابی مؤلفه اول در دوره T(تنها وقوع خرابی سخت)

حالت پنجم: در بازه بازرسی kام هیچ خرابی رخ ندهد (شکل ۸).



شکل ۸. عمر اولیه و زمان‌های خرابی مؤلفه اول در دوره T(عدم وقوع خرابی در بازه k)

همان‌طور که گفته شد، در صورتی که مؤلفه اول در بازه بازرسی kام خراب نشود، x_k برابر با τ خواهد بود. در صورتی که x_0 معرف عمر اولیه مؤلفه اول در شروع دوره T باشد، $P_k(t)$ احتمال سالم‌بودن مؤلفه اول در بازه بازرسی kام در دوره T، به شرطی دانستن اینکه عمر اولیه مؤلفه اول در شروع دوره، t بوده و مؤلفه اول تا زمان t سالم بوده است، به‌صورت رابطه ۵، نشان داده می‌شود:

$$P_k(t) = P(x_k = \tau \mid x_0 = t) \qquad (۵)$$

همچنین $P_k'(t)$ احتمال سالم‌بودن مؤلفه دوم در بازه بازرسی kام در دوره T است؛ به شرطی که عمر اولیه این مؤلفه t باشد. در ادامه با توجه به اینکه متوسط نرخ خرابی مؤلفه اول از رابطه ۳، معلوم است، به‌طور مشابه با گل‌مکانی و موکدی (۲۰۱۲)، یک معادله بازگشتی برای محاسبه $P_k(t)$ با استفاده از زمان اولین خرابی (x_1) به‌دست می‌آید [۱۱]. طبق تابع توزیع تجمعی توزیع نمایی (که همان فاصله زمانی بین دو خرابی بوده و با توزیع پواسن ارتباط دارد)، خواهیم داشت:

$$F_1(x \mid t) = P(x_1 \le x \mid x_0 = t) = 1 - e^{-\lambda x} \qquad (۶)$$

با توجه به رابطه شرطی ۶ و رابطه ۳ که نشان‌دهنده متوسط خرابی‌های مؤلفه اول است، به‌صورت دقیق‌تر خواهیم داشت:

$$F_1(x \mid t) = P(x_1 \le x \mid x_0 = t) = \begin{cases} 1 - e^{-\int_t^{t+x} \lambda_1(s)ds} & 0 \le x < \tau \\ x \ge \tau & x \ge \tau \end{cases} \qquad (۷)$$

و تابع چگالی احتمال x_1 در قسمت پیوسته آن بصورت رابطه ۸ به‌دست می‌آید:

$$f_1(x \mid t) = \frac{\partial}{\partial x} F_1(x \mid t) = \lambda_1(t+x) e^{-\int_t^{t+x} \lambda_1(s)ds} \qquad 0 \le x < \tau \qquad (۸)$$

باید توجه داشت طبق رابطه ۷ برای احتمال سالم‌بودن مؤلفه اول در بازرسی اول خواهیم داشت:

$$P_1(t) = P(x_1 = \tau) \mid x_0 = t) = F_1(\tau \mid t) - F_1(\tau - 0 \mid t) = e^{-\int_t^{t+x} \lambda_1(s)ds} \qquad (۹)$$

همچنین به‌طور مشابه با استفاده از روابط ۷ و ۹، خواهیم داشت:

$$P_1(t) = e^{-\lambda_1 (t+\tau)} \qquad (۱۰)$$

همان‌طورکه قبلاً اشاره شد در هر بازه بازرسی با درنظرگرفتن وقوع خرابی نرم و سخت پنج حالت اتفاق می‌افتد. در ادامه احتمال سالم‌بودن مؤلفه اول در بازرسی دوم ($P_2(t)$) با استفاده از احتمالات وقوع خرابی نرم و سخت در بازه اول محاسبه خواهد شد. $P_1(t)$ احتمال سالم‌بودن مؤلفه اول در بازرسی اول و $P_1'(t)$ احتمال سالم‌بودن مؤلفه دوم در بازرسی اول به شرطی است که عمر اولیه آن‌ها t باشد.

۱) اگر در بازه اول تنها خرابی نرم اتفاق افتد برای $P_2(t)$ به‌دست خواهیم آورد:

$$P_2(t) = P_1(0)\left[(1-P_1(t)).P_1'(t)\right] \qquad (۱۱)$$

در رابطه (۱۱) $P_1'(t)$ نشان می‌دهد که مؤلفه دوم در بازه بازرسی اول سالم بوده است. $(1-P_1(t))$ نشان می‌دهد که مؤلفه اول در بازه بازرسی اول خراب شده است، پس در زمان بازرسی به‌صورت کامل تعمیر شده و عمر مؤلفه اول از صفر شروع می‌شود که در این صورت $P_2(t)$ برابر با $P_1(0)$ می‌شود.

۲) اگر در بازه اول هم خرابی نرم اتفاق افتد و هم خرابی سخت و خرابی سخت زودتر از خرابی نرم باشد، در این صورت برای $P_2(t)$ خواهیم داشت:

$$P_2(t) = P_1(0)\left[(1-P_1(t)).(1-P_1'(t))\right] \qquad (۱۲)$$

رابطه (۱۲) نشان می‌دهد که در بازه بازرسی اول به احتمال $(1-P_1'(t))$ مؤلفه دوم و به احتمال $(1-P_1(t))$ مؤلفه اول خراب می‌شود؛ بنابراین مؤلفه اول در زمان بازرسی تعمیر کامل شده است و عمر آن صفر می‌شود؛ پس در این صورت $P_2(t)$ برابر با $P_1(0)$ خواهد شد.

