



## **Inventory Management and Pricing of Growing Items in a Two-Level Supply Chain with Prepayment Strategy**

Heibatollah Sadeghi\*<sup>ID</sup>

Seyyed Mahdi Sadat\*\*

Hiwa Farughi\*\*\*<sup>ID</sup>

### **Extended Abstract**

**Introduction.** Inventory management and pricing are critical topics in optimizing performance within inventory control planning and supply chain management, directly impacting the profitability and productivity of organizations. This paper presents an inventory management and pricing model for growing items within a two-level supply chain consisting of a supplier and a distributor. The model is designed under the assumption that the distributor's demand is a linear and non-increasing function of the product's selling price. The primary objective of this research is to propose an optimized approach to inventory management and pricing to maximize profit and enhance coordination within the supply chain. Additionally, the paper introduces the prepayment strategy as an effective method to improve supply chain coordination and performance.

**Methods.** The proposed model is analyzed in two distinct scenarios: non-integrated and integrated. In the non-integrated scenario, the supplier and the distributor make decisions independently, whereas, in the integrated scenario, decisions are made collaboratively. The mathematical model developed in this study is designed to maximize the total profit of the supply chain. In this model, the supplier purchases newborn animals and raises them over a specified period until they reach maturity, after which they are sold. Mathematical optimization techniques are employed to solve the problem and identify the optimal solution. To evaluate the efficiency of the models and analyze the sensitivity of various parameters, a numerical example is provided.

**Results and Discussion.** The results of the study indicate that changes in certain parameters have minimal impact on the length of the supplier's rearing period. Specifically, the rearing period is more dependent on production and rearing processes than on pricing and other economic parameters. On the other hand, changes in unit purchasing costs at each level of the supply chain significantly affect the final profit.

Received : Feb. 28, 2025; Revised : May. 11, 2025; Accepted : Aug. 12, 2026; Published Online : Aug. 13, 2026.

\*Associate Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran.

Corresponding Author : [h.sadeghi@uok.ac.ir](mailto:h.sadeghi@uok.ac.ir)

\*\*M.Sc. Graduate, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran.

\*\*\*Professor, Department of Industrial Engineering, Faculty of Engineering, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran.



These changes can lead to a substantial increase or decrease in the final profit through adjustments in pricing and purchasing strategies. These findings highlight the importance of cost management and pricing optimization, which can significantly influence supply chain performance. Furthermore, the results demonstrate that integrated models outperform non-integrated models, particularly when the prepayment strategy is utilized to enhance supply chain coordination. In integrated models, collaborative decision-making between the supplier and the distributor improves coordination, reduces costs, and ultimately increases the final profit.

**Conclusions.** The conclusion of this research underscores that effective coordination within the supply chain, particularly through integration and the use of prepayment strategies, can positively impact profitability and overall supply chain performance. Additionally, attention to unit purchasing costs and the optimization of pricing and purchasing processes are essential for maximizing profit at each level of the supply chain. This study demonstrates that integrated models serve as effective tools for improving inventory management and pricing decision-making within supply chains. By fostering collaboration and strategic alignment between supply chain partners, organizations can achieve greater efficiency and profitability. The findings also emphasize the need for further research into the application of prepayment strategies and integrated models in diverse supply chain contexts to validate their effectiveness across different industries and operational environments. Overall, this research contributes to the growing body of knowledge on supply chain optimization by providing actionable insights into the interplay between inventory management, pricing strategies, and supply chain coordination.

**Keywords:** Inventory management, pricing, pre-payment strategy, mathematical optimization, growing items, sensitivity analysis.

**How to Cite:** Sadeghi, Heybatollah; Sadat, Seyyed Mahdi; Faroughi, Hiwa (2026). Inventory Management and Pricing of Growing Items in a Two-Level Supply Chain with Prepayment Strategy. *Ind. Manag. Persp.*, 16(2), 62-97 (*In Persian*).



## مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری اقلام در حال رشد در زنجیره تأمین دو سطحی با استراتژی پیش‌پرداخت

هیبت‌اله صادقی\* 

سید مهدی سادات\*\*

هیوا فاروقی\*\*\* 

### چکیده گسترده

**مقدمه و اهداف.** مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری از جمله مباحث حیاتی در بهینه‌سازی عملکرد در برنامه ریزی کنترل موجودی و زنجیره تأمین به شمار می‌روند و تأثیر مستقیم بر سودآوری و بهره‌وری سازمان‌ها دارند. در این مقاله، مدل مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری برای اقلام در حال رشد در یک زنجیره تأمین دو سطحی شامل تأمین‌کننده و توزیع‌کننده ارائه می‌شود. این مدل با فرض اینکه تقاضای توزیع‌کننده تابعی خطی و غیر افزایشی از قیمت فروش محصول باشد، طراحی شده است. هدف اصلی تحقیق، ارائه یک رویکرد بهینه برای مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری به‌منظور حداکثر کردن سود و ایجاد هماهنگی مؤثرتر در زنجیره تأمین است. به‌علاوه، این مقاله استراتژی پیش‌پرداخت را به‌عنوان روشی مؤثر برای بهبود هماهنگی و عملکرد زنجیره تأمین معرفی می‌کند.

**روش‌ها.** مدل مورد نظر در این تحقیق، در دو حالت مختلف غیر یکپارچه و یکپارچه مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار می‌گیرد. در حالت غیر یکپارچه، تأمین‌کننده و توزیع‌کننده به‌طور مستقل از یکدیگر تصمیم‌گیری می‌کنند، در حالی که در حالت یکپارچه، تصمیمات به‌طور مشترک اتخاذ می‌شود. مدل ریاضی پایه‌ای که در این تحقیق توسعه یافته است، به‌منظور حداکثر کردن سود کل زنجیره تأمین طراحی شده است. در این مدل، تأمین‌کننده ابتدا حیوانات تازه متولد شده را خریداری کرده و آنها را در یک دوره زمانی معین پرورش می‌دهد تا در پایان دوره رشد، این حیوانات را به فروش برساند. در این مدل، مفاهیم بهینه‌سازی ریاضی برای حل مسئله و یافتن جواب بهینه به‌کار گرفته شده است. در ادامه، برای بررسی کارایی مدل‌ها و تحلیل حساسیت پارامترهای مختلف، یک مثال عددی در نظر گرفته شده است.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۲/۱۰، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۲/۲۱، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۵/۰۵/۲۱، تاریخ اولین انتشار: ۱۴۰۵/۰۵/۲۲.

\*دانشیار، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران.

نویسنده مسئول: h.sadeghi@uok.ac.ir

\*\*دانش آموخته کارشناسی ارشد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران.

\*\*\*استاد، گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران.



**یافته‌ها.** نتایج تحقیق نشان می‌دهند که تغییرات در برخی از پارامترها تأثیر چندانی بر طول دوره پرورش تأمین‌کننده ندارد. به‌طور خاص، طول دوره پرورش بیشتر به فرآیندهای تولید و پرورش وابسته است تا به قیمت‌گذاری و دیگر پارامترهای اقتصادی. از طرفی دیگر، تغییرات در هزینه خرید واحد در هر سطح از زنجیره تأمین تأثیر معناداری بر سود نهایی دارند. این تغییرات می‌توانند با تغییر در استراتژی‌های قیمت‌گذاری و خرید تأمین‌کننده، موجب افزایش یا کاهش قابل توجهی در سود نهایی شوند. این یافته‌ها نشان می‌دهند که مدیریت هزینه‌ها و بهینه‌سازی قیمت‌گذاری از اهمیت بالایی برخوردار است و می‌تواند تأثیر زیادی بر عملکرد زنجیره تأمین داشته باشد. در بررسی نتایج، همچنین مشاهده می‌شود که مدل‌های یکپارچه نسبت به مدل‌های غیر یکپارچه عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهند. این به‌ویژه در مواردی که استراتژی پیش‌پرداخت برای هماهنگی بهتر در زنجیره تأمین مورد استفاده قرار می‌گیرد، قابل مشاهده است. در مدل‌های یکپارچه، تصمیمات مشترک تأمین‌کننده و توزیع‌کننده باعث بهبود هماهنگی، کاهش هزینه‌ها و در نتیجه افزایش سود نهایی می‌شود.

**نتیجه‌گیری.** نتیجه‌گیری این تحقیق حاکی از آن است که هماهنگی مناسب در زنجیره تأمین، به‌ویژه از طریق یکپارچگی و استفاده از استراتژی پیش‌پرداخت، می‌تواند تأثیر مثبتی بر بهبود سودآوری و عملکرد کل زنجیره تأمین داشته باشد. همچنین، توجه به هزینه‌های خرید واحد و بهینه‌سازی فرآیندهای قیمت‌گذاری و خرید، برای به دست آوردن سود بیشتر در هر سطح از زنجیره تأمین بسیار ضروری است. این تحقیق نشان می‌دهد که مدل‌های یکپارچه به‌عنوان ابزاری مؤثر می‌توانند به بهبود تصمیم‌گیری‌های مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری در زنجیره‌های تأمین کمک کنند.

**کلیدواژه‌ها:** مدیریت موجودی، قیمت‌گذاری، استراتژی پیش‌پرداخت، بهینه‌سازی ریاضی، اقلام در حال رشد، تحلیل حساسیت.

**استناددهی:** صادقی، هیبت‌اله؛ سادات، سید مهدی؛ فاروقی، هیوا (۱۴۰۵). مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری اقلام در حال رشد در زنجیره تأمین دو سطحی با استراتژی پیش‌پرداخت. چشم‌انداز مدیریت صنعتی، ۱۶(۲)، ۶۲-۹۷.



## ۱. مقدمه

در مدیریت زنجیره تأمین، اقلام «در حال رشد» محصولاتی هستند که در طول دوره نگهداری خود رشد می‌کنند و معمولاً شامل انواع حیوانات پرورشی و محصولات دریایی می‌شوند. این اقلام به دو دسته تقسیم می‌شوند: آن‌هایی که در تمام طول سال در دسترس هستند (مانند گاو، مرغ، گوسفند، بوقلمون و شترمرغ) و آن‌هایی که در فصول خاص عرضه می‌شوند (مانند ماهی تن، میگو، قزل‌آلا و برخی ماهی‌ها). اقلام در حال رشد نقش حیاتی در تأمین غذای انسان‌ها دارند و در بسیاری از کشورها به عنوان منابع اصلی پروتئین مصرف می‌شوند. مدیریت مؤثر این اقلام در زنجیره تأمین می‌تواند به بهبود کارایی و کاهش مشکلات موجود در تأمین و توزیع مواد غذایی کمک کند. در کشورهای در حال توسعه، مشکلاتی مانند محدودیت منابع و امکانات برای تولید و توزیع مواد غذایی باعث افزایش قیمت‌ها و بروز چالش‌هایی در تأمین مواد غذایی می‌شود. از این رو، مدیریت بهینه موجودی و قیمت‌گذاری اقلام غذایی، به ویژه اقلام رشدپذیر، به عنوان یک ضرورت به شمار می‌رود. در زنجیره‌های تأمین مواد غذایی، تخصیص محدود منابع به توزیع‌کنندگان و خرده‌فروشان ضرورت تصمیم‌گیری‌های دقیق در خصوص قیمت‌گذاری و مدیریت موجودی را دوچندان می‌کند. یکی از روش‌های مرسوم برای تسهیل جریان مالی در زنجیره تأمین، سیاست پیش‌پرداخت است که در آن خریداران هزینه کالا را قبل از تحویل پرداخت کرده و تخفیف‌هایی از تأمین‌کننده دریافت می‌کنند. این سیاست می‌تواند تأثیر زیادی بر هزینه‌ها، سود و در نهایت قیمت‌گذاری محصولات داشته باشد.

در مطالعات اخیر از مقدار سفارش اقتصادی<sup>۱</sup> (EOQ) برای اقلامی مانند طیور و دام ارائه شده است. در اکثر مدل‌های EOQ که پیش‌تر توسعه داده شده‌اند، وزن اقلام سفارش داده شده در طول افق برنامه‌ریزی ثابت باقی می‌ماند. اما در اقلام در حال رشد، وزن کل اقلام سفارش داده شده می‌تواند افزایش یابد، حتی زمانی که سفارش جدیدی دریافت نمی‌شود [۱]. این ویژگی، اقلام در حال رشد را به بخشی حیاتی از زنجیره تأمین مواد غذایی تبدیل کرده است. بیشتر این اقلام به اشکال مختلف به عنوان مواد غذایی قابل فروش مصرف می‌شوند و قبل از رسیدن به مصرف‌کنندگان نهایی، مراحل و فرآیندهای مختلفی را پشت سر می‌گذارند تا برای مصرف آماده شوند. اولین مقاله مهم در این زمینه توسط گولیومی‌تیس و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۰۳) ارائه شد که به تحقیق در مورد اقلام در حال رشد در مدل‌های موجودی پرداخته است. نتایج این مطالعه، اطلاعاتی در مورد پتانسیل رشد جوجه‌های گوشتی عادی و بهبود یافته ژنتیکی با استفاده از یک مدل ریاضی ارائه می‌دهد [۲]. صادقی و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۲۱) مدل بهینه تولید-موجودی یکپارچه با توجه به کمبودها و سفارش‌های تحویل گسسته پرداخته است. این مدل برای مدیریت تحویل‌های گسسته محصولات به خرده‌فروشان طراحی شده است. هدف اصلی این مدل تعیین مقادیر بهینه سفارش و کمبود به منظور کاهش هزینه‌های کل است. یک استراتژی هموارسازی نوآورانه و یک الگوریتم هیوستیک اصلی برای مقابله با غیرخطی بودن مدل و حل آن معرفی شده است [۳].

رضایی (۲۰۱۴) با در نظر گرفتن آیت‌های در حال رشد، قصد داشت یک فرمول ریاضی جدید برای EOQ ایجاد کند. او شرایطی را در نظر می‌گیرد که یک شرکت حیوانات تازه متولد شده را خریداری می‌کند، آنها را پرورش می‌دهد و سپس به بازار می‌فروشد. با توجه به تقاضای سالانه، مقدار سفارش بهینه دام‌های تازه متولد شده و روز بهینه برای کشتار آنها را منظور به حداکثر رساندن سود کل را در نظر گرفتند [۴]. نوییل و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۱۹) یک مدل موجودی EOQ را برای اقلام در حال رشد در نظر می‌گیرند، که در آن ارزش و اندازه اقلام در طول زمان افزایش می‌یابد، در این مطالعه، ترجیح مصرف‌کنندگان از غذاهای تازه نسبت به اقلام منجمد بیشتر است همچنین زمانی که شرکت جریمه‌های اضافی را پرداخت می‌کند، مصرف‌کنندگان برای اقلام تازه منتظر می‌مانند، یعنی کمبود به طور کامل پس‌افت در نظر گرفته شده- است. از طرفی تولیدکننده برای هر سیکل باید مکان را از نظر بهداشتی آماده کند. بنابراین، زمان راه اندازی در هر چرخه در نظر گرفته می‌شود [۵].

1. Economic Order Quantity

2. Goliomytis, Panopoulou, & Rogdakis

3. Sadeghi, Golpira, & Khan

4. A. H. Nobil, Sedigh, & Cárdenas-Barrón

سباتجان<sup>۱</sup> (۲۰۱۹) یک سیستم موجودی اقلام در حال رشد را تحت سه تابع رشد مختلف (لجستیک، خطی و خطی تقسیم‌شده) بررسی کرده است. او فرض کرده که برخی اقلام کیفیت پایین‌تری دارند و پس از تغذیه تا وزن مطلوب، ذبح و غربال می‌شوند. نتایج نشان داد که تابع لجستیک بهتر از توابع دیگر روند رشد را توصیف می‌کند [۶]. صادقی (۲۰۱۹) یک مدل ریاضی برای سیستم‌های سفارش اقتصادی با تقاضای گسسته ارائه کرده است که بهینه‌سازی هم‌زمان قیمت فروش و مقدار تأمین را هدف قرار می‌دهد. در این مطالعه، وابستگی خطی تقاضا به قیمت در نظر گرفته شده و الگوریتمی برای تعیین مقادیر بهینه پیشنهاد شده است. این پژوهش با مدل پیشنهادی ما مرتبط است، زیرا تأثیر پویای قیمت‌گذاری بر تقاضا را بررسی می‌کند [۷]. خلیل پوراآذری و پسندیده<sup>۲</sup> (۲۰۱۹) مقدار سفارش اقتصادی چند آیتمی برای اقلام در حال رشد را با در نظر گرفتن سه محدودیت عملیاتی شامل بودجه، ظرفیت انبار و هزینه نگهداری بررسی کردند. هدف مدل آنها حداکثرسازی سود شرکت از طریق تعیین مقادیر بهینه سفارش و دوره رشد هر نوع اقلام بود [۱]. ماهاتو و همکاران<sup>۳</sup> (۲۰۲۱) منطقه نادیده گرفته‌شده اقلام در حال رشد را در یک زنجیره تأمین دو سطحی با تقاضای وابسته به قیمت و سیاست اعتبار تجاری بررسی کردند. آنها یک سناریوی تأمین‌کننده-خرده‌فروش را مطالعه کردند که در آن تأمین‌کننده حیوانات تازه متولدشده را پرورش داده و پس از ذبح به خرده‌فروشی ارسال می‌کند، جایی که کالا در طول چرخه چهار زوال می‌شود [۸]. رانا و همکاران<sup>۴</sup> (۲۰۲۱) یک مدل کنترل موجودی برای اقلام در حال رشد را با در نظر گرفتن اعتبار تجاری، پس‌افت جزئی، تقاضای وابسته به زمان و انتشار کربن بررسی کردند. آنها دریافتند که دوره پرورش به تغییرات هزینه خرید و نگهداری حساس است، به طوری که افزایش هزینه نگهداری، دوره پرورش را طولانی‌تر می‌کند [۹]. سباتجان و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۲۱) یک مدل یکپارچه کنترل موجودی در زنجیره تأمین سه سطحی شامل کشاورزی، پردازش و خرده‌فروشی ارائه کردند. آنها فرض کردند که تقاضای مشتری در خرده‌فروشی به سطح موجودی و تاریخ انقضا بستگی دارد. خرده‌فروش همیشه موجودی را حفظ کرده و در صورت کاهش موجودی به حداقل مقدار مشخص، چرخه جدیدی را آغاز می‌کند. در پایان چرخه، فروش ترخیصی برای تخلیه موجودی باقی‌مانده انجام می‌شود [۱۰]. قرایی و آلمهداوه<sup>۶</sup> (۲۰۲۰) یک مدل کمیت رشد اقتصادی با توابع چگالی احتمال بقا و مرگ‌ومیر برای تعیین چرخه رشد اقتصادی/کشتار بهینه و مقدار رشد اقتصادی به منظور حداقل‌سازی هزینه‌های کل ارائه کردند. هزینه‌های مدل آنها شامل خرید، دفع اقلام مرده، نگهداری، تغذیه و راه‌اندازی اقلام زنده و مرده است [۱۱]. فلاحی و همکاران<sup>۷</sup> (۲۰۲۵) سیاست‌های تأمین موجودی برای اقلام در حال رشد با امکان جانشینی تقاضا را بررسی کردند. آنها یک مدل ریاضی چند آیتمی ارائه داده و به دلیل غیرخطی بودن آن، از الگوریتم جستجوی شبکه‌ای برای حل استفاده کردند. عملکرد این روش با الگوریتم‌های ژنتیک و تبرید شبیه‌سازی‌شده مقایسه شد و برتری آن تأیید گردید. همچنین، تحلیل حساسیت برای بررسی تأثیر تغییر پارامترهای ورودی انجام شد و بینش‌های مدیریتی ارائه شد [۱۲]. نوییل و نوییل<sup>۸</sup> (۲۰۲۴) مدل اقتصادی سفارش بهینه (EOQ) را برای مرغ‌های گوشتی با در نظر گرفتن بازده خوراکی و هزینه‌های تغذیه و پرورش معرفی کردند. این مطالعه یک تابع دقیق برای محاسبه بخش خوراکی مرغ‌ها و هزینه‌های مرتبط با تغذیه بر اساس سن مرغ‌ها ارائه داده و یک روش حل بهینه را برای مدیریت شرایط واقعی در صنعت پرورش طیور ارائه کرده است [۱۳]. مارکوز و همکاران<sup>۹</sup> (۲۰۲۱) یک مدل موجودی برای اقلام در حال رشد با کیفیت ناقص و تقاضای حساس به قیمت تحت انتشار کربن ارائه کردند که قیمت‌گذاری بهینه و مقدار سفارش را برای مرغ گوشتی بررسی می‌کند [۱۴]. همچنین صادقی و همکاران (۲۰۲۵) یک مدل زنجیره تأمین بسته برای اقلام فاسدشدنی با تقاضای حساس به قیمت و استراتژی تحویل چندگانه<sup>۱۰</sup> (SSMD) توسعه دادند که هدف آن هزینه‌های نگهداری برای اقلام با هزینه

1. Sebatjane & Adetunji

2. Khalilpourazari & Pasandideh

3. Mahato, De, & Mahata

4. Rana, Singh, Saxena, & Sana

5. Sebatjane & Adetunji

6. Gharaci & Almhedaue

7. Fallahi, Amani Bani, & Mokhtari

8. E. Nabil & Nabil

9. De-la-Cruz-Márquez, Cárdenas-Barrón, & Mandal

10. Single Setup Multiple Delivery

نگهداری بالا بوده است [۱۵]. در ادامه سینگ و رانا<sup>۱</sup> (۲۰۲۳) یک مدل موجودی پایدار برای اقلام در حال رشد با تقاضای خطی، نرخ تخریب متغیر، و کمبود جزئی تحت سیاست اعتباری تجاری توسعه دادند [۱۶]. خان و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۲۴) یک مدل موجودی با تخفیف افزایشی، تقاضای توانی، و محدودیت‌های انتشار کربن ارائه کردند که تعادل بین سود و پایداری را در پرورش طیور بررسی می‌کند [۱۷]. سباتاجان و آدتونجی<sup>۳</sup> (۲۰۲۴) یک زنجیره تأمین چهارسطحی برای اقلام در حال رشد با کیفیت ناقص و خطای بازرسی مدل کردند که برای زنجیره‌های پیچیده تولید مرغ قابل کاربرد است [۱۸]. ساراسوات و شارما<sup>۴</sup> (۲۰۲۴) یک مدل موجودی با سیاست تأخیر در پرداخت، مرگ‌ومیر، و تقاضای حساس به قیمت ارائه کردند که فروش و سود را در پرورش اقلام در حال رشد افزایش می‌دهد [۱۹]. پیش پرداخت یکی از مطمئن‌ترین و بدون ریسک‌ترین روش‌های سازندگان برای کنترل جریان نقدی است. می‌توان انتظار داشت که استراتژی پیش پرداخت توسط تولیدکنندگان در بازارهای تجاری انحصاری پیشنهاد می‌شود. گاهی اوقات تولیدکنندگان برای پیش پرداخت کامل یا جزئی به خریداران تخفیف قیمت، حمل و نقل رایگان و غیره را ارائه می‌دهند [۲۰]. توکلی و طالعی‌زاده (۲۰۱۷) سه مدل EOQ برای محصولات فاسد تحت پرداخت کامل پیشرفته و شرایط مختلف از جمله: بدون کمبود، سفارش مجدد کامل و سفارش مجدد جزئی بررسی کردند. آنها فرض کردند که نرخ زوال ثابت است و کل هزینه خرید قبل از زمان تحویل پرداخت می‌شود. علاوه بر این، فروشندگان برای متعادل کردن خریدار برای شرکت در این طرح پرداخت، یک تخفیف قیمت ارائه کرد [۲۱]. خان و همکاران<sup>۵</sup> (۲۰۱۹) برای اولین بار مدل موجودی دو انباری را با در نظر گرفتن تسهیلات پیش پرداخت به صورت اقساط مساوی تا n مرحله قبل از دریافت محصولات را بررسی کردند. آنها فرض کردند که پیش پرداخت باید قبل از دریافت محصول داده شود و همچنین کمبودها با نرخ ثابت پس‌افت جزئی مجاز است [۲۲]. صادقی و همکاران (۲۰۲۲) به مدل تولید اقتصادی برای محصولات فاسدشدنی با پرداخت‌های معوقه و کمبود پرداخته است. این مدل با مشوق‌های اعتباری تأمین‌کننده، تقاضای متغیر، و نرخ فساد ثابت، سیاست تأمین موجودی را به گونه‌ای بهینه‌سازی می‌کند که هزینه کل موجودی کاهش یابد [۲۳]. در ادامه مانا و همکاران<sup>۶</sup> (۲۰۲۴) یک مدل سه‌لایه‌ای زنجیره تأمین مواد غذایی (تأمین‌کننده-تولیدکننده-خرده‌فروش) را با سیاست‌های پیش‌پرداخت جزئی و تأخیر در پرداخت بررسی کردند. آنها نشان دادند که فناوری‌های نگهداری به کاهش فساد، بهبود هماهنگی زنجیره تأمین و افزایش سود تولیدکننده کمک می‌کند. در این مدل، تأمین‌کننده تأخیر در پرداخت را ارائه داده و تولیدکننده از خرده‌فروش پیش‌پرداخت دریافت می‌کند [۲۴]. در مطالعات مرتبط با مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری، الگوی تقاضای یکی از مؤلفه‌های کلیدی در طراحی مدل‌های زنجیره تأمین است. الگوهای تقاضا می‌توانند به عوامل مختلفی از جمله قیمت، زمان، سطح موجودی، یا ترکیبی از این عوامل وابسته باشند. در برخی موارد، تقاضا به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شود، به این معنا که نرخ تقاضا در طول زمان تغییر نمی‌کند و به متغیرهای پویا وابسته نیست. این تنوع در الگوهای تقاضا به پژوهشگران امکان می‌دهد تا مدل‌هایی متناسب با شرایط واقعی بازار طراحی کنند. به عنوان مثال، تقاضای وابسته به قیمت برای محصولاتی مناسب است که تغییرات قیمت به طور مستقیم بر رفتار مصرف‌کننده تأثیر می‌گذارد، در حالی که تقاضای وابسته به زمان برای محصولاتی با الگوهای فصلی یا روندهای زمانی کاربرد دارد. تقاضای وابسته به موجودی معمولاً در مواردی استفاده می‌شود که سطح موجودی در انبار بر تصمیم خرید مشتریان اثرگذار است، و تقاضای ثابت برای محصولاتی با تقاضای پایدار و غیرمتغیر به کار می‌رود. صادقی و همکاران (۲۰۲۲) یک مدل مقدار سفارش اقتصادی (EOQ) را برای یک زنجیره تأمین سه‌سطحی شامل تولیدکننده، توزیع‌کننده و خرده‌فروش بررسی کردند. در این مطالعه، توزیع‌کننده با تقاضای گسسته خرده‌فروش مواجه است و محصولات به صورت چندمرحله‌ای از تولیدکننده دریافت می‌شوند. این مدل با استفاده از استراتژی دریافت چندگانه، مقدار بهینه سفارش و تعداد ارسال‌ها را برای حداقل‌سازی هزینه‌های کل سیستم تعیین می‌کند. نتایج این پژوهش نشان‌دهنده برتری مدل پیشنهادی نسبت به مدل‌های کلاسیک EOQ در شرایطی است که هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی افزایش می‌یابد. این مطالعه به‌ویژه برای زنجیره‌های تأمین اقلام در حال رشد که با

1. Singh &amp; Rana

2. Khan, Cárdenas-Barrón, Treviño-Garza, Céspedes-Mota, &amp; Sarkar

3. Sebatjane &amp; Adetunji

4. Saraswat &amp; Sharma

5. Khan, Shaikh, Panda, &amp; Konstantaras

6. Manna, Rahman, &amp; Bhunia

محدودیت‌های لجستیکی مواجه هستند، کاربرد دارد، زیرا بر تحویل‌های گسسته و مدیریت بهینه جریان مواد تأکید دارد [۲۵]. علاوه بر این، صادقی و همکاران (۲۰۲۳) یک مدل تولید اقتصادی<sup>۱</sup> (EPQ) را با در نظر گرفتن تقاضای متغیر، محصولات معیوب، و خرابی تصادفی ماشین توسعه دادند. این مدل فرض می‌کند که تقاضا به صورت غیرافزایشی وابسته به زمان است و خرابی ماشین از توزیع نمایی پیروی می‌کند. هدف این مطالعه، تعیین سیاست‌های بهینه بازسازی برای حداقل‌سازی هزینه‌های کل سیستم است [۲۶]. در حوزه بهینه‌سازی زنجیره تأمین، کولیائی و همکاران<sup>۲</sup> (۲۰۲۲) یک مدل دوسطحی برای زنجیره تأمین با ساختار تخفیف پلکانی ارائه کردند که تصمیم‌گیری غیرمتمرکز را در سطوح استراتژیک و تاکتیکی ادغام می‌کند. در این مدل، تولیدکننده با ارائه تخفیف‌های مقداری، مشتریان را به افزایش سفارش‌ها تشویق می‌کند، در حالی که مشتریان از طریق خرید مشارکتی به دنبال دستیابی به صرفه‌جویی در مقیاس هستند [۲۷]. خلاصه‌ای از مهم‌ترین مطالعات مرتبط با موضوع این پژوهش در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱. بررسی مقالات مرتبط با بهینه‌سازی زنجیره تأمین، قیمت‌گذاری و مدل‌های تقاضا

| منبع                               | نرخ بهبود       | زنجیره تأمین | قیمت گذاری | الگوی تقاضا <sup>۳</sup> |      |        |      | اعتبار تجاری | تابع تغذیه |
|------------------------------------|-----------------|--------------|------------|--------------------------|------|--------|------|--------------|------------|
|                                    |                 |              |            | زمان                     | قیمت | موجودی | ثابت |              |            |
| موندال، بونیا (۲۰۰۳) [۲۸]          | توزیع وایبول    | ×            | ✓          | ×                        | ✓    | ×      | ×    | ×            | وایبول     |
| فنگ و ژانگ (۲۰۱۸) [۲۹]             | ×               | ×            | ✓          | ×                        | ✓    | ×      | ×    | ×            | ×          |
| لاو و وی (۲۰۰۶) [۳۰]               | توزیع وایبول    | ✓            | ×          | ×                        | ×    | ×      | ✓    | ×            | نمایی      |
| وی و لو (۲۰۰۸) [۳۱]                | توزیع وایبول    | ×            | ×          | ×                        | ×    | ×      | ✓    | ×            | نمایی      |
| گیری و بردهان (۲۰۱۲) [۳۲]          | ×               | ✓            | ✓          | ×                        | ✓    | ✓      | ×    | ×            | ×          |
| شاه و نایک (۲۰۱۸) [۳۳]             | ×               | ×            | ✓          | ✓                        | ✓    | ×      | ×    | ×            | ×          |
| ساندرزاجان و پالانیول (۲۰۲۱) [۳۴]  | ×               | ×            | ✓          | ✓                        | ✓    | ×      | ×    | ×            | ×          |
| سونی و سوتار (۲۰۱۹) [۳۵]           | ×               | ×            | ✓          | ×                        | ✓    | ×      | ×    | ×            | ×          |
| ماهاتا و همکاران (۲۰۲۰) [۳۶]       | درصدی از موجودی | ✓            | ×          | ×                        | ✓    | ×      | ×    | ✓            | ×          |
| ژانگ لی و همکاران (۲۰۱۷) [۳۷]      | ×               | ✓            | ✓          | ×                        | ✓    | ✓      | ×    | ×            | ×          |
| رضایی (۲۰۱۴) [۴]                   | خاص             | ×            | ×          | ×                        | ×    | ×      | ✓    | ×            | چندجمله‌ای |
| سباتجان و آدتونجی (۲۰۱۹) [۶]       | خاص             | ×            | ×          | ×                        | ×    | ×      | ✓    | ×            | ×          |
| دم و سینق (۲۰۱۳) [۳۸]              | توزیع وایبول    | ×            | ×          | ✓                        | ×    | ×      | ×    | ×            | وایبول     |
| رانا و سینق (۲۰۲۱) [۹]             | خاص             | ×            | ×          | ✓                        | ×    | ×      | ×    | ✓            | نمایی      |
| ماهاتا و همکاران (۲۰۲۰) [۳۹]       | ×               | ✓            | ×          | ×                        | ✓    | ×      | ×    | ✓            | ×          |
| دریانتو و ووی (۲۰۱۹) [۴۰]          | ×               | ✓            | ×          | ×                        | ×    | ×      | ✓    | ×            | ×          |
| خلیل پوراآذری و پسندیده (۲۰۱۹) [۱] | خاص             | ✓            | ×          | ×                        | ×    | ×      | ✓    | ×            | چندجمله‌ای |
| ماهاتا و دی (۲۰۲۱) [۸]             | خاص             | ✓            | ✓          | ×                        | ✓    | ✓      | ×    | ✓            | نمایی      |
| ملکی تبار و یعقوبی (۲۰۱۷) [۴۱]     | توزیع وایبول    | ✓            | ×          | ×                        | ✓    | ×      | ×    | ×            | وایبول     |
| ملکی تبار و یعقوبی (۲۰۱۹) [۴۲]     | خاص             | ✓            | ×          | ×                        | ✓    | ×      | ×    | ×            | نمایی      |

1. Economic Production Quantity

2. Kolyaei, Azar, Rajabzadeh Gatari, & Dehghan Nayeri

۳. در این جدول، الگوی تقاضا بر اساس وابستگی به عوامل مختلف دسته‌بندی شده است. «وابسته به قیمت» به تقاضایی اشاره دارد که با تغییرات قیمت محصول تغییر می‌کند. «وابسته به زمان» برای تقاضایی استفاده می‌شود که با زمان (مانند فصول یا روندها) تغییر می‌کند. «وابسته به موجودی» به تقاضایی اشاره دارد که به سطح موجودی انبار وابسته است. «ثابت» به تقاضایی اطلاق می‌شود که نرخ آن در طول زمان ثابت بوده و به متغیرهای پویا مانند قیمت، زمان، یا موجودی وابسته نیست.

| منبع                    | نرخ بهبود       | زنجیره تامین | قیمت گذاری | الگوی تقاضا <sup>۲</sup> | اعتبار تجاری | تابع تغذیه |
|-------------------------|-----------------|--------------|------------|--------------------------|--------------|------------|
| ماهاتا و دی (۲۰۱۶) [۴۳] | درصدی از موجودی | ✓            | ✓          | ✓                        | ✓            | ×          |
| ژانگ و لی (۲۰۱۶) [۴۴]   | خاص             | ✓            | ×          | ×                        | ✓            | ×          |
| پژوهش حاضر              | خاص             | ✓            | ✓          | ✓                        | ×            | ✓          |

گسترده‌ی پژوهش‌ها در حوزه قیمت‌گذاری، به‌ویژه در مورد اقلام در حال رشد، موجب تنوع زیادی در این حوزه شده است. با این حال، تاکنون استفاده همزمان از تابع تقاضای وابسته به قیمت، تابع تغذیه چندجمله‌ای و پیش‌پرداخت در تحقیقات موجود مشاهده نشده است. این شکاف به‌ویژه از آن جهت حائز اهمیت است که تابع تغذیه و پیش‌پرداخت از پارامترهای کلیدی در تعیین و بهینه‌سازی میزان درآمد و سود اعضای مختلف زنجیره تأمین، به‌ویژه تأمین‌کنندگان و توزیع‌کنندگان، محسوب می‌شوند. اگرچه این پارامترها به‌طور پراکنده در مطالعات مختلف ذکر شده‌اند، اما هیچ‌گاه به‌صورت همزمان و در قالب یک مدل یکپارچه مورد بررسی قرار نگرفته‌اند. علاوه بر این، بر اساس مطالعات انجام شده، این نتیجه حاصل می‌شود که تاکنون تحقیقی در خصوص زنجیره تأمین دوسطحی (شامل یک تأمین‌کننده و یک توزیع‌کننده) با تابع تقاضای وابسته به قیمت برای توزیع‌کننده و تابع تغذیه چندجمله‌ای برای تأمین‌کننده تحت سیاست پیش‌پرداخت انجام نشده است. این پژوهش قصد دارد با پر کردن این شکاف و معرفی مدلی جدید، به‌ویژه در زمینه قیمت‌گذاری و بهینه‌سازی درآمدها، به پژوهش‌های پیشین افزوده و راهکارهای جدیدی برای مدیریت بهتر زنجیره تأمین و افزایش سودآوری ارائه دهد. با توجه به اهمیت مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری اقلام در حال رشد در زنجیره‌های تأمین مواد غذایی، این پژوهش به‌منظور ارائه مدلی نوین برای بهینه‌سازی عملکرد زنجیره تأمین دو سطحی طراحی شده است. این مدل با در نظر گرفتن ویژگی‌های خاص اقلام در حال رشد، تقاضای وابسته به قیمت، و استراتژی پیش‌پرداخت، به دنبال پر کردن شکاف‌های موجود در تحقیقات پیشین است. در این راستا، سوالات تحقیق و نوآوری‌های این پژوهش به‌منظور تبیین اهداف و تمایز آن از مطالعات پیشین به‌صورت زیر ارائه می‌شوند.

### سوالات تحقیق:

- چگونه می‌توان مدلی ریاضی برای مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری اقلام در حال رشد در یک زنجیره تأمین دو سطحی توسعه داد که به‌طور همزمان تابع تقاضای وابسته به قیمت، تابع تغذیه چندجمله‌ای، و استراتژی پیش‌پرداخت را در بر گیرد؟
- تأثیر هماهنگی زنجیره تأمین از طریق تصمیم‌گیری یکپارچه و بهره‌گیری از استراتژی پیش‌پرداخت بر سودآوری و کارایی کلی زنجیره تأمین چیست؟

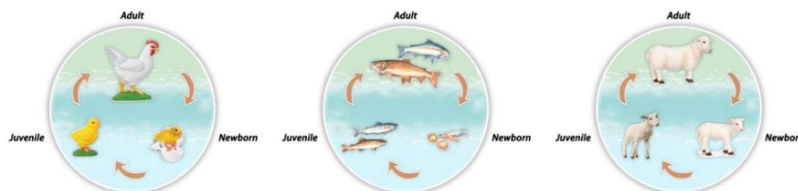
نوآوری‌های پژوهش:

- ارائه مدل ریاضی یکپارچه که برای اولین بار تابع تقاضای وابسته به قیمت، تابع تغذیه چندجمله‌ای، و سیاست پیش‌پرداخت را به‌صورت همزمان در زنجیره تأمین دو سطحی برای اقلام در حال رشد ترکیب می‌کند.
- توسعه رویکردی یکپارچه برای بهینه‌سازی مشترک تصمیمات تأمین‌کننده و توزیع‌کننده، که با استفاده از تکنیک‌های بهینه‌سازی ریاضی، هماهنگی و سودآوری زنجیره تأمین را بهبود می‌بخشد.
- انجام تحلیل حساسیت جامع برای بررسی تأثیر پارامترهای کلیدی نظیر هزینه‌های خرید، قیمت‌گذاری، و درصد تخفیف پیش‌پرداخت بر متغیرهای تصمیم‌گیری و سود کل زنجیره تأمین.