۳) این حالت شبیه به حالت دوم است؛ با این تفاوت که در اینجا خرابی نرم زودتر از خرابی سخت اتفاق می‌افتد؛ پس برای $P_2(t)$ خواهیم داشت:

$$P_2(t) = P_1'(0)\left[(1-P_1(t)).(1-P_1'(t))\right] \qquad (۱۳)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که در بازه بازرسی اول به احتمال $(1-P_1(t))$ مؤلفه اول و به احتمال $(1-P_1'(t))$ مؤلفه دوم خراب می‌شود؛ اما ازآنجاکه مؤلفه دوم پس از مؤلفه اول خراب شده، طبق فرض مسئله، مؤلفه اول نیز بررسی شده و خرابی این مؤلفه مشاهده شده و تعمیر کامل می‌شود

که در این‌صورت $P_2(t)$ برابر با $P_1'(0)$ خواهد شد. یادآوری می‌شود در این حالت که خرابی سخت در یک دوره بعد از خرابی نرم اتفاق می‌افتد و در حین بازرسی مؤلفه دوم، مؤلفه اول نیز تعمیر کامل می‌شود، عمر مؤلفه اول به صفر می‌رسد؛ اما در تحلیل‌ها فرض بر این است که عمر این مؤلفه بعد از تعمیر برابر با $P_1'(0)$ است. ازآنجاکه عمر مؤلفه اول از تابع توزیع نمایی پیروی می‌کند می‌توان با توجه به خاصیت بدون حافظه بودن این تابع در شروع بازرسی دوره بعد عمر صفر را درست برای این زمان در نظر گرفت.

۴) در این حالت در بازه بازرسی اول تنها خرابی سخت اتفاق می‌افتد؛ پس $P_2(t)$ برابر است با:

$$P_2(t) = P_1(t+\tau)\left[(1-P_1'(t)).P_1(t)\right] \qquad (۱۴)$$

در رابطه (۱۴) نیز به احتمال $P_1(t)$ مؤلفه اول سالم بوده و به احتمال $(1-P_1'(t))$ مؤلفه دوم در بازرسی اول خراب می‌شود. ازآنجاکه مؤلفه اول در بازه بازرسی اول خراب نشده است؛ زمان سالم‌بودن این مؤلفه در بازه اول برابر با τ می‌شود و ازآنجاکه عمر اولیه t بوده است، این مؤلفه در بازرسی دوم عمری برابر با $t+\tau$ خواهد داشت که در این‌صورت $P_2(t)$ برابر با $P_1(t+\tau)$ خواهد شد.

۵) در بازه بازرسی اول هیچ خرابی نرم و سختی وجود نداشته است؛ بنابراین برای $P_2(t)$ خواهیم داشت:

$$P_2(t) = P_1(t+\tau)\left[P_1(t).P_1'(t)\right] \qquad (۱۵)$$

رابطه فوق نشان می‌دهد که به احتمال $P_1(t)$ مؤلفه اول و به احتمال $P_1'(t)$ مؤلفه دوم در بازه بازرسی اول سالم بوده‌اند؛ پس در زمان بازرسی تعمیر نمی‌شوند و در این‌صورت $P_2(t)$ برابر با $P_1(t+\tau)$ خواهد شد. در ادامه با توجه به قوانین احتمال، فرمول نهایی از مجموع پنج حالت قبل به‌دست می‌آید؛ بنابراین برای $P_2(t)$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} P_2(t) &= P_1(0)\left[(1-P_1(t)).P_1'(t)+(1-P_1(t))(1-P_1'(t))\right] \\ &+P_1(t+\tau)\left[(1-P_1'(t))P_1(t)+P_1(t)P_1'(t)\right] \\ &+P_1'(0)\left[(1-P_1(t))(1-P_1'(t))\right] \end{aligned} \qquad (۱۶)$$

مشابه با پژوهش گل‌مکانی و موکدی (۲۰۱۲) ازآنجاکه احتمال سالم‌بودن مؤلفه اول در هر بازرسی را می‌توان با توجه به بازه بازرسی قبل نوشت، می‌توان به‌طور بازگشتی برای بازرسی kام

نیز احتمال سالم‌بودن را از روی بازه بازرسی اول، یعنی احتمال خراب‌بودن یا نبودن مؤلفه اول در بازه بازرسی اول نوشت [۱۱]؛ بنابراین مدل توسعه‌داده‌شده برای $P_k(t)$ به صورت رابطه (۱۷) به‌دست می‌آید:

$$P_k(t)=\begin{cases} e^{-\int_t^{t+\tau}\lambda_1(s)ds} & k=1 \\ P_{k-1}(\cdot)\Big[(1-P_1(t))P_1'(t)+(1-P_1(t))(1-P_1'(t))\Big] & \\ +P_{k-1}(t+\tau)\Big[(1-P_1'(t))P_1(t)+P_1(t)P_1'(t)\Big] & \\ \times\big[(1-P_1(t))(1-P_1(t))\big] & k=2,3,\dots \end{cases} \quad (17)$$

برای احتمال سالم‌بودن مؤلفه دوم در بازرسی kام ($P_k'(t)$) با توجه به احتمال خراب‌بودن یا نبودن مؤلفه دوم و با استفاده از قوانین احتمال می‌توان نوشت:

$$P_k'(t)=\begin{cases} e^{-\lambda_2(t+\tau)} & k=1 \\ P_{k-1}'(\cdot)(1-P_1'(t))+P_{k-1}'(t+\tau)P_1'(t) & k=2 \end{cases} \quad (18)$$

فرض کنید x_k متغیر تصادفی معرف زمان سالم‌بودن مؤلفه اول در بازه بازرسی kام در دوره T و x_0 معرف عمر اولیه مؤلفه اول در شروع دوره T باشد. توجه شود که با توجه به مطالبی که قبلاً ارائه شد، در صورت وقوع خرابی سخت، x_k به‌صورت $x_k=x_k'+x_k''$ نوشته می‌شود که در آن x_k' زمان سالم‌بودن مؤلفه اول قبل از وقوع خرابی نرم و x_k'' زمان سالم‌بودن مؤلفه اول بعد از وقوع خرابی سخت (با توجه به فرض اینکه در هنگام وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم، مؤلفه اول نیز بازرسی می‌شود) است؛ بنابراین برای $e_k(t)$ (متوسط زمان سالم‌بودن مؤلفه اول در بازه بازرسی kام در دوره T، به شرطی‌که بدانیم عمر اولیه مؤلفه اول تا زمان t سالم بوده است) نیز مشابه با پژوهش سو (۲۰۰۲) به‌طور بازگشتی خواهیم داشت [۲۳]:

$$e_k(t)=\begin{cases} \int_0^{\tau} e^{-\int_t^{t+x}\lambda_1(s)ds}dx & k=1 \\ e_{k-1}(\cdot)\Big[(1-P_1(t))P_1'(t)+(1-P_1(t))(1-P_1'(t))\Big] & \\ +e_{k-1}(t+\tau)\Big[(1-P_1'(t))P_1(t)+P_1(t)P_1'(t)\Big] & \\ +e_{k-1}'(\cdot)\Big[(1-P_1(t))(1-P_1'(t))\Big] & k=2,3,\dots \end{cases} \quad (19)$$

همچنین برای $e_k'(t)$ (یعنی متوسط زمان سالم‌بودن مؤلفه دوم در بازرسی kام به شرطی‌که عمر اولیه t بوده است)، خواهیم داشت:

$$e_k'(t)=\begin{cases}\int_0^{\tau} e^{-\lambda_1(t+x)}dx & k=1\\ e'_{k-1}(0)(1-P_1'(t))+e'_{k-1}(t+\tau)P_1'(t) & k=2,3,\dots\end{cases} \quad (20)$$

برای مثال از رابطه ۱۹، به‌ازای $k=2$ خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}e_2(t)&=e_1(0)\Big[(1-P_1(t))P_1'(t)+(1-P_1(t))(1-P_1'(t))\Big]\\&+e_1(t+\tau)\Big[(1-P_1'(t))P_1(t)+P_1(t)P_1'(t)\Big]\\&+e_1'(0)\Big[(1-P_1(t))(1-P_1'(t))\Big]\end{aligned} \quad (21)$$

رابطه (۲۱) نشان‌دهنده این مطلب است که:

- ✓ به احتمال $(1-P_1(t))P_1'(t)$، مؤلفه اول در بازرسی اول خراب می‌شود و مؤلفه دوم سالم است و به احتمال $(1-P_1(t))(1-P_1'(t))$، مؤلفه اول و مؤلفه دوم در بازرسی اول خراب می‌شوند و چون خرابی نرم پس از خرابی سخت است، در این‌صورت $e_2(t)$ برابر با $e_1(0)$ خواهد شد.
- ✓ به احتمال $(1-P_1'(t))P_1(t)$ در بازرسی اول مؤلفه دوم خراب می‌شود و مؤلفه اول سالم است و به احتمال $P_1(t)P_1'(t)$ در بازرسی اول مؤلفه اول و دوم خراب نمی‌شوند؛ بنابراین در زمان بازرسی اول، مؤلفه اول تعمیر نمی‌شود که در این‌صورت $e_2(t)$ برابر با $e_1(t+\tau)$ خواهد شد.
- ✓ به احتمال $(1-P_1(t))(1-P_1'(t))$ در بازرسی اول، مؤلفه اول و دوم خراب می‌شوند و ازآنجاکه خرابی سخت مؤلفه دوم پس از خرابی نرم مؤلفه اول است و طبق فرض مسئله، مؤلفه اول نیز بازرسی می‌شود، در این زمان به‌صورت کامل تعمیر می‌شود که در این‌صورت $e_2(t)$ برابر با $e_1'(0)$ خواهد شد؛ بنابراین متوسط هزینه کل مؤلفه اول در دوره T، برابر خواهد بود با:

$$\begin{aligned}E\left[C_1^T\right]&=\sum_{k=1}^{n}E\left[C_1^{((k-1)\tau,k\tau}\right]\\&=n\,C_1^s+\sum_{k=1}^{n}C_1^d(1-P_k\ (t))+\sum_{k=1}^{n}C_1^{d'}(1-P_k'(t))\\&+\sum_{k=1}^{n}C_1^P(\tau-e_k(t))\end{aligned} \quad (22)$$

ازآنجاکه هدف یافتن تعداد بازرسی بهینه (n^*) است؛ به‌گونه‌ای که متوسط هزینه کل مؤلفه اول در دوره T، حداقل شود، لازم است تا $E\left[C_1^T\right]$ به‌ازای مقادیر مختلف n محاسبه شود تا

حداقل آن تعیین و سپس n^* مشخص شود. باید توجه داشت که τ_L کوچک‌ترین فاصله زمانی ممکن بین دو بازرسی متوالی مؤلفه اول است و بنابراین n^* توسط یک حد بالا (n_U) محدود می‌شود و بنابراین خواهیم داشت: $n^* \le \frac{T}{\tau_L} = n_U$.

با مشخص‌شدن n^*، فاصله زمانی بهینه بین بازرسی‌های متوالی مؤلفه اول (τ^*) طبق رابطه $\tau^* = \frac{T}{n^*}$ تعیین خواهد شد.

برای روشن‌ترشدن مدل پیشنهادی، در بخش بعد یک مثال عددی شبیه به مثال مقاله گل‌مکانی و موکدی (۲۰۱۲) انتخاب شده است تا عملکرد مدل توسعه‌داده‌شده بیشتر قابل بررسی باشد [۱۱].