## ۲. مبانی و چارچوب نظری تحقیق

قیمت‌گذاری در بازار مواد غذایی به‌عنوان یک مسئله پیچیده و حیاتی، امروزه توجه ویژه‌ای را از سوی محققان و مدیران در صنایع مختلف جلب کرده است. در این راستا، پژوهش‌های فراوانی در این زمینه انجام شده است که تحقیق حاضر نیز با هدف گسترش و توسعه این تحقیقات صورت گرفته است. مقاله حاضر به تحلیل یک زنجیره تأمین دوسطحی بین تأمین‌کننده و توزیع‌کننده می‌پردازد. در این مدل، تأمین‌کننده در

آغاز دوره موجودی، ماده اولیه (حیوانات تازه متولد شده) را خریداری کرده و آن‌ها را پرورش می‌دهد. این اقلام در طول دوره رشد نیازمند خوراک و تغذیه هستند و میزان مصرف خوراک آن‌ها به‌طور مستقیم با روند رشدشان افزایش می‌یابد. در نهایت، زمانی که اقلام به وزن هدف خود رسیدند، دوره رشد به پایان می‌رسد و آن‌ها برای ذبح و فروش آماده می‌شوند. چرخه عمر برخی از این اقلام در حال رشد در شکل (۱) به‌وضوح نشان داده شده است.



شکل ۱. چرخه رشد اقلام در حال رشد

الگوی رشد اقلام شامل چهار مرحله است که هر یک ویژگی‌های خاص خود را دارند. در مرحله اول، که با آغاز یک چرخه رشد جدید همراه است، اقلام رشد کندتری را تجربه می‌کنند. در مرحله دوم، رشد سریع‌تری مشاهده می‌شود، در حالی که در مرحله سوم، که به بلوغ نزدیک‌تر می‌شوند، رشد به‌طور قابل توجهی کاهش می‌یابد. در نهایت، در مرحله چهارم، اقلام به بلوغ کامل رسیده و به اوج وزن خود دست یافته‌اند و دیگر افزایش وزن قابل توجهی را تجربه نمی‌کنند. این الگوی رشد، که در بسیاری از اقلام در حال رشد مشاهده می‌شود و در شکل (۱) نمایش داده شده است، می‌تواند با استفاده از یک تابع افزایش وزن بیولوژیکی مشترک مانند مدل ریچاردز (۱۹۵۹) [۴۵] بیان شود. در این مدل، وزن یک آیتم در زمان  $t$  به‌صورت رابطه (۱) فرموله می‌شود.

$$w_t = \frac{A_1}{1 + be^{-gt}} \quad (1)$$

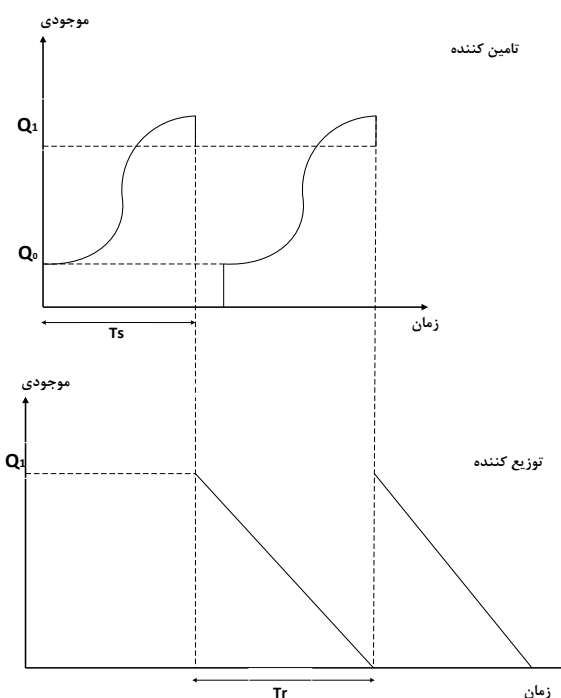
در این مدل،  $A_1$  نمایانگر حداکثر وزن ممکن است،  $b$  بیولوژیکی است که نقش تنظیمی در جابجایی زمانی منحنی رشد دارد، و  $g$  ثابت رشد است که میزان گسترش منحنی رشد را تعیین می‌کند. زمان به‌صورت روزانه بیان شده است و برای تطابق با مبنای زمانی سالانه مدل موجودی،  $k = 365g$  جایگزین می‌شود. این تابع به دلیل شکل "s" مانند آن که الگوی رشد دام را شبیه‌سازی می‌کند، انتخاب شده است (حسین زاده و گلشنی (۲۰۱۶) [۴۶]).

در مدل ریچاردز،  $b$  به‌عنوان ثابت ادغام بیولوژیکی، نقش یک پارامتر تنظیمی را ایفا می‌کند که موقعیت زمانی منحنی رشد را تنظیم می‌کند، بدون اینکه بر نرخ رشد یا شکل کلی منحنی تأثیر بگذارد. این پارامتر به تنظیم نقطه شروع یا جابجایی زمانی منحنی رشد کمک می‌کند تا مدل با داده‌های تجربی رشد اقلام (مانند طیور یا دام) تطبیق یابد. به عبارت دیگر،  $b$  تعیین می‌کند که منحنی رشد در چه زمانی به نقطه عطف خود (نقطه‌ای که رشد سریع‌تر می‌شود) می‌رسد. همچنین،  $A_1$  حداکثر وزن بالقوه اقلام را نشان می‌دهد که تحت شرایط ایده‌آل قابل دستیابی است، و  $k$  سرعت رشد اقلام را تعیین می‌کند. این پارامترها با هم، رفتار رشد اقلام در حال رشد را به‌صورت دقیق مدل‌سازی می‌کنند. در شروع یک چرخه رشد جدید، شرکت تعداد  $Y$  نوزاد را با وزن اولیه  $w_0$  خریداری کرده و آن‌ها را تا وزن هدف  $w_1$  پرورش می‌دهد. در پایان دوره رشد، اقلام ذبح می‌شوند.

وزن کل موجودی در زمان کشتار  $Q_1 = \gamma w_1$  است. رفتار سیستم موجودی در طول زمان در شکل ۲ نشان داده شده است. تولیدکننده در طول دوره رشد ( $T_s$ )، متحمل هزینه‌های تغذیه و نگهداری اقلام در حال رشد و همچنین هزینه ذبح و نگهداری آنها می‌شود. هزینه‌های پرورش و رشد اقلام در طول دوره پرورش روند افزایشی دارد زیرا هزینه‌های تغذیه اقلام به دلیل افزایش وزن افزایش می‌یابد. علاوه بر این، با افزایش سن، بیشتر در معرض ابتلا به بیماری‌ها هستند. در نتیجه هزینه‌های مربوط به تغذیه و نگهداری با افزایش سن اقلام افزایش می‌یابد. تأثیر این افزایش هزینه را می‌توان با یک تابع وابسته به زمان  $B(t)$  در نظر گرفت، که در آن  $B(t)$  یک تابع فزاینده زمان است. تعدادی

از توابع برای  $B(t)$  در ادبیات موجود وجود دارد که توابع چند جمله ای و نمایی متداول ترین آنها هستند. برای تابع تولید (تغذیه)، از تابع چند جمله ای  $B(t)$  استفاده می‌کنیم که مصرف خوراک را به سن مرغ مرتبط می‌کند [۲]، به شرح زیر است.

$$B(t) = d_0 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3 \quad (۲)$$



شکل ۲. سیستم موجودی بر اساس وزن محصول

سپس، اقلام ذبح شده بر اساس مقدار سفارش به توزیع کننده ارسال می‌شود. بر این اساس، در طول چرخه موجودی خرده‌فروش که دوره مصرف ( $T_r$ ) نامیده می‌شود، سطح موجودی به دلیل برآورده کردن تقاضای متغیر مشتری به صفر می‌رسد. در زمینه پیش‌پرداخت نیز، تامین کننده برای محصولات خریداری شده تخفیف قائل می‌شود. برای دریافت تخفیف، خرده‌فروش شرط را می‌پذیرد که کل هزینه خرید را قبل از تحویل سفارش می‌پردازد. در این مطالعه، هدف بهینه‌سازی سود کل زنجیره تأمین به صورت یکپارچه است، به گونه‌ای که با تعیین قیمت مناسب برای توزیع کننده و مقدار سفارش بهینه، تأمین کننده بتواند دوره بهینه پرورش، مقدار سفارش اولیه حیوانات تازه متولد شده و قیمت فروش را شناسایی کند. در ادامه، سایر مفروضات مسئله مورد بررسی قرار می‌گیرد و همچنین نمادگذاری‌های استفاده شده در این تحقیق بیان خواهد شد.

#### • مفروضات مسئله

در مسئله مورد بررسی مفروضات مختلفی در نظر گرفته شده است که در ادامه به تفکیک مورد بررسی قرار می‌گیرند

**فرض ۱:** قیمت فروش توزیع کننده بزرگتر از قیمت تامین کننده باشد.

**فرض ۲:** تقاضای توزیع کننده برای محصول در طول دوره متغیر و وابسته به قیمت است. جایی که  $\alpha$  نشان دهنده تقاضای اولیه برای محصولات است،  $\beta$  نشان دهنده حساسیت مشتریان به قیمت فروش است.  $(D(p) = \alpha - \beta p_r)$

**فرض ۳:** افق برنامه ریزی نامحدود فرض شده است.

**فرض ۴:** رشد موجودی توسط یک تابع افزایش وزن بیولوژیکی متغیر با زمان، اندازه گیری می‌شود. این تابع رشد در مطالعاتی مانند [۴] و

$$[۶] \text{ در نظر گرفته شده است. } (W_t = \frac{A_1}{1+be^{-kt}})$$

**فرض ۵:** استراتژی پیش‌پرداخت به منظور بهبود هماهنگی زنجیره تأمین و کاهش هزینه‌های توزیع‌کننده استفاده می‌شود. در این مدل، توزیع‌کننده کل هزینه خرید را در ابتدای دوره رشد با نرخ تخفیف  $t$  درصد به تأمین‌کننده پرداخت می‌کند، که این امر منجر به کاهش هزینه خرید موثر و افزایش سود توزیع‌کننده می‌شود. این سیاست، همان‌طور که در مطالعات خان و همکاران (۲۰۲۰) [۴۷] نشان داده شده، با ارائه تخفیف نقدی فوری، جریان نقدی زنجیره را بهبود می‌بخشد و هماهنگی بین تأمین‌کننده و توزیع‌کننده را تقویت می‌کند.

**فرض ۶:** برای تابع تولید (تغذیه) از تابع چند جمله‌ای استفاده شده است که مصرف خوراک را به سن مرغ مرتبط می‌کند. همان‌طور که حیوانات تازه متولد شده رشد می‌کنند، هزینه‌های تولید (تغذیه) آنها در طول زمان متفاوت است. این تابع هزینه در [۱] و [۵] استفاده شده است  $(B(t) = d_0 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3)$ .

**فرض ۷:** در دوره رشد محصول اتلاف برای اقلام در حال رشد در نظر گرفته نشده است.

## نمادگذاری

### پارامترها

---

|          |                                                                   |                              |
|----------|-------------------------------------------------------------------|------------------------------|
| $C_P$    | کننده به ازای هر واحد گرم                                         | هزینه خرید تأمین             |
| $C_B$    | کننده (تغذیه، پرورش و نگهداری) برای هر واحد مورد                  | هزینه پرورش تأمین            |
| $A_S$    | کننده در هر چرخه                                                  | هزینه سفارش ثابت تأمین       |
| $h$      | هزینه نگهداری واحد توزیع‌کننده در واحد زمان                       |                              |
| $A_R$    | هزینه سفارش توزیع‌کننده به ازای هر سفارش                          |                              |
| $W_0$    | وزن هر واحد در ابتدای دوره                                        |                              |
| $W_1$    | وزن هر واحد در پایان دوره                                         |                              |
| $Q_0$    | کننده (واحد)                                                      | مقدار سفارش تأمین            |
| $x$      | نرخ تخفیف برای پیش‌پرداخت                                         |                              |
| $i$      | پرداخت آمده از پیش‌دست                                            | نرخ بهره به                  |
| $P_S$    | کننده                                                             | قیمت فروش هر واحد کالا تأمین |
| $Q_1$    | مقدار سفارش توزیع‌کننده                                           |                              |
| $Y$      | تعداد اقلام در حال رشد خریداری‌شده در ابتدای یک چرخه (اقلام واحد) |                              |
| $\alpha$ | پتانسیل بازار                                                     |                              |
| $\beta$  | ضریب حساسیت تقاضا                                                 |                              |
| $A_1$    | وزن نهایی محصول کننده                                             | مقدار محدود                  |
| $b$      | ثابت ادغام بیولوژیکی                                              |                              |
| $g$      | ثابت گسترش منحنی رشد بصورت روزانه                                 |                              |
| $K$      | ثابت گسترش منحنی رشد بصورت سالانه                                 |                              |

### متغیرهای تصمیم

---

|       |                                    |
|-------|------------------------------------|
| $P_R$ | قیمت فروش هر واحد کالا توزیع‌کننده |
| $T_S$ | طول دوره رشد محصول                 |
| $T_r$ | طول دوره مصرف                      |

## توابع

تقاضای وابسته به قیمت در توزیع‌کننده  $D(t)$

$t$  وزن یک واحد در زمان  $W_t$

$t$  سطح موجودی تأمین‌کننده در زمان  $I_s(t)$

$t$  سطح موجودی توزیع‌کننده در زمان  $I_R(t)$

سود کل تأمین‌کننده در واحد زمان  $TP_S$

سود کل توزیع‌کننده در واحد زمان  $TP_R$

تابع مصرف خوراک نسبت به سن  $B(t)$

## مدل‌سازی و روش حل

در این بخش، ابتدا هزینه‌های تأمین‌کننده محاسبه می‌شود، سپس درآمدهای آن تعیین می‌گردد و در نهایت سود نهایی تأمین‌کننده محاسبه خواهد شد. پس از آن، تابع سود توزیع‌کننده بر اساس هزینه‌ها و درآمدهای آن، طبق مفروضات بیان شده، محاسبه می‌شود.

## • محاسبه هزینه‌های تأمین‌کننده

تأمین‌کننده در ابتدای دوره یک تعداد از اقلام اولیه با مجموع وزن  $Q_0$  را خریداری می‌کند. در ادامه این مواد اولیه را رشد و پرورش می‌دهد تا زمانی آنها را بفروش برساند. با توجه به نمودار تأمین‌کننده در شکل (۲) تابع رشد وزن هر محصول بصورت  $w_t = \frac{A_1}{1+be^{-kt}}$  در نظر گرفته شده است.

از آنجایی که  $y$  اقلام واحد توسط تأمین‌کننده در زمان صفر سفارش داده می‌شود و با توجه به اینکه وزن هر واحد در زمان  $t$  با رابطه  $W_t = \frac{A_1}{1+be^{-kt}}$  محاسبه می‌شود، سطح موجودی در طول  $t \in [0, T_s]$  توسط معادله (۳) نشان داده شده است.

$$I_s(t) = yw_t = \frac{yA_1}{1+be^{-kt}} \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (3)$$

در ادامه سطح موجودی اولیه (مقدار سفارش تأمین‌کننده) بصورت معادله (۴) بدست می‌آید.

$$Q_0 = I_s(0) = \frac{yA_1}{1+b} \quad (4)$$

همانطور که  $y$  تعداد حیوانات تازه متولد شده را معرفی می‌کند، باید مقادیر صحیح را بگیرد که مدل را به یک برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح تبدیل می‌کند. برای غلبه بر این پیچیدگی، می‌توان معادلات را به منظور استفاده از  $Q_0$  به جای  $y$  دوباره فرموله کرد. معادله (۴) بصورت  $y = \frac{Q_0(1+b)}{A_1}$  نوشته می‌شود.

بنابراین با جایگذاری مقدار  $y$  در معادله (۳)، رابطه نهایی سطح موجودی به صورت زیر خواهد شد.

$$I_s(t) = \frac{Q_0(1+b)}{1+be^{-kt}} \quad 0 \leq t \leq T_s \quad (5)$$

با توجه به اینکه تأمین‌کننده بر اساس سفارش دریافت شده از توزیع‌کننده شروع به پرورش محصولات می‌کند، بنابراین سطح موجودی تأمین‌کننده در لحظه  $T_s$ ،  $(I_s(T_s))$ ، با مقدار سفارش توزیع‌کننده در ابتدای دوره مصرف مطابقت داشته باشد. در این صورت میزان سفارش توزیع‌کننده ( $Q_1$ ) را می‌توان بصورت معادله (۶) تعیین کرد.

$$\frac{Q_0(1+b)}{1+be^{-kT_s}} = Q_1 \quad (6)$$

برای محاسبه سود تأمین‌کننده لازم است که درآمد و همچنین هزینه‌های آن مانند خرید، پرورش، سفارش‌دهی را محاسبه کرد و سپس اگر از درآمد، هزینه‌های مربوطه را کم کنیم سود تأمین‌کننده بدست می‌آید که روند محاسبه بصورت زیر می‌باشد. سود کل سیستم موجودی در تأمین‌کننده شامل اجزای زیر است.