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

مثال عددی. یک سیستم تأمین توان مصرفی در پست توزیع برق را در نظر بگیرید که از دو مؤلفه بانک خازنی (مؤلفه اول) و ترانس (مؤلفه دوم) تشکیل شده است. خرابی‌های بانک خازنی از نوع نرم و خرابی‌های ترانس از نوع سخت هستند. بانک خازنی باید در فواصل زمانی معینی بازرسی شود. خرابی‌های بانک خازنی در زمان‌های بازرسی دوره‌ای و همچنین در زمان وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم شناسایی شده و تعمیر کامل می‌شود. ترانس (مؤلفه دوم) بازرسی نمی‌شود و خرابی‌های آن به‌محض وقوع، شناسایی شده و ترانس فوراً تعویض می‌شود؛ همچنین هر خرابی ترانس موجب ایجاد شوک روی بانک خازنی می‌شود؛ به‌طوری‌که به‌محض وقوع هر خرابی ترانس، نرخ خرابی بانک خازنی به میزان $p = ۱۰\%$ درصد افزایش می‌یابد. فرض کنید تابع نرخ خرابی بانک خازنی در صورت عدم‌خرابی ترانس (نرخ خرابی بانک خازنی در زمان x به شرطی که ترانس تا زمان x سالم باشد)، به‌صورت $\lambda_۱(x) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{x}{\eta}\right)^{\eta-۱}$ باشد که در آن مقادیر β و η معادل $\beta = 1/9$ و $\eta = ۱۰$ برآورد شده است. نرخ خرابی ترانس نیز ثابت و به‌صورت $\lambda_۲ = k$، $k = \frac{۱}{۲۴}$ تخمین زده شده است. هزینه هر بازرسی بانک خازنی $C_۱^s = ۲۰$، هزینه هرتعمیر کامل در زمان‌بازرسی دوره‌ای $C_۱^d = ۷۵$، هزینه هر تعمیر کامل در زمان وقوع خرابی سخت آن $C_۱^{d'} = ۱۵۰$ و هزینه ناشی از تأخیر در شناسایی خرابی بانک خازنی به‌ازای هر ماه سپری‌شده از وقوع خرابی تا شناسایی آن $C_۱^p = ۱۲۰$ است. فرض کنید سیستم در زمان شروع، $t = ۰$، در وضعیت نو است. حداقل فاصله زمانی ممکن بین دو بازرسی متوالی بانک خازنی $\tau_L = ۱$ ماه فرض می‌شود. هدف این است تا در یک افق زمانی یک‌ساله ($T = ۱۲$)، فاصله زمانی بهینه بین بازرسی‌های متوالی بانک خازنی تعیین شود. ابتدا با توجه به رابطه ۳، متوسط نرخ خرابی بانک خازنی به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\lambda_1(x) = \lambda_1^{\cdot}(x)e^{\left(\frac{p}{100}\right)\lambda_2(x)} = \frac{1.9}{10}\left(\frac{x}{10}\right)^{0.9} e^{\left(\frac{10}{100}\right)\left(\frac{1}{6}\right)x} \quad (۲۳)$$

سپس مقادیر $E\left[C_1^T\right]$ به‌ازای nهای کوچک‌تر و مساوی با $n_U = \frac{T}{\tau_L} = 12$ محاسبه می‌شود. برای مثال، از رابطه ۲۲ به‌ازای $n=3$، متوسط هزینه کل بانک خازنی در دوره T، برابر با رابطه زیر است:

$$E\left[C_1^T\right] = \sum_{k=1}^{3} E\left[C_1^{(4(k-1),4k}\right] = 3(20) + \sum_{k=1}^{3} 75(1-P_k(0)) + \sum_{k=1}^{3} 150(1-P_k'(0)) + \sum_{k=1}^{3} 120(4-e_k(0)) \quad (۲۴)$$

که در آن $e_k(0)$، $P_k(0)$، $e_k'(0)$ و $P_k'(0)$ ($k=1,2,3$) از روابط ۱۶ و ۲۰، به‌طور بازگشتی و با استفاده از انتگرال‌گیری عددی توسط نرم‌افزار Maple و همچنین محاسبات مربوط به فرمول‌ها توسط نرم‌افزار Excel به‌دست می‌آیند (جدول ۲). با جایگذاری مقادیر یادشده در رابطه ۲۴، مقدار متوسط هزینه کل بانک خازنی در دوره T با استراتژی سه بازرسی در سال ($n=3$)، معادل $E\left[C_1^T\right] = 377/956$ خواهد بود.

جدول ۲. مقادیر $P_k(0)$، $P_k'(0)$، $e_k(0)$ و $e_k'(0)$

k	$P_k(0)$	$P_k'(0)$	$e_k(0)$	$e_k'(0)$
۱	۰/۸۳۲۵	۰/۸۴۷	۳/۷۶۳۳۱	۳/۶۸۴
۲	۰/۶۵۰۴	۰/۷۳۶۴	۳/۳۸۵۰۲	۳/۲۰۰۳
۳	۰/۶۹۵۰	۰/۶۸۴۱	۳/۶۳۱۲	۲/۹۷۶

در جدول ۳، به‌ازای تعداد بازرسی‌های مختلف، مقادیر هزینه بازرسی، متوسط هزینه تعمیر، متوسط هزینه جریمه عدم‌شناسایی خرابی و درنهایت متوسط هزینه کل محاسبه شده است.

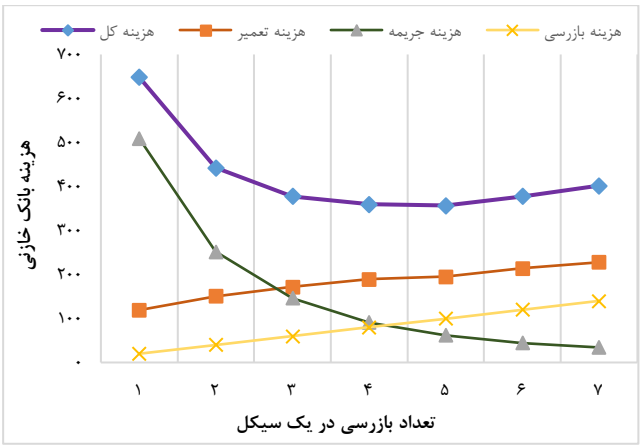
جدول ۳. هزینه‌های ناشی از بانک خازنی در دوره T به‌ازای مقادیر مختلف تعداد بازرسی

تعداد بازرسی	هزینه بازرسی	هزینه تعمیر	هزینه جریمه	هزینه کل
۱	۲۰	۱۱۹/۰۹۰۴	۵۰۹/۲۰۲	۶۴۸/۲۹۲۴
۲	۴۰	۱۵۰/۵۵۹۵	۲۵۱/۹۴۱	۴۴۲/۵۰۱۲
۳	۶۰	۱۷۱/۵۰۱۷۲	۱۴۶/۴۵۴۲	۳۷۷/۹۵۵۹
۴	۸۰	۱۸۸/۹۷۹۳	۹۰/۷۰۹۳	۳۵۹/۶۸۸
۵	۱۰۰	۱۹۴/۹۰۴۵	۶۱/۹۶۵۶	۳۵۶/۸۷۰۱
۶	۱۲۰	۲۱۳/۷۴۴۱	۴۴/۲۱۱۷	۳۷۷/۹۵۵۹
۷	۱۴۰	۲۲۷/۷۱۴۲۶	۳۴/۱۶۲۱	۴۰۱/۸۷۶۴

همانطور که در جدول ۳ دیده می‌شود، بهترین تعداد بازرسی با کمترین هزینه، ۵ بار در سال است و بنابراین فاصله زمانی بهینه بین بازرسی‌های متوالی بانک خازنی برابر با ۲/۴ ماه در سال است. با این استراتژی بازرسی، هزینه کل در کمترین مقدار خود، یعنی ۳۵۶/۸۷۰۱ خواهد بود.

تجزیه و تحلیل حساسیت. در این بخش رابطه توسعه‌داده‌شده برای تعیین بهترین فاصله زمانی بین بازرسی‌های متوالی مؤلفه اول و حداقل‌کردن هزینه کل در واحد زمان بررسی شد. در بخش قبل با ارائه مثال هزینه کل به‌ازای تعداد بازرسی‌های متفاوت در طول دوره ($n=۱,۲,۳,...,۷$) طبق جدول محاسبه و بهترین فاصله زمانی بین بازرسی مؤلفه اول تعیین شد. در شکل ۹، نمودار متوسط هزینه کل نگهداری و تعمیرات بانک خازنی در دوره T به‌ازای مقادیر مختلف تعداد بازرسی نشان داده شده است.

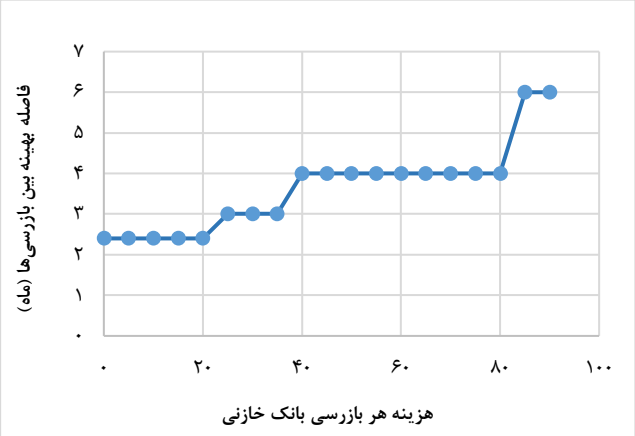
با توجه به شکل ۹، هزینه کل از مجموع هزینه بازرسی، هزینه تعمیر و هزینه جریمه به‌دست می‌آید. با توجه به منحنی هزینه کل می‌توان دریافت که شیب منحنی هزینه‌ها در سمت راست نقطه بازرسی بهینه کمتر از سمت چپ است؛ بنابراین به‌ازای انحراف یکسان از نقطه بهینه، هزینه‌ها در سمت راست کمتر افزایش می‌یابد. واضح است که هزینه انجام هر بازرسی مؤلفه اول و همچنین هزینه جریمه تأخیر در شناسایی خرابی آن، نقش تعیین‌کننده‌ای در تعیین تعداد بازرسی‌های بهینه خواهد داشت. در ادامه برای بررسی این موضوع، در مورد مثال فوق‌الذکر، مقادیر یادشده تغییر می‌کند و مدل مجدداً برای این مقادیر حل خواهد شد.



شکل ۹. نمودار متوسط هزینه کل بانک خازنی (مؤلفه اول) در دوره T بازای تعداد بازرسی

تعیین تعداد بازرسی بهینه با تغییر هزینه بازرسی. با توجه به مثال عددی که بیان شد، برای بررسی تأثیر مقادیر هزینه انجام هر بازرسی بانک خازنی در جواب به‌دست‌آمده از مدل، هزینه هر

بازرسی بانک خازنی، مقادیری صحیح بین صفر تا ۹۰ با فواصل پنج‌تایی فرض شده و به‌ازای هر یک از این مقادیر، فاصله بهینه بین بازرسی‌ها محاسبه می‌شود که نتایج در جدول ۴ و شکل ۱۰، نشان داده شده است. یادآوری می‌شود که هزینه بازرسی در مثال اصلی برابر با ۲۰ فرض شده بود.