**هزینه سفارش دهی:** هزینه سفارش دهی تأمین کننده در هر سیکل ثابت بوده و مقدار آن با  $A_s$  که در رابطه (۷) نشان داده می شود.

$$OC_s = A_s \quad (۷)$$

**هزینه خرید:** در بیان مسئله اشاره شد که وزن هر واحد محصول در ابتدای دوره برابر با  $Q_0$  است و هزینه خرید هر واحد  $C_p$  است. بنابراین هزینه خرید تأمین کننده از رابطه (۸) بدست می آید.

$$PC_s = c_p Q_0 = \frac{c_p y A_1}{(1+b)} \quad (۸)$$

**هزینه پرورش:** در بخش مفروضات، فرض ۶ توضیح داده شد که برای تابع تغذیه از تابع چند جمله ای استفاده می شود که مصرف خوراک را به سن مرغ مرتبط می کند. همچنین بیان شد که هزینه پرورش تأمین کننده برای هر واحد مورد برابر با  $C_b$  است. در نتیجه هزینه پرورش از رابطه (۹) بدست می آید.

$$BC_s = C_b y \int_0^{T_s} B(t) dt = C_b y \int_0^{T_s} (d_0 + d_1 t + d_2 t^2 + d_3 t^3) dt$$

$$= \left( C_b \times y \times \left( d_0 T_s + \frac{1}{2} d_1 T_s^2 + \frac{1}{3} d_2 T_s^3 + \frac{1}{4} d_3 T_s^4 \right) \right) \quad (۹)$$

**درآمد فروش:** همانطور که در قسمت بیان مسئله توضیح داده شده است وزن محصولات در زمان فروش برابر با  $Q_1$  است و هزینه فروش هر واحد محصول برابر با  $p_s$  است در نتیجه درآمد فروش تأمین کننده از رابطه (۱۰) محاسبه می شود.

$$SR_s = p_s Q_1 = p_s \times \frac{Q_0(1+b)}{1+be^{-kT_s}} = p_s \times \frac{y A_1}{1+be^{-kT_s}} \quad (۱۰)$$

بر این اساس، کل سود در واحد زمان سیستم موجودی تأمین کننده شامل درآمد فروش، هزینه خرید، هزینه پرورش، هزینه سفارش است که در رابطه (۱۱) محاسبه شده است.

$$TP_s = \frac{1}{T_s} (SR_s + IP_r - PC_s - BC_s - OC_s) = \frac{1}{T_s} [(p_s \times Q_1) - (c_p \times Q_1) - (C_b \times y \times B(t)) - A_s + IP_r]$$

$$= \frac{1}{T_s} \left[ \frac{p_s y A_1}{1+be^{-kT_s}} - \frac{c_p y A_1}{(1+b)} - \left( C_b \times y \times \left( d_0 T_s + \frac{1}{2} d_1 T_s^2 + \frac{1}{3} d_2 T_s^3 + \frac{1}{4} d_3 T_s^4 \right) \right) - A_s \right] \quad (۱۱)$$

$$+ \frac{(1-x) \times p_s \times y \times A_1}{1+be^{-kT_s}} \times (e^{i \times T_s} - 1)$$

#### • محاسبه هزینه های توزیع کننده

همانطور که بیان شد تقاضای محصول به صورت یک مقدار وابسته به قیمت فروش است، بنابراین اگر تقاضای محصول در این حالت با  $D(p)$  نشان داده شود در این صورت تابع تقاضای پایان دوره از رابطه  $D(p) = (\alpha - \beta p_r)$  پیروی می کند که در آن  $\alpha$  نشان دهنده تقاضای اولیه برای محصولات است،  $\beta$  نشان دهنده حساسیت مشتریان به قیمت فروش است. وضعیت موجودی توزیع کننده در طول  $[0, T_r]$  را می توان با معادله (۱۲) کنترل کرد.

$$\frac{dI_R(t)}{dt} = -(\alpha - \beta p_r) \quad 0 < t < T_r \quad (۱۲)$$

با قرار دادن  $I_R(0) = Q_1$  و حل معادله (۱۲)، می توان سطح موجودی توزیع کننده را به صورت معادله (۱۳) بدست آورد.

$$I_R(t) = Q_1 - (\alpha - \beta p_r) \times (t) \quad 0 < t < T_r \quad (۱۳)$$

با توجه به معادله (۱۳)، سطح موجودی توزیع کننده  $(I_R(t))$  در طول دوره مصرف  $(T_r)$  به دلیل تقاضای وابسته به قیمت  $(D(P))$  کاهش می یابد و در زمان  $t = T_r$  به صفر می رسد. بنابراین، دوره مصرف  $(T_r)$  از رابطه  $\frac{Q_1}{D(P)}$  محاسبه می شود، جایی که  $Q_1$  مقدار سفارش توزیع کننده است. این رابطه نشان می دهد که  $T_r$  به صورت غیر مستقیم از طریق متغیرهای تصمیم  $p_r$  (قیمت فروش

توزیع‌کننده) و  $Q_1$  (که خود به  $T_s$  و  $p_r$  وابسته است) تعیین می‌شود.

برای محاسبه تابع سود توزیع‌کننده باید اجزایی مانند درآمد، هزینه خرید، هزینه پرورش، هزینه ثابت سفارش‌دهی را محاسبه کرد و سپس اگر از درآمد، هزینه‌های مربوطه کم شود سود توزیع‌کننده بدست می‌آید. محاسبه اجزای سود کل تأمین‌کننده بصورت زیر است.

**هزینه سفارش‌دهی:** در شروع هر دوره، هزینه راه اندازی  $A_R$  انجام می‌شود. بنابراین، هزینه راه اندازی در هر دوره به صورت معادله (۱۴) است.

$$OC_R = A_R \quad (14)$$

**هزینه خرید:** توزیع‌کننده اقلام سفارش داده را وقتی به وزن  $Q_1$  رسیده‌اند، دریافت می‌کند. همچنین بیان شد که قیمت فروش هر واحد محصول توسط توزیع‌کننده برابر با  $P_s$  است. در نتیجه هزینه خرید توزیع‌کننده از معادله (۱۵) بدست می‌آید.

$$PC_R = p_s \times Q_1 \Rightarrow (1-x) \times p_s \times Q_1 = \frac{(1-x) \times p_s \times Q_0 \times (1+b)}{1 + be^{-kT_s}} \quad (15)$$

$$= \frac{(1-x) \times p_s \times y \times A_1}{1 + be^{-kT_s}}$$

در قسمت مفروضات بیان شده است استراتژی پیش پرداخت جهت هماهنگی زنجیره استفاده می‌شود. به این معنی که در این مدل ایده‌ی سیاست تخفیف با پیش پرداخت فرض شده است. توزیع‌کننده در ابتدای دوره رشد، کل هزینه خرید را با نرخ تخفیف  $i$  درصد به تأمین‌کننده - پرداخت می‌کند.

در این مدل، استراتژی پیش‌پرداخت از طریق اعمال تخفیف در هزینه خرید توزیع‌کننده تأثیر می‌گذارد. توزیع‌کننده با پرداخت زودهنگام هزینه خرید به تأمین‌کننده، از تخفیف  $i$  درصدی بهره‌مند می‌شود، که این امر هزینه خرید موثر را کاهش داده و سود توزیع‌کننده را افزایش می‌دهد. این استراتژی همچنین با کاهش ریسک مالی تأمین‌کننده، هماهنگی بین اعضای زنجیره تأمین را بهبود می‌بخشد. در معادلات زیر، ارزش پیش‌پرداخت و هزینه بهره ناشی از آن محاسبه شده است تا تأثیر این سیاست بر سود کل توزیع‌کننده مدل‌سازی شود. در ادامه ارزش پیش‌پرداخت توزیع‌کننده در زمان دریافت سفارش به صورت رابطه (۱۶) است.

$$IP = e^{i \times t} \times PC_R = e^{i \times t} \times \frac{(1-x) \times p_s \times y \times A_1}{1 + be^{-kT_s}} \quad (16)$$

در ادامه هزینه خرید را از ارزش پیش‌پرداخت کم می‌کنیم تا میزان بهره‌ای که توزیع‌کننده پرداخت می‌کند از معادله (۱۷) بدست می‌آید.

$$IP_r = IP - PC_R = \frac{(1-x) \times p_s \times y \times A_1}{1 + be^{-kT_s}} (e^{i \times T_s} - 1) \quad (17)$$

**هزینه نگهداری موجودی:** در بخش نمادگذاری اشاره شده است که هزینه نگهداری واحد توزیع‌کننده در واحد زمان برابر با  $h$  است. حاصلضرب هزینه نگهداری هر واحد محصول در مساحت زیر نمودار سطح موجودی از معادله (۱۸) محاسبه می‌شود.

$$HC_R = \frac{h}{2} \times (Q_1 \times T_r) \quad (18)$$

همانطور که در قسمت بیان مسئله توضیح داده شده است محصولات در زمان فروش برابر با  $Q_1$  است و هزینه فروش هرواحد محصول برابر با  $p_r$  است در نتیجه درآمد حاصل از کل محصولات خریداری شده توسط توزیع‌کننده به صورت معادله (۱۹) است.

$$SR_r = P_r \int_0^{T_r} D(t p) dt = (\alpha - \beta p_r) p_r T_r \quad (19)$$

با توجه به استدلال‌های بالا، سود کل توزیع‌کننده در واحد زمان شامل هزینه سفارش، هزینه نگهداری، میزان بهره‌ی پیش‌پرداخت و درآمد فروش است. بنابراین، کل سود توزیع‌کننده در واحد زمان به صورت معادله (۲۰) است.

$$TP_R = \frac{1}{T_r} (SR_r - HC_R - OC_R - PC_R - IP_r) =$$

$$= \frac{1}{T_r} \left[ (\alpha - \beta p_r) p_r T_r - h \left( Q_1 T_r + \frac{1}{2} T_r^2 (\alpha + \beta p_r) \right) - A_R \right. \quad (20)$$

$$\left. - \left( (1-x) \times p_s \times \frac{Q_0(1+b)}{1+be^{-kT_s}} \right) - \left( \frac{(1-x) \times p_s \times y \times A_1}{1+be^{-kT_s}} \times (e^{i \times T_s} - 1) \right) \right]$$

**قضیه ۱:** تابع سود تأمین‌کننده  $TP_S(T_s)$  که در رابطه (۱۱) تعریف شده است، در بازه موجه پرورش  $[T_s^L, T_s^U]$  به طور اکید مقعر می‌باشد. همچنین هر نقطه بحرانی که از شرط مرتبه اول  $\frac{\partial TP_S}{\partial T_s} = 0$  حاصل گردد، یک بیشینه مطلق منحصر به فرد خواهد بود.

**اثبات:** مشتق اول و دوم تابع  $TP_S$  نسبت به  $T_s$  به صورت زیر است.

$$\frac{\partial (TP_S)}{\partial T_s} = \frac{\frac{be^{-kT_s}kyA_1P_s}{(1+be^{-kT_s})^2} + \frac{e^{iT_s}i(1-x)yA_1P_s}{1+be^{-kT_s}}}{T_s} + \frac{\frac{be^{-kT_s}(-1+e^{iT_s})k(1-x)yA_1P_s}{(1+be^{-kT_s})^2}}{T_s}$$

$$+ \frac{-yC_b(d_0 + 2d_1T_s + 3d_2T_s^2 + 4d_3T_s^3)}{T_s}$$

$$- \frac{-A_s - \frac{yA_1C_p}{1+b} + \frac{yA_1P_s}{1+be^{-kT_s}} + \frac{(-1+e^{iT_s})(1-x)yA_1P_s}{1+be^{-kT_s}}}{T_s^2}$$

$$- \frac{-yC_b(d_0T_s + d_1T_s^2 + d_2T_s^3 + d_3T_s^4)}{T_s^2} \quad (20-1)$$

مشتق دوم تابع  $TP_S$  نسبت به  $T_s$

$$\frac{\partial^2 (TP_S)}{\partial T_s^2} = -\frac{1}{T_s^3} (2A_s + 2yC_bT_s^3(d_2 + 3d_3T_s) + yA_1(2(1+b) \times C_p$$

$$+ \frac{1}{(b+e^{kT_s})^3} P_s(-2e^{kT_s}(b+e^{kT_s})^2 + 2be^{kT_s}(b+e^{kT_s})kT_s \quad (20-2)$$

$$+ be^{kT_s}(-b+e^{kT_s})k^2T_s^2 + (e^{(i+3k)T_s}i^2 + be^{kT_s}(-bk^2 + e^{kT_s}k^2$$

$$+ be^{iT_s}(i+k)^2 + e^{(i+k)T_s}(2i^2 + 2ik - k^2))(-1+x)T_s^3)))$$

برای اثبات تقعر اکید تابع سود تأمین‌کننده، ابتدا باید بازه موجه پرورش  $[T_s^L, T_s^U]$  تعریف گردد. حد پایین این بازه، یعنی  $T_s^L$ ، به عنوان کوچکترین ریشه معادله  $TP_S(T_s) = 0$  در نظر گرفته می‌شود. به عبارت دیگر،  $T_s^L$  نخستین نقطه‌ای است که در آن سود تأمین‌کننده به صفر می‌رسد و از آن پس سود مثبت می‌گردد. برای اثبات وجود چنین نقطه‌ای، توجه می‌شود که تابع سود تأمین‌کننده در بازه  $(0, +\infty)$  پیوسته است. همچنین به دلیل وجود جمله  $-\frac{A_s}{T_s}$  با  $A_s > 0$  در ساختار تابع سود، وقتی  $T_s$  به صفر نزدیک می‌شود، مقدار سود به  $-\infty$  میل می‌کند. از سوی دیگر، در نقطه  $T_s^U$  (که در ادامه تعریف می‌شود) و تحت شرایطی که بعداً ذکر خواهد شد، مقدار سود مثبت است. بنابراین، بر اساس قضیه مقدار میانی، دست‌کم یک ریشه برای معادله  $TP_S(T_s) = 0$  در بازه  $(0, T_s^U)$  وجود خواهد داشت. کوچکترین این ریشه‌ها را  $T_s^L$  می‌نامند. حد بالای بازه موجه پرورش، یعنی  $T_s^U$ ، از نقطه عطف تابع رشد ریچاردز استخراج می‌گردد. تابع رشد ریچاردز به صورت  $W(T_s) = \frac{A_1}{1+be^{-kT_s}}$  تعریف می‌شود. برای یافتن نقطه‌ای که در آن شتاب رشد صفر می‌شود، مشتق دوم این تابع محاسبه و برابر صفر قرار داده می‌شود.

$$\frac{d^2W}{dT_s^2} = \frac{A_1bk^2e^{-kT_s}(be^{-kT_s} - 1)}{(1+be^{-kT_s})^3} = 0$$

از آنجا که  $A_1 b k e^{-kT_s}$  همگی مثبت هستند، شرط لازم و کافی برای صفر شدن مشتق دوم عبارت است از

$$be^{-kT_s^U} = 1 \Rightarrow e^{kT_s^U} = b \Rightarrow T_s^U = \frac{\ln b}{k}$$

این نقطه، حداکثر نرخ رشد دام را نشان می‌دهد. پس از این نقطه، نرخ رشد روندی کاهنده پیدا می‌کند و از این رو نگهداری دام فراتر از  $T_s^U$  به دلیل کاهش بازده رشد و افزایش هزینه‌های نگهداری، از نظر اقتصادی توجیه‌پذیر نیست. شایان ذکر است که در نقطه  $T_s^U$  و برای پارامترهای برگرفته از داده‌های تجربی (وزن اولیه ۳۰ تا ۳۹ گرم و حداکثر وزن ۲۰۰۰ گرم که منجر به  $b \in [5166]$  می‌شود)، مقدار سود تأمین‌کننده مثبت خواهد بود. این موضوع توسط محاسبات عددی مبتنی بر مقادیر جدول (۲) تأیید گردیده است. از آنجا که  $T_s^U$  و  $T_s^L$  هر دو متناهی و مثبت هستند و  $T_s^L < T_s^U$  برقرار است، بازه  $[T_s^L, T_s^U]$  یک بازه فشرده (غیرتهی و بسته) محسوب می‌شود. اکنون مشتق دوم تابع سود تأمین‌کننده مورد بررسی قرار می‌گیرد. مطابق رابطه (۲۰-۲)، این مشتق به صورت زیر محاسبه شده است.

$$\frac{\partial^2 TP_s}{\partial T_s^2} = -\frac{1}{T_s^3} (J_1 + J_2 + J_3)$$

در این رابطه، سه جمله  $J_1$ ،  $J_2$  و  $J_3$  به ترتیب عبارتند از

$$J_1 = 2A_s J_2 = 2yC_b T_s^3 (d_2 + 3d_3 T_s) J_3 = yA_1 \Phi(T_s)$$

که در آن  $\Phi(T_s)$  خود به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\Phi(T_s) = 2(1+b)C_p + \frac{P_s}{(b + e^{kT_s})^3} \cdot \Psi(T_s)$$

و  $\Psi(T_s)$  نیز از دو بخش بیولوژیک و مالی تشکیل گردیده است.

$$\Psi(T_s) = e^{kT_s} [-2(b + e^{kT_s})^2 + 2b(b + e^{kT_s})kT_s + b(e^{kT_s} - b)k^2 T_s^2] + (x - 1)T_s^3 \Omega(T_s)$$

همچنین  $\Omega(T_s)$  عبارت زیر را دارد.

$$\Omega(T_s) = e^{(i+3k)T_s} i^2 + be^{kT_s} [-bk^2 + e^{kT_s} k^2 + be^{iT_s} (i+k)^2 + e^{(i+k)T_s} (2i^2 + 2ik - k^2)]$$

از آنجا که  $T_s^3 > 0$  برای هر  $T_s > 0$  برقرار است، منفی بودن مشتق دوم معادل با مثبت بودن مجموع  $J_1 + J_2 + J_3$  می‌باشد. در ادامه، مثبت بودن هر یک از این سه جمله به طور جداگانه اثبات می‌گردد.

**مثبت بودن  $J_1$ :** با توجه به تعریف مدل، هزینه راه‌اندازی  $A_s$  همواره مثبت فرض می‌شود. بنابراین  $J_1 = 2A_s$  به طور قطع مثبت است.

**مثبت بودن  $J_2$ :** پارامترهای  $y$  (نرخ تقاضا)،  $C_b$  (هزینه واحد خوراک) و  $T_s$  (زمان پرورش) همگی بر اساس مفروضات مدل مثبت هستند. همچنین ضرایب  $d_2$  و  $d_3$  که از برآزش داده‌های تجربی به تابع مصرف خوراک چندجمله‌ای حاصل شده‌اند، مثبت می‌باشند. این ضرایب ماهیت یکنوای صعودی مصرف خوراک با رشد دام را منعکس می‌کنند. بنابراین  $d_2 + 3d_3 T_s > 0$  بوده و در نتیجه  $J_2 = 2yC_b T_s^3 (d_2 + 3d_3 T_s)$  مثبت است.

**مثبت بودن  $J_3$ :** از آنجا که  $y > 0$  و  $A_1 > 0$  هستند، اثبات  $J_3 > 0$  معادل با اثبات  $\Phi(T_s) > 0$  می‌باشد. برای این منظور، ابتدا باید نشان داده شود که  $\Omega(T_s) > 0$  است. با گروه‌بندی جملات  $\Omega(T_s)$  و استفاده از یک کران پایین، داریم.

$$\Omega(T_s) \geq b^2 e^{kT_s} [e^{iT_s} (i+k)^2 - k^2]$$

از آنجا که  $e^{iT_s} > 1$  (برای  $i > 0$  و  $T_s > 0$ ) و  $(i+k)^2 = i^2 + 2ik + k^2 > k^2$  (برای  $i > 0$ )، عبارت داخل کروشه مثبت خواهد بود. بنابراین  $\Omega(T_s) > 0$  در کل بازه  $[T_s^L, T_s^U]$  برقرار است. با توجه به اینکه نرخ پیش‌پرداخت  $x$  در بازه  $(0, 1)$  قرار دارد، پس  $x - 1 < 0$  است. از طرفی  $T_s^3 > 0$  و  $\Omega(T_s) > 0$  است. بنابراین حاصلضرب سه عامل فوق یعنی  $\Psi_B(T_s) = (x - 1)T_s^3 \Omega(T_s)$  منفی خواهد بود.