شکل ۱۰. فاصله بهینه بازرسی‌های متوالی بانک خازنی به‌ازای مقادیر مختلف هزینه بازرسی

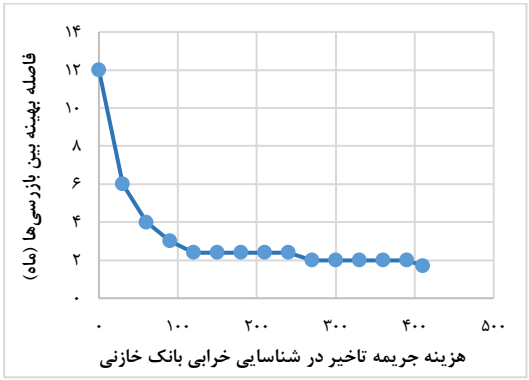
جدول ۴. فاصله بهینه بازرسی‌های متوالی بانک خازنی به ازاء مقادیر مختلف هزینه بازرسی

هزینه بازرسی	تعداد بهینه بازرسی‌ها (n^*)	فاصله بهینه بازرسی‌ها	هزینه بهینه در دوره
۰	۵	۲/۴	۲۵۶/۸۷۰۱
۵	۵	۲/۴	۲۸۱/۸۷۰۱
۱۰	۵	۲/۴	۳۰۶/۸۷۰۱
۱۵	۵	۲/۴	۳۳۱/۸۷۰۱
۲۰	۵	۲/۴	*۳۵۶/۸۷۰۱
۲۵	۴	۳	۳۷۹/۶۸۸۷
۳۰	۴	۳	۳۹۹/۶۸۸۷
۳۵	۴	۳	۴۱۹/۶۸۸۷
۴۰	۳	۴	۴۳۷/۹۵۵۹
۴۵	۳	۴	۴۵۲/۹۵۵۹
۵۰	۳	۴	۴۶۷/۹۵۵۹
۵۵	۳	۴	۴۸۲/۹۵۵۹
۶۰	۳	۴	۴۹۷/۹۵۵۹
۶۵	۳	۴	۵۱۲/۹۵۵۹
۷۰	۳	۴	۵۲۷/۹۵۵۹
۷۵	۳	۴	۵۴۲/۹۵۵۹
۸۰	۳	۴	۵۵۷/۹۵۵۹
۸۵	۲	۶	۵۷۲/۵۰۱۲
۹۰	۲	۶	۵۸۲/۵۰۱۲

* هزینه بهینه در مثال اصلی را نشان می‌دهد.

با توجه به جدول ۴ و شکل ۱۰، مشخص است که هزینه انجام هر بازرسی بر تعیین تعداد بازرسی‌های بهینه تأثیر می‌گذارد. با مقایسه مقادیر مختلف هزینه انجام هر بازرسی دیده می‌شود که همان‌گونه که انتظار می‌رفت، با افزایش هزینه بازرسی، تعداد بهینه بازرسی کاهش می‌یابد؛ بنابراین انجام بازرسی با فواصل بزرگ‌تر توسط مدل پیشنهاد می‌شود. همان‌طورکه دیده می‌شود این خروجی‌ها عملکرد صحیح مدل یا به‌عبارتی اعتبار مدل را نشان می‌دهد.

تعیین تعداد بازرسی‌های بهینه با تغییر هزینه جریمه. برای بررسی تأثیر مقادیر هزینه جریمه تأخیر در شناسایی خرابی، به‌ازای زمان سپری‌شده از وقوع خرابی تا شناسایی آن در زمان بازرسی در جواب به‌دست‌آمده از مدل، این هزینه، مقادیری صحیح بین صفر تا ۴۱۰ فرض شده و به‌ازای هر یک از این مقادیر، فاصله بین بازرسی‌ها محاسبه شده است. نتایج در جدول ۵ و شکل ۱۱، مشاهده می‌شود. یادآوری این نکته لازم است که در مثال اصلی برای هزینه کل مقدار ۳۵۶/۸۷۰۱ به‌دست آمد. با توجه به شکل ۱۱، هنگامی‌که جریمه تأخیر در شناسایی صفر فرض شود، تعداد بازرسی در کل دوره یک‌ساله معادل ۱ به‌دست می‌آید؛ به‌عبارت‌دیگر همان‌گونه که انتظار می‌رود، در صورت نبود هزینه جریمه لزومی به انجام بازرسی وجود ندارد و صرفاً آماده‌سازی سیستم در انتهای دوره موردنیاز خواهد بود. نتایج جدول ۵، نشان می‌دهد که هر چقدر مقادیر هزینه جریمه بیشتر باشد، مدل تعداد بازرسی بیشتری را پیشنهاد می‌دهد. درنهایت این خروجی‌ها نشان‌دهنده عملکرد صحیح مدل است.



شکل ۱۱. فاصله بهینه بازرسی‌های متوالی بانک خازنی به‌ازای مقادیر مختلف هزینه جریمه

جدول ۵. فاصله بهینه بازرسی‌های متوالی بانک خازنی به‌ازای مقادیر مختلف هزینه جریمه

هزینه جریمه	تعداد بهینه بازرسی‌ها (n^*)	فاصله بهینه بازرسی‌ها	هزینه بهینه در دوره
۰	۱	۱۲	۱۳۹/۰۹۰۴
۳۰	۲	۶	۲۵۳/۵۴۵۰
۶۰	۳	۴	۳۰۴/۷۲۸۸
۹۰	۴	۳	۳۳۷/۰۱۱۳
۱۲۰	۵	۲/۴	*۳۵۶/۸۷۰۱
۱۵۰	۵	۲/۴	۳۷۲/۳۶۱۵
۱۸۰	۵	۲/۴	۳۸۷/۸۵۲۹
۲۱۰	۵	۲/۴	۴۰۳/۳۴۴۳
۲۴۰	۵	۲/۴	۴۱۸/۸۳۵۷
۲۷۰	۶	۲	۴۳۳/۲۲۰
۳۰۰	۶	۲	۴۴۴/۲۷۳۵
۳۳۰	۶	۲	۴۵۵/۳۲۶۴
۳۶۰	۶	۲	۴۶۶/۳۷۹۳
۳۹۰	۶	۲	۴۷۷/۴۳۲۳
۴۱۰	۷	۱/۷۱	۴۸۴/۴۳۴۸