در مورد بخش بیولوژیک  $\Psi_A(T_s)$  باید توجه داشت که تحلیل تحلیلی خالص برای اثبات منفی بودن آن در کل بازه کافی نیست. با این حال، برای محدوده واقعی پارامتر  $b$  (یعنی  $51 \leq b \leq 66$ ) که از داده‌های تجربی وزن اولیه و حداکثر وزن به دست آمده است، محاسبات عددی در بازه  $[T_s^L, T_s^U]$  نشان می‌دهد که  $\Psi_A(T_s) < 0$  می‌باشد. بنابراین مجموع  $\Psi(T_s) = \Psi_A(T_s) + \Psi_B(T_s)$  نیز منفی خواهد بود. در نتیجه  $\Phi_2(T_s) = \frac{P_s \cdot \Psi(T_s)}{(b + e^{kT_s})^3} < 0$  است. اکنون برای اثبات  $\Phi(T_s) = 2(1+b)C_p + \Phi_2(T_s) > 0$  باید نشان داده شود که  $2(1+b)C_p$  از قدر مطلق  $\Phi_2(T_s)$  بزرگتر است. بدین منظور، کران بالایی برای  $|\Phi_2(T_s)|$  محاسبه می‌گردد. با توجه به اینکه  $|\Psi_A|$

$2e^{kT_s}(b + e^{kT_s})^2$  و این کران در نقطه  $T_s^U$  به مقدار  $P_s$  می‌رسد، همچنین  $|\Psi_B|$  در نقطه  $T_s^U$  بیشینه دارد و مخرج کسر در نقطه  $T_s^L$  کمینه است، خواهیم داشت:

$$|\Phi_2(T_s)| \leq P_s + \Delta$$

که در آن  $\Delta$  به صورت زیر است

$$\Delta = \frac{P_s(1-x) \left(\frac{\ln b}{k}\right)^3 \Omega\left(\frac{\ln b}{k}\right)}{(b + e^{kT_s^L})^3}$$

بنابراین شرط کافی برای  $\Phi(T_s) > 0$  به صورت  $2(1+b)C_p > P_s + \Delta$  خواهد بود. این شرط که بر اساس مقادیر واقعی پارامترها (جدول ۲) و داده‌های تجربی قابل بررسی است، تضمین می‌کند که  $\Phi(T_s) > 0$  و در نتیجه  $J_3 = yA_1\Phi(T_s) > 0$  می‌باشد. پس از اثبات مثبت بودن هر سه جمله  $J_1$ ،  $J_2$  و  $J_3$  می‌توان نتیجه گرفت.

$$\frac{\partial^2 TP_s}{\partial T_s^2} = -\frac{1}{T_s^3}(J_1 + J_2 + J_3) < 0 \quad \forall T_s \in [T_s^L, T_s^U]$$

از آنجا که بازه  $[T_s^L, T_s^U]$  فشرده است و تابع سود تأمین‌کننده روی این بازه پیوسته بوده و مشتق دوم آن در سراسر بازه منفی می‌باشد، تابع  $TP_s$  در این بازه به طور اکید مقعر خواهد بود. بر اساس خواص توابع مقعر، هر نقطه بحرانی که از شرط مرتبه اول  $\frac{\partial TP_s}{\partial T_s} = 0$  حاصل شود، یکتا بوده و یک بیشینه مطلق برای تابع سود تأمین‌کننده در بازه مذکور محسوب می‌گردد.

**قضیه ۲:** تابع سود توزیع‌کننده مقعر است.

**اثبات:** تابع  $TP_R$  مقعر است اگر و تنها اگر مشتق دوم تابع نسبت به  $P_r$  منفی باشد. مشتق اول تابع  $TP_R$  نسبت به  $P_r$  به صورت معادله

(۲۱) است.

$$\frac{\partial(TP_R)}{\partial P_r} = \alpha + \frac{(1 + be^{-kT_s})\beta A_R}{yA_1} - 2\beta P_r - \beta P_s e^{iT_s}(-1 + x) \quad (21)$$

مشتق دوم تابع  $TP_R$  نسبت به  $P_r$  به صورت معادله (۲۲) است.

$$\frac{\partial^2(TP_R)}{\partial P_r^2} = -2\beta \quad (22)$$

چون  $-2\beta < 0$ ، پس تابع سود توزیع‌کننده نسبت به  $P_r$  مقعر است.

**قضیه ۳:** مجموع توابع سود تأمین‌کننده و توزیع‌کننده (تابع سود یکپارچه) مقعر است.

**اثبات:** برای اینکه تابع هدف یکپارچه مقعر باشد باید ماتریس هسین  $A$ ، نیمه معین منفی باشد. اگر شرط‌های  $|A| > 0$  و  $a_{11} < 0$

برقرار باشد می‌توان گفت ماتریس  $A$  نیمه معین منفی است.

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial TP_t}{\partial T_s^2} & \frac{\partial TP_t}{\partial T_s \partial P_r} \\ \frac{\partial TP_t}{\partial P_r \partial T_s} & \frac{\partial TP_t}{\partial P_r^2} \end{bmatrix}$$

برای اینکه تابع هدف یکپارچه مقعر باشد باید ماتریس هسین  $A$ ، نیمه معین منفی باشد. اگر شروط  $|A| > 0$  و  $a_{11} < 0$  برقرار باشد

می‌توان گفت ماتریس  $A$  نیمه معین منفی است.

**اثبات ۰  $a_{11} < 0$ :** با توجه به اینکه  $TP_t = TP_s + TP_R$  و تابع سود توزیع‌کننده  $TP_R$  وابستگی مستقیمی به  $T_s$  ندارد

(زیرا  $\frac{\partial TP_R}{\partial T_s} = 0$  و مشتقات متقاطع نیز صفر هستند)، در این صورت می‌توان مقدار  $a_{11}$  را به صورت زیر تعیین کرد.

$$a_{11} = \frac{\partial^2 TP_t}{\partial T_s^2} = \frac{\partial^2 TP_s}{\partial T_s^2}$$

بر اساس قضیه ۱، تابع سود تأمین‌کننده  $TP_s$  نسبت به  $T_s$  در بازه موجه پرورش  $[T_s^L, T_s^U]$  اکیداً مقعر است. بنابراین

$$\frac{\partial^2 TP_s}{\partial T_s^2} < 0 \quad \forall T_s \in [T_s^L, T_s^U]$$

بنابراین مقدار  $a_{11}$  منفی است.

**اثبات  $\det(A) > 0$ :**

$$\det(A) = a_{11} \times a_{22} - a_{12} \times a_{21} = a_{11} \times (-2\beta) - 0 = 2\beta \times (-a_{11}) > 0$$

از آنجا که  $a_{11} < 0$  و  $\det(A) > 0$ ، ماتریس هسین  $A$  معین منفی است. بنابراین تابع هدف یکپارچه  $TP_t(T_s, P_r)$  در بازه  $[T_s^L, T_s^U]$  نسبت به هر دو متغیر  $T_s$  و  $P_r$  اکیداً مقعر می‌باشد.

### ۳. روش‌شناسی پژوهش

همانطور که بیان شد مسئله مورد بررسی در دو حالت یکپارچه و غیریکپارچه مورد بررسی قرار گرفته‌است. برای دو حالت بررسی‌شده مقعر بودن مسئله اثبات شده‌است لذا برای تعیین جواب بهینه سراسری می‌توان از مفاهیم بهینه‌سازی ریاضی و با مساوی صفر قرار دادن مشتق اول دو حالت مورد بررسی تعیین کرد. در ادامه مقادیر مشتق اول دو حالت بررسی‌شده، آورده شده‌است که بر اساس آن متغیرهای تصمیم تعیین می‌شود.

در این مدل، متغیرهای تصمیم اصلی شامل طول دوره رشد  $(T_s)$  و قیمت فروش توزیع‌کننده  $(p_r)$  هستند که به‌طور مستقیم در بهینه‌سازی سود کل استفاده می‌شوند. دوره مصرف  $(T_r)$ ، اگرچه به‌عنوان یک متغیر تصمیم تعریف شده، به‌صورت غیرمستقیم از رابطه  $T_r = \frac{Q_1}{D(P)}$  محاسبه می‌شود، جایی که  $Q_1$  مقدار سفارش توزیع‌کننده و  $D(P) = \alpha - \beta p_r$  تقاضای وابسته به قیمت است. از آنجا که  $Q_1$  و  $D(P)$  به  $T_s$  و  $p_r$  وابسته‌اند،  $T_r$  به‌طور ضمنی از طریق بهینه‌سازی این متغیرها تعیین می‌شود و نیازی به محاسبه مستقیم آن در فرآیند بهینه‌سازی نیست.

#### • تعیین جواب در حالت غیر یکپارچه:

طبق قضیه ۱ اثبات شد که تابع تأمین‌کننده نسبت به طول دوره رشد محصول مقعر می‌باشد. مشتق اول تابع تأمین‌کننده بصورت رابطه (۱) در قسمت پیوست محاسبه شده‌است. پس برای محاسبه  $T_s$  بهینه رابطه (۱) را مساوی با صفر قرارداده و رابطه (۲۳) بدست می‌آید.

$$\begin{aligned} \frac{\partial TP_s}{\partial T_s} = 0 \Rightarrow & \frac{yA_1 \left( e^{KT_s} P_s \left( (b + e^{KT_s})(e^{iT_s}(-1+x) - x) \right) \right)}{T_s^2 (b + e^{KT_s})^2} + \\ & \frac{yA_1 \left( e^{KT_s} P_s \left( (-e^{(i+K)T_s} i(-1+x) - b e^{iT_s} (i+K)(-1+x) + bKx) T_s \right) \right)}{T_s^2 (b + e^{KT_s})^2} \\ & - \frac{yC_b T_s^2 (d_1 + T_s(2d_2 + 3d_3 T_s))}{T_s^2} + \frac{yA_1 C_p}{T_s^2 (1+b)} + \frac{A_s}{T_s^2} = 0 \end{aligned} \quad (23)$$

با ساده‌سازی رابطه (۲۳) و جایگذاری پارامترهای رابطه، مقدار بهینه  $T_s$  محاسبه می‌شود. در ادامه برای محاسبه مقدار بهینه قیمت فروش توزیع‌کننده از تابع سود توزیع‌کننده که در قضیه ۲ اثبات شد مقعر است، مشتق اول بصورت رابطه (۲۱) محاسبه شده‌است. سپس، رابطه (۲۱) را مساوی با صفر قرار داده می‌شود و بصورت رابطه (۲۴) نوشته می‌شود.

$$\frac{\partial (TP_r)}{\partial P_r} = 0 \rightarrow \alpha + \frac{(1 + b e^{-KT_s}) \beta A_R}{yA_1} - 2\beta P_r - \beta P_s e^{iT_s}(-1+x) = 0 \quad (24)$$

با حل معادله (۲۴) مقدار بهینه قیمت فروش توزیع‌کننده محاسبه می‌شود.

#### • تعیین جواب در حالت یکپارچه:

در قضیه ۳ ثابت شد که تابع سود یکپارچه نسبت به طول دوره رشد و قیمت فروش توزیع کننده مقعر است با توجه به مقعر بودن تابع سود، با مساوی صفر قرار دادن مشتق های اول نسبت به متغیرهای تصمیم می توان جواب مسئله را بدست آورد. که در این مسئله دوتامتغیر تصمیم در این حالت وجود دارد. در حالت یکپارچه ابتدا از تابع هدف یکپارچه نسبت به طول دوره رشد مشتق اول محاسبه می شود و مساوی با صفر قرار داده می شود که در رابطه (۲۵) محاسبه شده است.

$$\begin{aligned} \frac{\partial TPt}{\partial T_s} = & -\frac{e^{iT_s}i(1-x)P_sQ_1}{T_r} - \frac{be^{-KT_s}KyA_1P_s}{T_s(1+be^{-KT_s})^2} + \frac{e^{iT_s}i(1-x)yA_1P_s}{T_s(1+be^{-KT_s})} \\ & - \frac{be^{-KT_s}(-1+e^{iT_s})K(1-x)yA_1P_s}{T_s(1+be^{-KT_s})^2} - \frac{y}{T_s}C_b(d_0+2d_1T_s+3d_2T_s^2+4d_3T_s^3) \\ & - \frac{y}{T_s}C_b(d_0+2d_1T_s+3d_2T_s^2+4d_3T_s^3) \\ & - \frac{1}{T_s^2}\left(-A_s - \frac{yA_1C_p}{1+b} + \frac{yA_1P_s}{1+be^{-KT_s}} + \frac{(-1+e^{iT_s})(1-x)yA_1P_s}{1+be^{-KT_s}}\right. \\ & \left.- yC_b(d_0T_s+d_1T_s^2+d_2T_s^3+d_3T_s^4)\right) \end{aligned} \quad (25)$$

در مرحله ی بعد از تابع یکپارچه نسبت به قیمت فروش توزیع کننده ( $P_r$ )، مشتق گرفته می شود و برابر با صفر قرار داده که بصورت رابطه (۲۶) محاسبه می شود.

$$\frac{\partial TPt}{\partial P_r} = \alpha + \frac{(1+be^{-KT_s})\beta A_R}{yA_R} - 2\beta P_r - \beta P_s e^{iT_s}(-1+x) = 0 \quad (26)$$

حال رابطه ی (۲۵) و (۲۶) را بصورت دو معادله و دو مجهول حل می شود و مقدار بهینه طول دوره رشد محصول و قیمت فروش بهینه محاسبه می شود.

#### ۴. تحلیل داده ها و یافته های پژوهش

در یک زنجیره تأمین دوسطحی، تأمین کننده تعداد ۵۰۰۰ واحد ماده اولیه (حیوانات تازه متولد شده) را در ابتدای چرخه موجودی خود با هزینه ثابت سفارش دهی که به ازای هر دوره برابر با ۲۰۰۰۰۰۰۰ واحد پولی می باشد، خریداری می کند سپس آنها را با تابع تغذیه چند جمله ای که از رابطه ی  $B(t) = d_0 + d_1t + d_2t^2 + d_3t^3$  پیروی می کند، پرورش می دهد تا در نهایت در پایان سیکل رشد آنها را به با توجه به قیمت بازار بفروش می رساند. قیمت اولیه خرید هر قلم محصول ۵۰۰ واحد به ازای گرم است و همچنین نرخ هزینه تغذیه و نگهداری هر قلم محصول ۵۰۰ واحد به ازای هر گرم است. در ادامه تأمین کننده تمام اقلام ذبح شده به توزیع کننده ارسال می کند. نرخ هزینه نگهداری توزیع کننده ۱۵۰ واحد به ازای هر گرم است. در زمینه پیش پرداخت نیز، تأمین کننده برای محصولات خریداری شده نرخ تخفیف ۱۰ درصدی قائل می شود. برای دریافت تخفیف، توزیع کننده شرط را می پذیرد که کل هزینه خرید را قبل از تحویل سفارش می پردازد. هزینه ثابت سفارش دهی توزیع کننده ۱۰۰۰۰۰۰۰ واحد به ازای هر دوره می باشد.

برای بررسی عددی مدل پیشنهادی، مقادیر پارامترها با توجه به ویژگی های اقلام در حال رشد در پرورش مرغ انتخاب شده اند. این زمینه کاربردی به عنوان نمونه ای از اقلام در حال رشد با نرخ رشد سریع انتخاب شد تا عملکرد مدل در شرایط واقعی تر ارزیابی شود. مقادیر پارامترهای رشد (مانند  $A_1 = 2000$  گرم،  $b = 58$ ،  $k = 50$ ) بر اساس چارچوب مدل رشد ریچاردز ارائه شده در مطالعه حسین زاده و گلشنی (۲۰۱۶) [۴۶] و با تنظیم برای ویژگی های بیولوژیکی مرغ، مانند وزن بالغ حدود ۲ کیلوگرم و نرخ رشد سریع، تعیین شده اند. به عنوان مثال،  $A_1 = 2000$  گرم نشان دهنده حداکثر وزن بالقوه مرغ در شرایط ایده آل است، و  $b = 58$  موقعیت

زمانی منحنی رشد را با الگوهای رشد مشاهده‌شده در پرورش مرغ تطبیق می‌دهد. هزینه‌ها (مانند هزینه خرید و نگهداری) نیز با فرض بازار رقابتی برای محصولات طیور و بر اساس مقادیر پایه منطبق با مطالعات مشابه (مانند [۳] و [۱۷]) انتخاب شده‌اند. این مقادیر به‌گونه‌ای تعیین شده‌اند که رفتار مدل در شرایط استاندارد قابل‌ارزیابی باشد، در حالی که امکان تحلیل حساسیت برای بررسی تأثیر تغییرات پارامترها فراهم شود. بطور خلاصه در جدول (۲) مقادیر پایه برای پارامترهای موجود در مثال عددی آورده شده‌است.

جدول ۲. مقادیر پارامترها برای مثال عددی

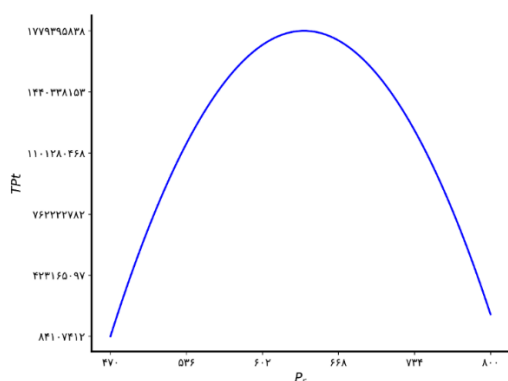
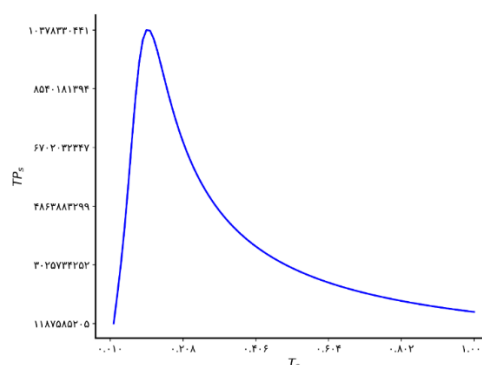
| $\alpha$        | $\beta$ | $A_R$  | $Y$   | $x$   | $c_b$  | $c_p$ | $A_S$           | $k$ |
|-----------------|---------|--------|-------|-------|--------|-------|-----------------|-----|
| $5 \times 10^8$ | 60000   | $10^8$ | 5000  | 0.05  | 5000   | 500   | $2 \times 10^8$ | 50  |
| $b$             | $A_1$   | $d_0$  | $d_1$ | $d_2$ | $d_3$  | $i$   | $P_S$           | $h$ |
| 58              | 2000    | 532.2  | 67.15 | 0.651 | 0.0018 | 0.10  | 350             | 150 |

### حل مسئله

#### - حل مسئله در حالت غیر یکپارچه

✓ تعیین مقدار بهینه طول دوره رشد

طبق رویکرد حل بیان شده، برای تعیین جواب تامین‌کننده حالت غیریکپارچه، مشتق اول تابع سود تامین‌کننده (رابطه (۲۳)) مساوی صفر قرار داده می‌شود و بر اساس آن مقدار بهینه طول دوره رشد ( $T_S$ ) محاسبه می‌شود.

شکل ۴. تابع سود توزیع‌کننده نسبت به  $P_r$ شکل ۵. تابع سود تامین‌کننده نسبت به  $T_S$ 

با حل معادله مورد نظر، مقدار بهینه طول دوره رشد ( $T_S$ ) برابر  $0.114833$  بدست آورده می‌شود. همچنین در شکل (۳) روند تغییرات تابع سود نسبت به طول دوره رشد ( $T_S$ ) را نشان می‌دهد. بر اساس نمودار مشخص است که میزان سود تامین‌کننده ابتدا روند افزایشی داشته‌است و برای مسئله بیان‌شده در زمان  $T_S = 0.068$  میزان درآمد و هزینه‌ها برابر شده که همان نقطه سر به سر مسئله است و در ادامه روند افزایش سود همچنان افزایشی است و در نقطه  $0.114833$  بیشترین سود را داشته و بعد از آن سود روند کاهشی داشته‌است که علت آن این است که بعد از آن با وجود افزایش مصرف مواد خوراکی، وزن محصول تغییر چندانی نداشته و این امر باعث کاهش سود شده‌است.

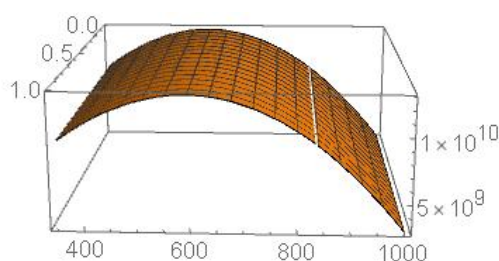
✓ تعیین مقدار بهینه قیمت فروش توزیع‌کننده

پس از محاسبه مقدار بهینه طول دوره رشد ( $T_S^*$ )، طبق رابطه (۲۱) با مساوی صفر قرار دادن مشتق اول تابع سود توزیع‌کننده، مقدار بهینه قیمت فروش توزیع‌کننده ( $P_r^*$ ) محاسبه می‌شود. با محاسبه رابطه مورد نظر، مقدار بهینه قیمت فروش توزیع‌کننده محاسبه می‌شود.

همچنین در شکل (۴) روند تغییرات تابع سود توزیع کننده نسبت به قیمت فروش ( $P_r$ ) را نشان می دهد. بر اساس نمودار مشخص است که میزان سود توزیع کننده ابتدا روند افزایشی داشته است و برای مسئله بیان شده در قیمت ۳۷۲ میزان درآمد و هزینه ها برابر شده که همان نقطه سر به سر مسئله است و در ادامه روند افزایش سود همچنان افزایشی است و در قیمت ۵۹۰/۶ بیشترین سود را داشته و بعد از آن سود روند کاهشی داشته است که علت آن این است که با توجه به تابع تقاضای وابسته به قیمت توزیع کننده، افزایش قیمت فروش توزیع کننده باعث کم شدن تقاضا و در نتیجه کاهش سفارش توزیع کننده می گردد و این امر باعث کاهش سود شده است.

#### – حل مسئله در حالت یکپارچه

طبق رویکرد حل بیان شده با مساوی صفر قراردادن روابط (۲۵) و (۲۶) می توان مقدار متغیرهای تصمیم مسئله را تعیین کرد. با حل دستگاه معادلات بدست آمده از روابط (۲۵) و (۲۶) مقدار بهینه طول دوره رشد ( $T_S$ ) برابر ۰/۱۱۴ و مقدار بهینه قیمت فروش توزیع کننده ( $P_r$ ) برابر ۵۹۰/۹ بدست آورده می شود. همچنین در شکل (۵) روند تغییرات تابع سود یکپارچه نسبت به طول دوره رشد و قیمت فروش توزیع کننده را نشان می دهد.



شکل ۵. تابع سود یکپارچه نسبت به  $P_r$  و  $T_S$

#### تحلیل حساسیت

برای ارائه اظهارات بیشتر در مورد رویکرد حل غیریکپارچه در مقایسه با رویکرد حل یکپارچه، دامنه وسیعی از تغییرات در پارامترهای مسئله در نظر گرفته شده است و بر اساس این تغییرات، حساسیت متغیرها مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. نتایج هر تحلیل هم برای حل مسئله بصورت یکپارچه و هم بصورت غیریکپارچه، در یک جدول گزارش شده است.

#### تحلیل حساسیت قیمت فروش توزیع کننده

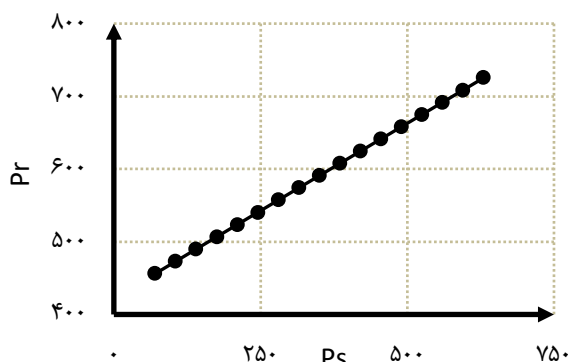
در ادامه برای تحلیل حساسیت مدل تأمین کننده، قیمت فروش تأمین کننده در بازه  $(+80\%, -80\%)$  تغییر داده می شود. روش انجام تحلیل به این صورت است که در مرحله اول ابتدا قیمت فروش تأمین کننده هر بار ۱۰ درصد بصورت پله ای کاهش و افزایش می یابد این تغییر قیمت فروش باعث تغییر جزئی طول دوره رشد می شود و در مرحله دوم در تابع توزیع کننده با طول دوره رشد و قیمت خرید جدید، جواب برای متغیرهای مسئله محاسبه می شود. در مرحله سوم با توجه به یکپارچه سازی تابع تأمین کننده و توزیع کننده با تغییر قیمت فروش تأمین کننده، بصورت همزمان جواب بهینه برای متغیرهای مسئله بدست می آید. بر اساس آن نتایج حاصل هم در حالت یکپارچه و هم در حالت غیریکپارچه در جدول (۳) نشان داده شده است.

جدول ۳. تحلیل حساسیت تغییر قیمت فروش تامین‌کننده

| ردیف | قیمت فروش هر واحد کالا | غیر یکپارچه        |                        |                                    |                     |                           |                        | یکپارچه            |                  |                   |               |
|------|------------------------|--------------------|------------------------|------------------------------------|---------------------|---------------------------|------------------------|--------------------|------------------|-------------------|---------------|
|      |                        | طول دوره رشد بهینه | سود تامین‌کننده (هزار) | قیمت فروش هر واحد کالا توزیع کننده | طول دوره فروش محصول | مقدار سفارش توزیع - کننده | سود توزیع کننده (هزار) | طول دوره رشد بهینه | کالا توزیع کننده | قیمت فروش هر واحد | طول دوره فروش |
| ۱    | ۷۰                     | ۰/۱۲۶              | ۱۰۶۹۵۰۰۰-              | ۴۵۵.۸۵۱                            | ۰.۴۰۰۷              | ۹۰۷۴۳۴۷                   | ۷۸۶۸۹۹۰                | ۰.۱۲۴۶             | ۴۵۵.۹۰۴          | ۰.۳۹۶۴            | ۸۹۷۶۵۵۶۹      |
| ۲    | ۱۰۵                    | ۰/۱۲۱              | ۸۱۳۹۲۷۰-               | ۴۷۲.۸۱۴                            | ۰.۴۰۸۲              | ۸۸۳۰۳۱۶                   | ۷۱۳۶۱۶۰                | ۰.۱۲۰۱             | ۴۷۲.۸۵۹          | ۰.۴۰۴۵            | ۸۷۴۸۸۴۸       |
| ۳    | ۱۴۰                    | ۰/۱۱۹              | ۵۵۶۱۵۰۰-               | ۴۸۹.۷۱۳                            | ۰.۴۲۱۸              | ۸۶۹۶۱۴۸                   | ۶۴۳۲۲۶۰                | ۰.۱۱۸۰             | ۴۸۹.۷۵۲          | ۰.۴۱۸۵            | ۸۶۲۶۸۹۱       |
| ۴    | ۱۷۵                    | ۰/۱۱۷              | ۲۹۷۴۷۸۰-               | ۵۰۶.۵۸۲                            | ۰.۴۳۹۲              | ۸۶۱۱۳۰۰                   | ۵۷۶۰۱۳۰                | ۰.۱۱۶۷             | ۵۰۶.۶۱۵          | ۰.۴۳۶۲            | ۸۵۵۰۷۳۰       |
| ۵    | ۲۱۰                    | ۰/۱۱۶              | ۳۸۳۵۰۷-                | ۵۲۳.۴۳۴                            | ۰.۴۶۰۰              | ۸۵۵۲۷۷۴                   | ۵۱۲۰۸۰۰                | ۰.۱۱۵۹             | ۵۲۳.۴۶۳          | ۰.۴۵۷۱            | ۸۴۹۸۶۶۸       |
| ۶    | ۲۴۵                    | ۰/۱۱۵۹             | ۲۲۱۰۳۹۰                | ۵۴۰.۲۷۶                            | ۰.۴۸۴۰              | ۸۵۰۹۹۸۹                   | ۴۵۱۴۷۲۰                | ۰.۱۱۵۳             | ۵۴۰.۳۰۱          | ۰.۴۸۱۲            | ۸۴۶۰۷۶۹       |
| ۷    | ۲۸۰                    | ۰/۱۱۵              | ۴۸۰۵۹۵۰                | ۵۵۷.۱۱۰                            | ۰.۵۱۱۵              | ۸۴۷۷۳۰۰                   | ۳۹۴۲۱۵۰                | ۰.۱۱۴۹             | ۵۵۷.۱۳۳          | ۰.۵۰۸۸            | ۸۴۳۲۰۳۲       |
| ۸    | ۳۱۵                    | ۰/۱۱۵              | ۷۴۰۴۶۳۰                | ۵۷۳.۹۴۱                            | ۰.۵۴۳۰              | ۸۴۵۱۵۰۰                   | ۳۴۰۳۲۱۰                | ۰.۱۱۴۵             | ۵۷۳.۹۶۱          | ۰.۵۴۰۴            | ۸۴۰۹۶۹۱       |
| ۹    | ۳۵۰                    | ۰/۱۱۴۸             | ۱۰۰۰۰۱۰۰               | ۵۹۰.۷۶۸                            | ۰.۵۷۹۳              | ۸۴۳۰۶۴۳                   | ۲۸۹۷۹۹۰                | ۰.۱۱۴۲             | ۵۹۰.۷۸۵          | ۰.۵۷۶۶            | ۸۳۹۱۳۵۱       |
| ۱۰   | ۳۸۵                    | ۰/۱۱۴۵             | ۱۲۵۹۸۱۰۰               | ۶۰۷.۵۹۲                            | ۰.۶۱۲۰              | ۸۴۱۳۴۳۳                   | ۲۴۲۶۵۵۰                | ۰.۱۱۴۰             | ۶۰۷.۶۰۸          | ۰.۶۱۸۵            | ۸۳۷۶۴۴۷       |
| ۱۱   | ۴۲۰                    | ۰/۱۱۴۳             | ۱۵۱۹۶۶۰۰               | ۶۲۴.۴۱۴                            | ۰.۶۷۰۰              | ۸۳۹۸۹۶۳                   | ۱۹۸۸۹۱۰                | ۰.۱۱۳۸             | ۶۲۴.۴۲۹          | ۰.۶۶۷۳            | ۸۳۶۳۹۶۵       |
| ۱۲   | ۴۵۵                    | ۰/۱۱۴۱             | ۱۷۷۹۵۴۰۰               | ۶۴۱.۲۳۵                            | ۰.۷۲۷۶              | ۸۳۸۶۶۸۹                   | ۱۵۸۵۱۰۰                | ۰.۱۱۳۷             | ۶۴۱.۲۴۸          | ۰.۷۲۴۸            | ۸۳۵۳۴۷۰       |
| ۱۳   | ۴۹۰                    | ۰/۱۱۴              | ۲۰۳۹۴۴۰۰               | ۶۵۸.۰۵۵                            | ۰.۷۹۶۵              | ۸۳۷۶۰۳۹                   | ۱۲۱۵۱۵۰                | ۰.۱۱۳۶             | ۶۵۸.۰۶۷          | ۰.۷۹۳۵            | ۸۳۴۴۴۴۱       |
| ۱۴   | ۵۲۵                    | ۰/۱۱۳۸             | ۲۲۹۹۳۷۰۰               | ۶۷۴.۸۷۴                            | ۰.۸۸۰۰              | ۸۳۶۶۸۳۷                   | ۸۷۹۰۵۲                 | ۰.۱۱۳۴             | ۶۷۴.۸۸۴          | ۰.۸۷۶۹            | ۸۳۳۶۶۲۱       |
| ۱۵   | ۵۶۰                    | ۰/۱۱۳۷             | ۲۵۵۹۳۱۰۰               | ۶۹۱.۶۹۲                            | ۰.۹۸۳۶              | ۸۳۵۸۶۹۰                   | ۵۷۶۸۳۶                 | ۰.۱۱۳۳             | ۶۹۱.۷۰۱          | ۰.۹۸۰۲            | ۸۳۲۹۸۱۵       |
| ۱۶   | ۵۹۵                    | ۰/۱۱۳۶             | ۲۸۱۹۲۷۰۰               | ۷۰۸.۵۰۹                            | ۱.۱۱۵۱              | ۸۳۵۱۵۴۴                   | ۳۰۸۴۹۷                 | ۰.۱۱۳۳             | ۷۰۸.۵۱۸          | ۱.۱۱۱۵            | ۸۳۲۳۸۲۴       |
| ۱۷   | ۶۳۰                    | ۰/۱۱۳۵             | ۳۰۷۹۲۴۰۰               | ۷۲۵.۳۲۶                            | ۱.۲۸۷۷              | ۸۳۴۵۱۳۲                   | ۷۴۰۴۹                  | ۰.۱۱۳۲             | ۷۲۵.۳۳۴          | ۱.۲۸۳۷            | ۸۳۱۸۵۱۶       |

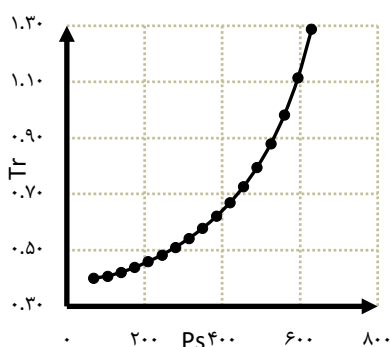
تغییرات قیمت فروش

در جدول (۳) نتایج حاصل از تحلیل حساسیت قیمت فروش تامین‌کننده نشان داده شده است. همانطور که مشخص است با افزایش قیمت فروش تامین‌کننده، طول دوره‌ی رشد محصول تغییر خاصی پیدا نکرده است. نتیجه حاصل شده منطقی است و علت آن را می‌توان بر اساس تابع رشد طيور که بصورت  $W_t = \frac{A_1}{1+be-gt}$  فرض شده است، بیان کرد. در این رابطه زمان بلوغ مقدار مشخصی است. به این معنی که با توجه به شکل (۲) که روند رشد طيور را نشان می‌دهد مشخص است، طيور در بازه زمانی مشخصی بصورت نمایی افزایش وزن پیدا می‌کنند ولی بعد از یک نقطه زمانی مشخص با تغذیه طيور، تغییری در وزن آنها مشاهده نمی‌شود و وزن آنها ثابت می‌ماند. در نتیجه با توجه به ماهیت مسئله مورد بررسی، دوره زمان بلوغ تقریباً ثابت است. در واقع اگر تامین‌کننده طول دوره رشد را کاهش دهد، یعنی محصول به بلوغ و وزن ایده آل برای ذبح نرسیده است در نتیجه این امر باعث کاهش درآمد برای تامین‌کننده می‌گردد. در مقابل اگر تامین‌کننده طول دوره رشد را افزایش دهد، به دلیل اینکه از یک نقطه تغییری در وزن طيور ایجاد نمی‌شود، این افزایش مازاد طول دوره، باعث افزایش هزینه تغذیه و نگهداری برای تامین‌کننده می‌شود. در نتیجه هنگامی که هزینه‌ها افزایش پیدا می‌کند، سیاست تامین‌کننده به این صورت است که تا حد امکان طول دوره رشد اقلام را کاهش دهد حتی اگر این کاهش جزیی باشد تا از این طریق بتواند مقداری از هزینه تغذیه اقلام بکاهد. در مقابل اگر هزینه‌ها کاهش یابد (بخصوص هزینه نگهداری و تغذیه اقلام)، سیاست تامین‌کننده به این گونه است که اقلام بطور کامل رشد کنند تا از این طریق بتواند درآمد خود را حداکثر کند.

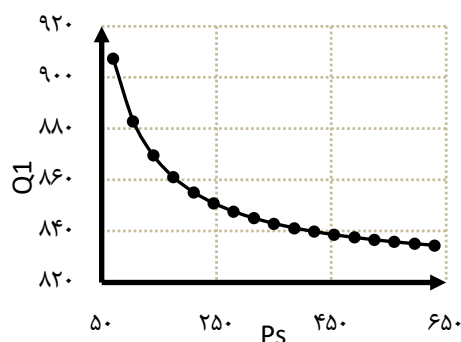


شکل ۶: تغییرات قیمت فروش توزیع کننده نسبت به قیمت فروش تامین کننده

یکی از موارد دیگری که مورد بررسی قرار گرفته است تغییرات قیمت فروش توزیع کننده نسبت به تغییرات قیمت فروش تامین کننده است. همانطور که در جدول (۲) و در شکل (۶) مشخص است با افزایش قیمت فروش تامین کننده، قیمت فروش توزیع کننده نیز افزایش می یابد که دلیل این امر این است توزیع کننده برای اینکه سود داشته باشد باید قیمتی بالاتر از قیمت تامین کننده تعیین کند. زیرا توزیع کننده هزینه ای برای نگهداری و سفارش محصول پرداخت می کند که این هزینه ها به هزینه خرید محصول توسط توزیع کننده اضافه می شود. به همین دلیل اگر تامین کننده قیمت خود را کاهش دهد، توزیع کننده نیز قیمت فروش خود را کاهش می دهد. بر اساس نتایج بدست آمده بر اساس مسئله مورد بررسی، قیمت فروش توزیع کننده رابطه ای خطی با قیمت فروش تامین کننده دارد.