* هزینه بهینه در مثال اصلی را نشان می‌دهد.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این پژوهش یک سیستم دومؤلفه‌ای پیچیده با وابستگی خرابی بین مؤلفه‌ها برای تعیین فواصل بازرسی بهینه همراه با مثال مربوطه ارائه شد. در این سیستم، خرابی مؤلفه اول از نوع نرم و خرابی مؤلفه دوم از نوع سخت است. خرابی نرم مؤلفه اول صرفاً در زمان بازرسی شناسایی می‌شود و در صورت تأخیر در شناسایی برای سیستم هزینه دربردارد. خرابی سخت مؤلفه دوم به محض وقوع خود را آشکار می‌کند و باعث توقف سیستم می‌شود. هر خرابی سخت مؤلفه دوم موجب افزایش نرخ خرابی مؤلفه اول می‌شود. با توجه به وابستگی خرابی بین مؤلفه‌ها و از آنجاکه فواصل بازرسی مؤلفه اول تأثیر زیادی بر هزینه‌ها خواهد داشت، تعیین بهترین فاصله زمانی بین بازرسی‌های متوالی مؤلفه اول می‌تواند کاهش زیادی در هزینه‌ها داشته باشد؛ بنابراین برای اولین بار در پژوهش‌های این حوزه این مؤلفه علاوه بر بازرسی‌های دوره‌ای، در زمان وقوع خرابی سخت مؤلفه دوم نیز بازرسی شده و با استفاده از روابط ریاضی و توزیع‌های آمار و احتمال سیستم یادشده مدل‌سازی شده و حل آن ارائه شده است.

مدل پیشنهادی در برخی از تجهیزات مرتبط با صنایع تولید، انتقال و توزیع برق قابل‌استفاده است. یک نمونه از تجهیزات، سیستم تأمین توان مصرفی در پست توزیع برق است که در مثال ارائه‌شده چگونگی استفاده از مدل پیشنهادی برای بهینه‌سازی زمان‌های بازرسی این سیستم تشریح شد.

در عمل برای اجرای مدل پیشنهادی، مدیران باید تخمینی از هزینه‌های مختلف بازرسی و تعمیر مؤلفه‌ها و تأخیر در شناسایی مشکل همراه با احتمال وقوع خرابی‌ها داشته باشند که معمولاً از داده‌های واحدهای صنعتی قابل‌استخراج است. با این داده‌ها مدیران می‌توانند فواصل بهینه بین بازرسی‌ها را با کمک فرمول نهایی مقاله محاسبه کنند. جمع‌آوری داده‌ها، تخمین هزینه‌ها و احتمال پیشامدها می‌تواند با کمک نرم‌افزارهای معمول و عمومی مانند اکسل انجام شود؛ بنابراین مدیران نگهداری و تعمیرات می‌توانند تنها با ورود داده‌های تاریخی مربوطه به‌سادگی هزینه و فواصل بازرسی بهینه را به‌دست آورند. این نرم‌افزارها، علاوه بر سرعت کار، این مزیت را دارند که با تغییرات و به‌روزآوری داده‌ها، نتایج را اصلاح می‌کنند. تعیین بهترین فواصل بازرسی با استفاده از مدل پیشنهادی این پژوهش به مدیران در کاهش هزینه‌های نگهداری و تعمیرات کمک می‌کند. درضمن اجرای نگهداری‌های فرصت‌طلبانه پیشنهادشده در این مدل می‌تواند صرفه‌جویی‌های قابل‌ملاحظه‌ای در زمان موردنیاز برای نگهداری و درنهایت نیروی انسانی این بخش به‌همراه داشته باشد.

تجزیه‌وتحلیل حساسیت‌های صورت‌گرفته نشان داد که مدل ارائه‌شده در شرایط مختلف، نتایج متفاوت و قابل‌قبولی را ارائه می‌دهد که این نتایج نشان‌دهنده عملکرد صحیح و اعتبار مدل است و می‌توان آن‌را برای بهینه‌سازی فواصل بازرسی سیستم‌های دومؤلفه‌ای در دنیای واقعی نیز به‌کار برد. برای بسط و گسترش این پژوهش می‌توان مدل پیشنهادی را برای سیستم‌های دارای بیش از دو مؤلفه تعمیم داد؛ همچنین می‌توان شرایطی را در نظر گرفت که در آن هر خرابی نرم مؤلفه اول درنهایت به خرابی سخت تبدیل شده و موجب توقف سیستم شود. علاوه بر موارد بالا می‌توان زمان تعمیر و تعویض را نیز به مفروضات مسئله اضافه کرد.