شکل ۸: تغییرات قیمت فروش تامین کننده بر طول دوره فروش توزیع کننده



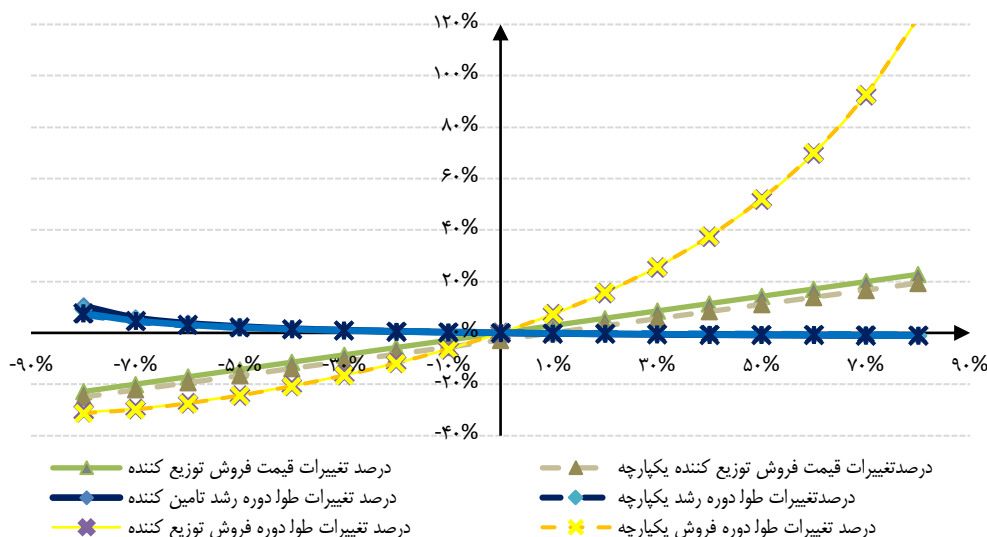
شکل ۷: تغییرات قیمت فروش تامین کننده بر سفارش توزیع کننده

در ادامه در بخش تعریف مسئله اشاره شده است که رابطه ای مقدار سفارش توزیع کننده، ارتباط مستقیم با تقاضای محصول دارد. به این معنا که با افزایش قیمت فروش توزیع کننده، مقدار تقاضا کاهش و در نتیجه مقدار سفارش توزیع کننده کاهش می یابد. همانطور که در شکل (۷) مشخص است با افزایش قیمت فروش تامین کننده، مقدار سفارش توزیع کننده روند کاهشی جزئی داشته است. این نتیجه منطقی است زیرا با افزایش قیمت تامین کننده، هزینه خرید محصول توزیع کننده افزایش یافته است و رفتار منطقی جهت به تعادل رساندن هزینه ها و همچنین کاهش هزینه نگهداری، کاهش میزان سفارش است.

مطابق با جدول (۲) و شکل (۸) افزایش قیمت فروش تامین کننده باعث افزایش طول دوره فروش توزیع کننده می گردد. طبق فرض مسئله تقاضای توزیع کننده ثابت نیست و وابسته به قیمت فروش توزیع کننده است. رابطه ای طول دوره فروش محصول بصورت  $T_r = Q_1 / (\alpha - \beta \times P_r)$  است و همچنین با توجه به شکل (۷) و روند کاهشی بسیار جزئی مقدار سفارش توزیع کننده، اثر مستقیمی بر کاهش جزئی طول دوره فروش می گذارد اما طبق تابع تقاضای توزیع کننده که بصورت  $(\alpha - \beta \times P_r)$  است افزایش قیمت فروش توزیع کننده

باعث کاهش تقاضای توزیع‌کننده می‌گردد که همین امر باعث افزایش طول دوره فروش محصول می‌شود.

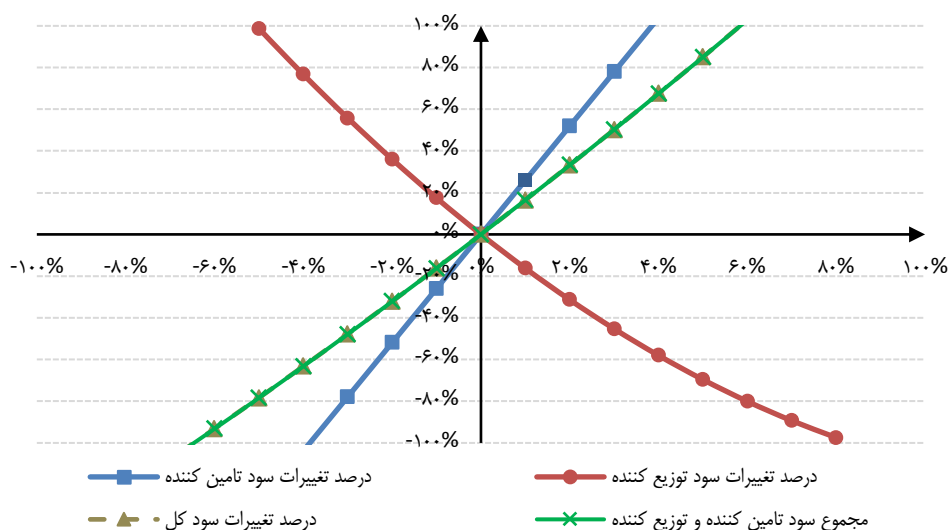
در شکل (۹) درصد تغییرات در متغیرهای مسئله را نشان می‌دهد که با توجه به درصد تغییرات قیمت‌های مختلف فروش تامین‌کننده رخ می‌دهد. قابل ذکر است که در تمامی ارقام باقی‌مانده، تغییرات به دست آمده از مدل بصورت غیریکپارچه با خطوط پیوسته گزارش شده و تغییرات بدست آمده از مدل بصورت یکپارچه با خطوط چین ترسیم شده است تا بینش بهتری حاصل شود.



شکل ۹. درصد تغییرات متغیرهای مسئله نسبت به قیمت فروش تامین‌کننده

از شکل (۹) این نتایج بدست آمده است که تغییر در قیمت فروش تامین‌کننده منجر به تغییر یکسان در همه متغیرهای تصمیم نه تنها در حالت غیریکپارچه بلکه در حالت یکپارچه می‌شود. با افزایش مبلغ قیمت فروش تامین‌کننده، قیمت فروش توزیع‌کننده در هر دو حالت با یک شدت افزایش می‌یابد. بطوریکه با افزایش ۸۰ درصدی قیمت فروش توسط تامین‌کننده، قیمت فروش توزیع‌کننده تقریباً ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. همچنین نرخ افزایش قیمت فروش توزیع‌کننده در شیب تندتری نسبت به کاهش قیمت فروش تامین‌کننده افزایش می‌یابد. با توجه به رابطه‌ی غیرمستقیم طول دوره فروش با قیمت فروش توزیع‌کننده و در نظر گرفتن نرخ افزایش قیمت فروش توزیع‌کننده، طول دوره فروش در هر دو حالت حل مسئله، با شدت بیشتری افزایش می‌یابد. همانطور که در شکل (۹) مشخص است با افزایش ۲۰ درصدی قیمت فروش توزیع‌کننده ناشی از افزایش قیمت فروش تامین‌کننده، طول دوره رشد ۱۲۰ درصد افزایش یافته است که به نسبت بقیه متغیرها با شیب بیشتر و صعودی‌تری تغییر کرده است. در ادامه، هنگامی که قیمت فروش تامین‌کننده افزایش می‌یابد، همانطور که در تحلیل حساسیت طول دوره رشد محصول نسبت به قیمت فروش تامین‌کننده توضیح داده شد، تامین‌کننده سعی می‌کند دوره‌ی رشد کاهش جزیی را شامل شود که نمودار درصد تغییرات آن در شکل (۹) رسم شده است. با توجه تابع تقاضای توزیع‌کننده که با افزایش قیمت تقاضا کاهش می‌یابد همین امر باعث کاهش جزیی مقدار سفارش می‌شود. کاهش مقدار سفارش با شیب کمتری نسبت به افزایش آن انجام می‌پذیرد.

شکل (۱۰) درصد تغییرات سود کل تامین‌کننده و توزیع‌کننده را در حالت یکپارچه و غیریکپارچه نسبت به درصد تغییرات قیمت فروش تامین‌کننده نشان می‌دهد. همانطور که در شکل مشخص است تغییرات سود تامین‌کننده به دلیل افزایش درآمد که ناشی از فروش مقدار ثابت محصول با قیمت بالاتر است، روند صعودی دارد اما در مقابل تغییرات سود توزیع‌کننده، به دلیل کاهش تقاضا که ناشی از افزایش قیمت فروش است روند نزولی دارد. همچنین نرخ افزایش سود تامین‌کننده بیشتر از نرخ کاهش توزیع‌کننده می‌باشد که در شکل (۱۰) واضح است.



شکل ۱۰. درصد تغییرات سود هر زنجیره نسبت به قیمت فروش تامین کننده

## تحلیل حساسیت تعداد اقلام خریداری شده در ابتدای دوره

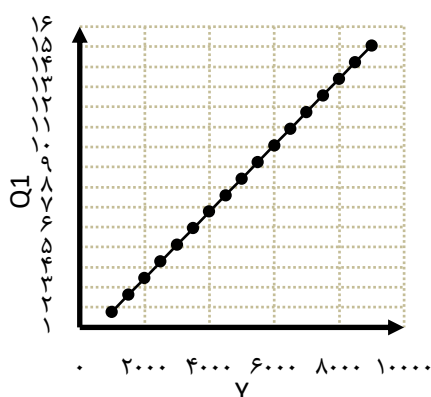
در این قسمت برای تحلیل حساسیت تغییرات قیمت فروش توزیع کننده، طول دوره رشد و فروش محصول، سود تامین کننده و توزیع کننده و مجموع سود آنها نسبت به تعداد اقلام خریداری شده در ابتدای دوره توسط تامین کننده مورد بررسی قرار گرفته است و نتایج حاصل در جدول (۴) نشان داده شده است. تحلیل حساسیت برای دو حالت یکپارچه و غیریکپارچه بررسی شده است. به این صورت که در حالت غیریکپارچه تامین کننده ابتدا اقدام به تغییر تعداد اقلام خریداری شده می کند و طول دوره رشد محصول و سود کل تامین کننده بدست می آید در مرحله بعد توزیع کننده با طول دوره رشد بدست آمده و همچنین تعداد اقلام خریداری شده قیمت فروش و طول دوره فروش و همچنین سود کل را محاسبه می کند. اما در حالت یکپارچه بصورت همزمان تامین کننده و توزیع کننده با توجه به تعداد اقلام خریداری شده، اقدام به محاسبه متغیرهای تابع یکپارچه می کنند که نتایج در جدول (۴) آمده است.

جدول ۴. تحلیل حساسیت تعداد اقلام خریداری شده

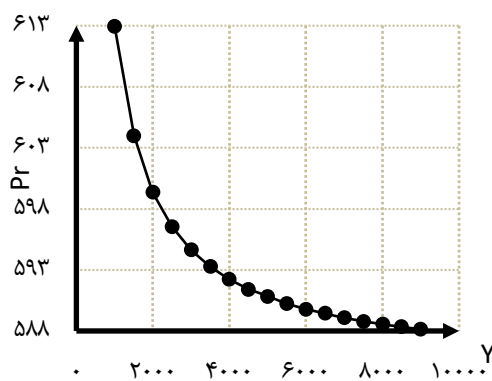
| یکپارچه       |                         |               |                                    |                    | غیریکپارچه    |                         |                     |                                    |               | تعداد اقلام در حال رشد | ردیف |                   |
|---------------|-------------------------|---------------|------------------------------------|--------------------|---------------|-------------------------|---------------------|------------------------------------|---------------|------------------------|------|-------------------|
| سود کل (هزار) | مقدار سفارش توزیع کننده | طول دوره فروش | قیمت فروش هر واحد کالا توزیع کننده | طول دوره رشد بهینه | سود کل (هزار) | مقدار سفارش توزیع کننده | طول دوره فروش محصول | قیمت فروش هر واحد کالا توزیع کننده | سود کل (هزار) |                        |      |                   |
| ۳۴۴۱۶۹۰       | ۱۸۱۰۳۷۸                 | ۰.۱۳۶         | ۶۱۲.۶                              | ۰.۱۲۶۳             | ۲۷۸۰۲۴۰       | ۱۷۸۸۹۷۲                 | ۰.۱۳۵               | ۶۱۲.۹                              | ۶۵۸۲۵۸        | ۱۰۰۰                   | ۱    | اقلام خریداری شده |
| ۴۷۶۷۳۳۰       | ۲۶۳۶۸۶۰                 | ۰.۱۹۱         | ۶۰۳.۹                              | ۰.۱۲۱۸             | ۲۹۵۹۳۱۰       | ۲۶۲۳۳۲۳                 | ۰.۱۹۰               | ۶۰۳.۹                              | ۱۸۰۷۳۶۰       | ۱۵۰۰                   | ۲    |                   |
| ۵۹۹۵۱۲۰       | ۳۴۵۹۴۸۷                 | ۰.۲۴۶         | ۵۹۹.۳                              | ۰.۱۲۰۸             | ۳۰۲۵۳۶۰       | ۳۴۵۴۷۴۸                 | ۰.۲۴۶               | ۵۹۹.۳                              | ۲۹۶۹۷۰۰       | ۲۰۰۰                   | ۳    |                   |
| ۷۱۸۰۲۴۰       | ۴۲۸۱۳۲۴                 | ۰.۳۰۱         | ۵۹۶.۵                              | ۰.۱۱۶۹             | ۳۰۴۲۸۳۰       | ۴۲۸۵۰۳۹                 | ۰.۳۰۱               | ۵۹۶.۷                              | ۴۱۳۷۳۹۰       | ۲۵۰۰                   | ۴    |                   |
| ۸۳۴۲۹۰۰       | ۵۱۰۳۰۹۸                 | ۰.۳۵۶         | ۵۹۴.۶                              | ۰.۱۱۵۹             | ۳۰۳۴۹۵۰       | ۵۱۱۴۷۰۷                 | ۰.۳۵۷               | ۵۹۴.۶                              | ۵۳۰۷۷۶۰       | ۳۰۰۰                   | ۵    |                   |
| ۹۵۱۵۴۴۰       | ۵۹۲۴۹۹۷                 | ۰.۴۱۱         | ۵۹۴.۶                              | ۰.۱۱۵۵             | ۳۰۱۲۱۹۰       | ۵۹۴۴۰۱۲                 | ۰.۴۱۲               | ۵۹۳.۲                              | ۶۴۷۹۶۷۰       | ۳۵۰۰                   | ۶    |                   |
| ۱۰۶۳۳۲۰۰      | ۶۷۴۷۰۰۰                 | ۰.۴۶۶         | ۵۹۲.۲                              | ۰.۱۱۴۸             | ۲۹۷۹۹۳۰       | ۶۷۷۳۰۳۶                 | ۰.۴۶۸               | ۵۹۲.۲                              | ۷۶۵۲۵۶۰       | ۴۰۰۰                   | ۷    |                   |
| ۱۱۷۶۸۳۰۰      | ۷۵۶۹۰۸۴                 | ۰.۵۲۱         | ۵۹۱.۴                              | ۰.۱۱۴۵             | ۲۹۴۱۱۳۰       | ۷۶۰۱۹۲۷                 | ۰.۵۲۳               | ۵۹۱.۴                              | ۸۸۲۶۰۹۰       | ۴۵۰۰                   | ۸    |                   |
| ۱۲۸۹۹۳۰۰      | ۸۳۹۱۳۵۱                 | ۰.۵۷۶         | ۵۹۰.۷                              | ۰.۱۱۴۲             | ۲۹۰۶۱۵۰       | ۸۴۳۰۶۴۳                 | ۰.۵۷۹               | ۵۹۰.۷                              | ۱۰۰۰۰۱۰۰      | ۵۰۰۰                   | ۹    |                   |
| ۱۱۸۰۷۵۰۰      | ۹۲۱۳۶۴۳                 | ۰.۶۳۱         | ۵۹۰.۲                              | ۰.۱۱۴۰             | ۲۸۵۱۴۰۰       | ۹۲۵۹۳۲۳                 | ۰.۶۳۴               | ۵۹۰.۲                              | ۱۱۱۷۴۴۰۰      | ۵۵۰۰                   | ۱۰   |                   |
| ۱۵۱۵۳۰۰۰      | ۱۰۰۳۶۱۰۱                | ۰.۶۸۶         | ۵۸۹.۸                              | ۰.۱۱۳۸             | ۲۸۰۱۴۹۰       | ۱۰۰۸۷۸۵۶                | ۰.۶۹۰               | ۵۸۹.۷                              | ۱۲۳۴۹۰۰۰      | ۶۰۰۰                   | ۱۱   |                   |
| ۱۶۲۷۶۹۰۰      | ۱۰۸۵۸۵۲۷                | ۰.۷۴۱         | ۵۸۹.۴                              | ۰.۱۱۳۶             | ۲۶۹۸۶۱۰       | ۱۰۹۱۶۴۶۶                | ۰.۷۴۵               | ۵۸۹.۴                              | ۱۳۵۲۳۸۰۰      | ۶۵۰۰                   | ۱۲   |                   |

| یکپارچه       |                         |               |                                    |                    | غیر یکپارچه            |                         |                     |                                    |                        | تعداد اقلام در حال رشد | ردیف |    |
|---------------|-------------------------|---------------|------------------------------------|--------------------|------------------------|-------------------------|---------------------|------------------------------------|------------------------|------------------------|------|----|
| سود کل (هزار) | مقدار سفارش توزیع کننده | طول دوره فروش | قیمت فروش هر واحد کالا توزیع کننده | طول دوره رشد بهینه | سود توزیع کننده (هزار) | مقدار سفارش توزیع کننده | طول دوره فروش محصول | قیمت فروش هر واحد کالا توزیع کننده | سود تامین کننده (هزار) | طول دوره رشد بهینه     |      |    |
| ۱۷۳۹۹۵۰۰      | ۱۰۶۸۱۰۵۷                | ۰.۷۹۰         | ۵۸۹.۱                              | ۰.۱۱۳۵             | ۲۶۹۷۸۸۰                | ۱۱۷۴۴۹۶۱                | ۰.۸۰۱               | ۵۸۹.۱                              | ۱۴۶۹۸۷۰۰               | ۰.۱۱۴۲                 | ۷۰۰۰ | ۱۳ |
| ۱۸۵۲۰۹۰۰      | ۱۲۵۰۳۵۷۹                | ۰.۸۵۲         | ۵۸۸.۸                              | ۰.۱۱۳۴             | ۲۶۵۴۲۲۰                | ۱۲۵۷۳۴۳۰                | ۰.۸۵۶               | ۵۸۸.۸                              | ۱۵۸۱۷۳۷۰۰              | ۰.۱۱۴۱                 | ۷۵۰۰ | ۱۴ |
| ۱۹۶۴۱۴۰۰      | ۱۳۳۲۶۲۵۷                | ۰.۹۰۷         | ۵۸۸.۵                              | ۰.۱۱۳۳             | ۲۵۸۹۲۲۰                | ۱۳۴۰۱۷۷۱                | ۰.۹۱۲               | ۵۸۸.۵                              | ۱۷۰۴۸۹۰۰               | ۰.۱۱۴۰                 | ۸۰۰۰ | ۱۵ |
| ۲۰۷۶۱۲۰۰      | ۱۴۱۴۸۸۴۱                | ۰.۹۶۲         | ۵۸۸.۳                              | ۰.۱۱۳۲             | ۲۵۳۴۱۷۰                | ۱۴۲۳۰۲۳۶                | ۰.۹۶۸               | ۵۸۸.۳                              | ۱۸۲۳۴۱۰۰               | ۰.۱۱۳۹                 | ۸۵۰۰ | ۱۶ |
| ۲۱۸۸۰۳۰۰      | ۱۴۹۷۱۵۶۶                | ۱.۰۱          | ۵۸۸.۱                              | ۰.۱۱۳۱             | ۲۴۷۷۱۷۰                | ۱۵۰۵۸۵۸۴                | ۱.۰۳۵               | ۵۸۸.۱                              | ۱۹۳۹۹۴۰۰               | ۰.۱۱۳۸                 | ۹۰۰۰ | ۱۷ |

همانطور که در جدول (۴) و شکل (۱۱) مشخص است با افزایش تعداد اقلام خریداری شده، طول دوره‌ی رشد اقلام کاهش بسیار جزیی می‌یابد که علت تغییر جزیی آن در تحلیل‌های قبل (تحلیل حساسیت قیمت فروش تامین کننده) توضیح داده شده است. براساس جدول (۴) و شکل (۱۱) با افزایش تعداد اقلام خریداری شده، قیمت فروش توزیع کننده روند کاهشی جزیی دارد. دلیل این امر را می‌توان اینگونه بیان کرد که افزایش اقلام خریداری شده باعث افزایش مقدار سفارش و این افزایش باعث افزایش عرضه می‌شود که با توجه به ثابت بودن پتانسیل بازار، در نهایت منجر به کاهش یافتن قیمت فروش می‌شود.