منابع

1. Aghaee, M. & Fazli, S. (2012). Applying a Hybrid DEMATEL and ANP Approach for Suitable Maintenance Approach Selection (Case Study: Work Vehicle Industry). *Journal of Industrial Management Perspective, 2(2),* 89-107 (In Persian).
2. Babishin, V., & Taghipour, S. (2016). Optimal Maintenance Policy for Multi Component System with Periodic and Opportunistic Inspection and Preventive Replacements. *Applied Mathematical Modelling, 40(23-24),* 10480-10505.
3. Bahrami, M.R, Hashemzade, G, & Alirezaei, A. (2015). Modeling Performance of Data center Networks using System Dynamics Approach. *Journal of Industrial Management Perspective, 5(2),* 83-106 (In Persian).
4. Bjarnason, E. T. S., Taghipour, S., & Banjevic, D. (2014). Joint Optimal Inspection and Inventory for a k-out-of-n system. *Reliability Engineering and System Safety, 131,* 203-215.
5. Bjarnason, E. T. S., Taghipour, S., Banjevic, D., and Jardine, A. K. S. (2013). Joint Optimization of Periodic Inspection and Inventory for a k-out-of-n System. *In Proceedings of the IIE Annual Conference, 5,* 3632- 3641.
6. Cavalcante, C.A.V., Lopes, R.S., & Scarf, P.A. (2018). A general inspection and opportunistic replacement policy for one-component systems of variable quality. *European Journal of Operational Research, 266(3),* 911-919.
7. Chen, Y. H., & Sheu, H. S. (2001). Extended Optimal Age-replacement Policy with Minimal Repair of a System Subject to Shoks. *European Journal of Operational Research, 174(1),* 169-181.
8. Cho, D., Parlar, M. (1991). A Survey of Maintenance Models for Multi-Unit System. *European Journal of Operational Research, 51(1),* 1-23.
9. Dekker, R., & Smeitink, E. (1991). Opportunity-based Block Replacement: The Single Component Case. *European Journal of Operational Research, 53,* 46–63.
10. Dohi, T., Kaio, N., & Osaki, S. (2003). *Preventive Maintenance Models: Replacement Repair, Ordering and Inspection*. Handbook of Reliability Engineering, Springer, New Jersey, USA, 367-395.
11. Golmakani, H. R., & Moakedi, H. (2012). Periodic Inspection Optimization Model for a Multi-Component Repairable System with Failure Interaction. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 61(1-4),* 295-302.
12. Golmakani, H. R., & Moakedi, H. (2013). Optimal nonperiodic inspection scheme for a multicomponent repairable system with failure interaction using A* search algorithm. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 67(5-8),* 1325-1336.
13. Hajipour, Y., & Taghipour, S. (2016). Non Periodic Inspection Optimization of Multi-Component and k-out-of-n System. *Reliability Engineering and System Safety, 156,* 228-243.
14. Kapur, P. K., & Butani, N. L. (1987). Optimum Inspection Policies for a Computer System with Hidden Failure. *International journal of Systems Science, 18(4),* 601-609.
15. Li, J., Chen, Y., & Zhang, Y. (2020). System Availability Modelling and Optimization considering Multigeneral Quality Characteristics. *Mathematical Problems in Engineering, 2020,* 1-9.
16. Liu, J., Zhang, Y., & Song, B. (2019). Reliability and maintenance modeling for competing failures with intermission considered. *Journal of risk and reliability, 233(5),* 898-907.

17. Makis, V., & Jadin, A. K. S. (1992). Optimal Replacement Policy for General Model with Imperfect Repair. *The Journal of the Operational Research Society, 43(2),* 111-120.
18. Murthy, D., & Nguyen, D. (1985). Study of two-component System with Failure Interaction. *Naval Research Logistics Quarterly, 32,* 239-247.
19. Ozekici, S. (1988). Optimal Periodic Replacement of Multicomponent Reliability Systems. *Operations Research, 36(4),* 542–552.
20. Rezaei, E., & Imani, D. M. (2016). *Maintenance Risk Based Inspection Optimization Model in Multi-Component Repairable System with Economic Failure Interaction. In Current Trends in Reliability, Availability, Maintainability and Safety*. Springer, International Publishing, PP. 611-620.
21. Sherafat, A., Mohaghar, A, Karimi, F. & Davoodi, S.M.R. (2018). Designing the Mechanism for Choosing the Appropriate Maintenance Strategy. *Journal of Industrial Management Perspective, 8(2),* 31-69. (In Persian).
22. Sheu, S.-H., Li, S.-H., & Chang, C.-C. (2012). A Generalized Maintenance Policy with Age-Dependent Minimal Repair: Cost for a System Subject to Shocks Under Periodic Overhaul. *International Journal of Systems Science, 43(6),* 1007-1013.
23. Su, B. (2002). An Optimal Inspection and Diagnosis Policy for a Multi-Mode System. *Reliability Engineering and System Safety, 76,* 181-188.
24. Taghipour, S., Banjevic, D., & Jardin, A. K. (2011). Reliability Analysis of Maintenance Data for Complex Medical Devices. *Quality and Reliability Engineering International, 27(1),* 71-84.
25. Vu, Hai Canh, Do, Phuc, Fouladirad, Mitra, Grall, Antoine. (2020). Dynamic opportunistic maintenance planning for multi-component redundant systems with various types of opportunities. *Reliability Engineering & System Safety, 198, https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.106854.*
26. Wang, H. (2002). A Survey of Maintenance Policies of Deteriorating System. *European Journal of Operational Research, 139,* 469-489.
27. Wang, H., & Pham, H. (2006). *Reliability and Optimal Maintenance*. Springer Series in Reliability Engineering, London.
28. Wang, W. (2011). A Joint Spare Part and Maintenance Inspection Optimization Model using the Delay-time Concept. *Reliability Engineering & System Safety; 96(11),* 1535-15
29. Wang. W, and Banjevic, D., & Pecht, M. (2010). A Multi-Component and Multi-Failure Mode Inspection Model based on the Delay Time Concept. *Reliability Engineering & System Safety, 95(8),* 912-20.
30. Wu, Bei, Cui, Lirong, Fang, Chen. (2020). Multi-state balanced systems with multiple failure criteria. *Reliability Engineering & System Safety, 199, https://doi.org/10.1016/j.ress.2020.106888.*
31. Zequeria, R. I., & Berenguer, C. (2006). An Inspection & Imperfect Maintenance Model for a System with two Competing Failure Modes. *IFAC Proceedings Volumes, 39(13),* 932-937.
32. Zhao, X, Al-Khalifa, K. N., & Nakagawa, T. (2015). Approximate Methods for Optimal Replacement, Maintenance and Inspection Policies. *Reliability Engineering& System Safety, 144,* 68-73.