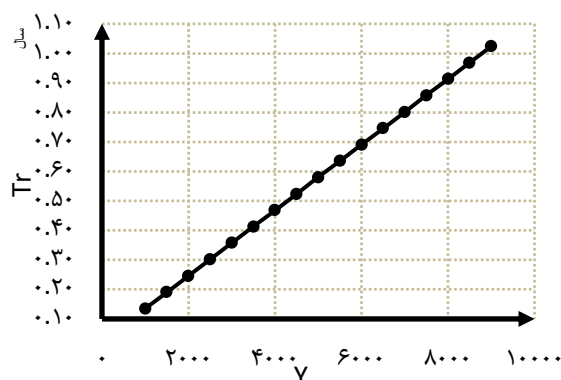


شکل ۱۱. تغییرات تعداد اقلام در حال رشد بر سفارش توزیع کننده



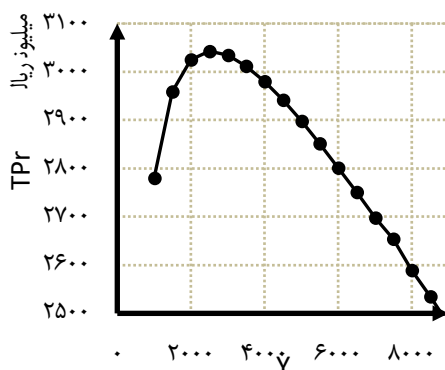
شکل ۱۲. تغییرات تعداد اقلام در حال رشد بر قیمت فروش توزیع کننده

طبق شکل (۱۱) توضیح داده شد که قیمت فروش توزیع کننده کاهش می‌یابد. با در نظر گرفتن تابع تقاضای توزیع کننده که نسبت به قیمت فروش رابطه‌ای معکوس دارد این کاهش قیمت باعث افزایش تقاضا می‌شود که همین امر باعث افزایش یافتن مقدار سفارش توزیع کننده می‌شود که در شکل (۱۲) نشان داده شده است. همچنین با افزایش تعداد اقلام خریداری شده، طول دوره‌ی رشد اقلام کاهش جزیی می‌یابد که علت تغییر جزیی آن در تحلیل قیمت فروش تامین کننده توضیح داده شده است. با توجه به اینکه تابع مقدار سفارش توزیع کننده که بصورت  $Q_1 = (y \times A_1) / (1 + b \times e^{-K \times T_s})$  بدست آمده است و طبق تابع مشخص است که مقدار سفارش نسبت به طول دوره‌ی رشد و تعداد اقلام روند افزایشی و مستقیم دارد. با توجه به شکل درصد تغییرات، کاهش بسیار کم طول دوره رشد تأثیری چندانی بر مقدار سفارش توزیع کننده ندارد اما تغییر تعداد اقلام تأثیر مستقیم بر افزایش مقدار سفارش دارد و باعث افزایش مقدار سفارش توزیع کننده می‌شود.



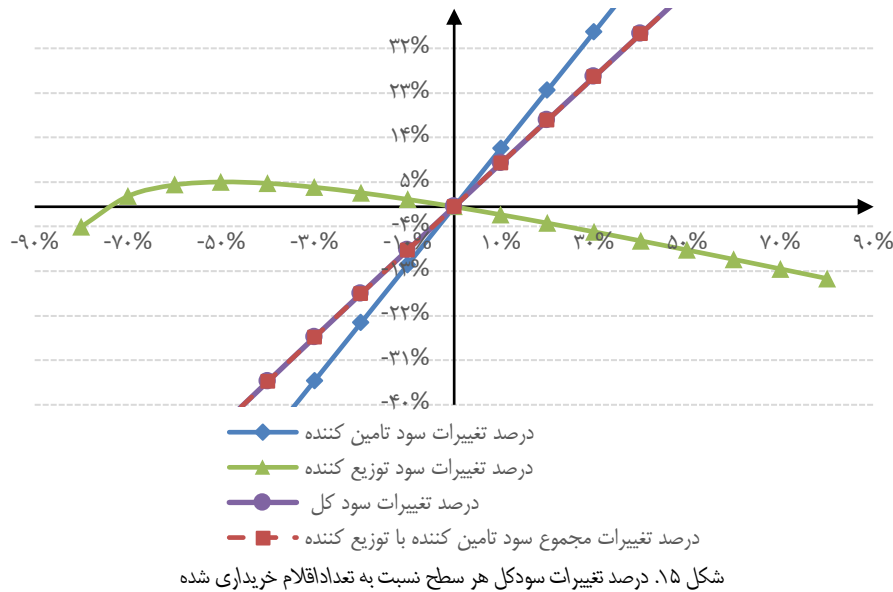
شکل ۱۳. تغییرات تعداد اقلام در حال رشد بر طول دوره فروش

طبق رابطه‌ی طول دوره فروش محصول که به صورت  $T_r = Q_1 / (\alpha - \beta \times P_r)$  محاسبه شده است طول دوره فروش به قیمت فروش و مقدار سفارش وابسته است. در این تحلیل کاهش جزئی قیمت فروش توزیع‌کننده که ناشی از افزایش تعداد اقلام خریداری شده است تأثیری چندانی بر طول دوره فروش ندارد اما افزایش صعودی مقدار سفارش توزیع‌کننده بطور مستقیم بر طول دوره فروش تأثیر می‌گذارد و باعث افزایش آن می‌شود بطوریکه با افزایش تعداد اقلام به ۹۰۰۰ واحد، طول دوره فروش به بیشتر از ۱ سال افزایش می‌یابد که در شکل (۱۳) نشان داده شده است.

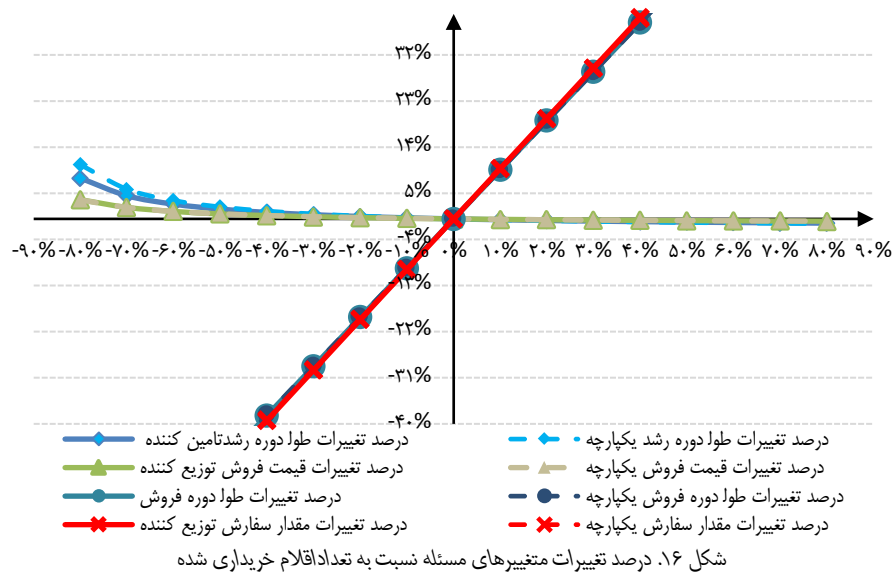


شکل ۱۴. تغییرات تعداد اقلام در حال رشد بر سود توزیع‌کننده

شکل (۱۴) سود توزیع‌کننده را نشان می‌دهد که در ابتدا روند افزایشی سپس روند کاهشی داشته است. در شکل (۱۵) درصد تغییرات اقلام خریداری شده بر سود تأمین‌کننده را نشان می‌دهد. در پاراگراف قبل بیان شد که با افزایش تعداد اقلام خریداری شده توسط تأمین‌کننده، مقدار سفارش توزیع‌کننده نیز افزایش می‌یابد. همین افزایش مقدار سفارش باعث افزایش یافتن سود تأمین‌کننده می‌شود. همچنین یکی دیگر از دلایل افزایش سود تأمین‌کننده، کاهش جزئی طول دوره رشد محصول در اثر افزایش اقلام خریداری شده می‌باشد. زیرا در این حالت، تأمین‌کننده در دوره زمانی کوتاه‌تر هزینه‌ی کمتری بابت رشد، پرورش و نگهداری اقلام می‌پردازد. که دلیل این امر این است که درصد تغییرات آنها نسبت به درصد تغییرات تعداد اقلام خریداری شده یکسان است. طبق شکل (۱۵) نرخ تغییر سود تأمین‌کننده در حالت غیریکپارچه نسبت به بقیه حالت‌ها بسیار تندتر است. می‌توان نتیجه گرفت که با کاهش یا افزایش تعداد اقلام خریداری شده تأمین‌کننده بیشترین تغییرات در سود خود را شامل می‌شود. این بدان معنی است که حتی اگر تعداد اقلام خریداری شده ناچیز باشد، تأمین‌کننده باز هم تغییرات جزئی در میزان سود خود احساس می‌کند.



در شکل (۱۶) مقایسه درصد تغییرات متغیرهای مسئله نسبت به تعداد اقلام خریداری شده در حالت یکپارچه و غیریکپارچه نشان می‌دهد.



طبق شکل (۱۶) و با در نظر گرفتن رابطه مستقیم تعداد اقلام خریداری شده با مقدار سفارش توزیع کننده که بصورت  $Q_1$  نوشته شده است، افزایش تعداد اقلام منجر به افزایش مقدار سفارش در هر دو حالت یکپارچه و غیریکپارچه می‌شود. بطوریکه با افزایش ۸۰ درصدی تعداد اقلام خریداری شده، مقدار سفارش توزیع کننده افزایش تقریباً ۸۰ درصدی را شامل می‌شود. در ادامه با توجه به رابطه مستقیم طول دوره فروش محصول با مقدار سفارش توزیع کننده که بصورت  $T_r$  می‌باشد، این افزایش مقدار سفارش، باعث افزایش طول دوره فروش محصول می‌شود که همانطور که در شکل مشخص است نرخ افزایش مقدار سفارش محصول و طول دوره فروش محصول تقریباً یکی است. بطوریکه افزایش ۸۰ درصدی مقدار سفارش

ناشی از افزایش تعداد اقلام باعث افزایش ۸۰ درصدی طول دوره فروش محصول می شود. با توجه به شکل (۱۶) تغییرات تعداد اقلام خریداری شده کمترین تاثیر را بر طول دوره رشد محصول و همچنین قیمت فروش توزیع کننده دارد که هر دو متغیر با افزایش تعداد اقلام روند کاهشی دارند.

### تحلیل حساسیت ضریب حساسیت تقاضا

تأثیرات تغییرات ضریب حساسیت تقاضا بر متغیرهای تصمیم و متغیرهای وابسته مسئله مانند قیمت فروش توزیع کننده، طول دوره رشد و فروش محصول، سود کل هر سطح و مقدار سفارش توزیع کننده را در جدول (۴-۷) آورده شده است. تحلیل حساسیت برای دو سطح زنجیره بصورت یکپارچه و غیریکپارچه بررسی شده است.

در تحلیل حساسیت در حالت غیریکپارچه بر خلاف تحلیل های قبلی، تغییر ضریب حساسیت تقاضا تأثیری بر طول دوره ی رشد محصول و همچنین سود کل تأمین کننده ندارد. به همین دلیل طبق جدول (۵) مقدار طول دوره رشد محصول و سود کل تأمین کننده مقدار ثابتی است. در ادامه توزیع کننده با مقدار ثابت طول دوره رشد محصول، قیمت فروش، سود کل و همچنین متغیرهای وابسته ی را محاسبه می کند. در حالت حل مسئله به روش یکپارچه با مقدار های متفاوت از ضریب حساسیت تقاضا، متغیرهای مسئله با هدف بیشینه سازی تابع سود یکپارچه تأمین کننده و توزیع کننده محاسبه می شوند.

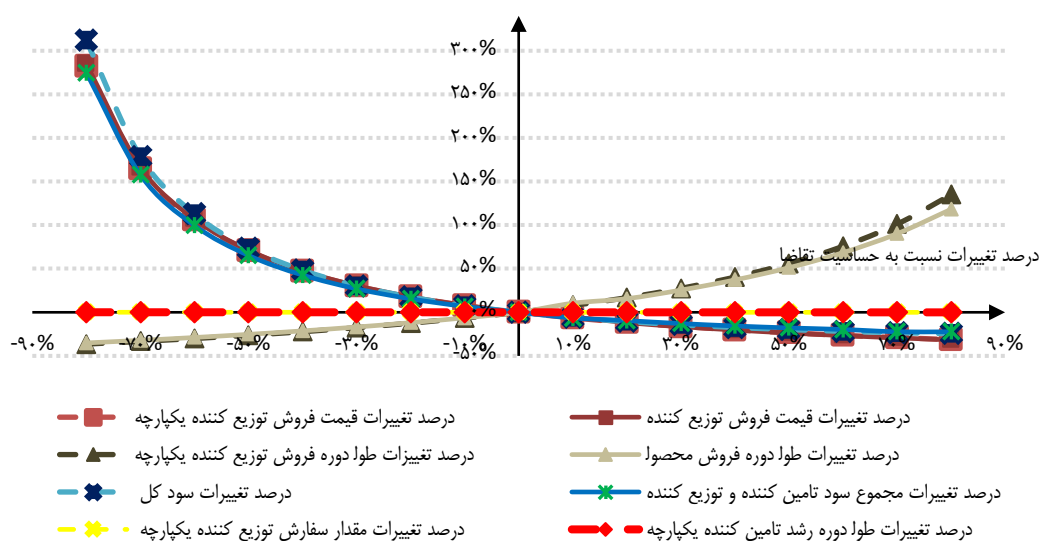
جدول ۵. تحلیل حساسیت تغییرات ضریب حساسیت تقاضا

| ردیف | نسبت قیمت تقاضا | غیر یکپارچه  |               |             |             | یکپارچه       |             |             |               |
|------|-----------------|--------------|---------------|-------------|-------------|---------------|-------------|-------------|---------------|
|      |                 | طول دوره رشد | سود کل (هزار) | توزیع کننده | مقدار سفارش | سود کل (هزار) | توزیع کننده | مقدار سفارش | سود کل (هزار) |
| ۱    | ۱۲۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۲۲۵۷.۴      | ۰.۳۶۷۹      | ۴۳۱۰۹۷۰۰      | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۳۶۶       | ۸۳۹۶۲۷۲       |
| ۲    | ۱۸۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۱۵۰۴.۹      | ۰.۳۸۷۹      | ۲۲۷۲۵۷۰۰      | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۳۸۳       | ۸۳۹۵۶۶۶       |
| ۳    | ۲۴۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۱۲۱۵.۷      | ۰.۴۰۴۹      | ۱۷۴۳۱۸۰۰      | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۴۰۳       | ۸۳۹۵۰۶۰       |
| ۴    | ۳۰۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۱۰۰۷.۴      | ۰.۴۲۶۲      | ۱۲۴۰۵۳۰۰      | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۴۲۴       | ۸۳۹۴۴۵۳       |
| ۵    | ۳۶۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۸۶۸.۵       | ۰.۴۵۰۰      | ۹۱۱۴۹۷۰       | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۴۴۸       | ۸۳۹۳۸۴۷       |
| ۶    | ۴۲۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۷۶۹.۳       | ۰.۴۷۶۶      | ۶۸۱۶۶۸۰       | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۴۷۴       | ۸۳۹۳۲۴۰       |
| ۷    | ۴۸۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۶۹۴.۹       | ۰.۵۰۶۵      | ۵۱۳۸۴۳۰       | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۵۰۴       | ۸۳۹۲۵۶۶       |
| ۸    | ۵۴۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۶۳۷.۱       | ۰.۵۴۰۴      | ۳۸۷۳۵۳۰       | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۵۳۸       | ۸۳۹۱۹۵۹       |
| ۹    | ۶۰۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۵۹۰.۸       | ۰.۵۶۵۵      | ۳۰۸۱۸۹۰       | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۵۷۶       | ۸۳۹۱۳۵۱       |
| ۱۰   | ۶۶۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۵۵۲.۸       | ۰.۶۲۴۰      | ۲۱۳۲۸۹۰       | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۶۰۴       | ۸۳۹۰۶۰۹       |
| ۱۱   | ۷۲۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۵۲۱.۳       | ۰.۶۷۶۳      | ۱۵۲۵۶۱۰       | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۶۷۳       | ۸۳۹۰۰۶۸       |
| ۱۲   | ۷۸۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۴۹۴.۶       | ۰.۷۳۸۲      | ۱۰۳۹۷۵۰       | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۷۳۴       | ۸۳۸۹۴۶۰       |
| ۱۳   | ۸۴۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۴۷۱.۷       | ۰.۸۱۲۵      | ۶۴۹۲۶۸        | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۸۰۸       | ۸۳۸۸۸۵۲       |
| ۱۴   | ۹۰۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۴۵۱.۸       | ۰.۹۰۳۵      | ۳۳۵۱۰۳۰۰      | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۰.۸۹۹       | ۸۳۸۸۲۴۴       |
| ۱۵   | ۹۶۰۰۰           | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۴۳۴.۵       | ۱.۱۷۴       | ۸۲۹۴۲۲۰۰      | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۱.۱۲۴       | ۸۳۸۷۵۶۸       |
| ۱۶   | ۱۰۲۰۰۰          | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۴۱۹.۱       | ۱.۱۶۴       | ۱۱۸۱۵۷۰۰۰     | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۱.۱۱۵       | ۸۳۸۶۹۵۹       |
| ۱۷   | ۱۰۸۰۰۰          | ۰.۱۱۴۸۳      | ۱۰۰۰۰         | ۴۰۵.۵       | ۱.۳۶۰       | ۲۷۶۷۰۴۰۰۰     | ۸۲۹۷۶۴۲     | ۱.۳۵۳       | ۸۳۸۶۳۵۰       |

در این قسمت همانطور که در جدول (۵) مشخص است با افزایش ضریب حساسیت تقاضا نسبت به قیمت، قیمت فروش توزیع کننده کاهش می یابد اما درصد تغییرات ضریب حساسیت تقاضا نسبت به قیمت فروش بیشتر است و به همین دلیل تقاضای توزیع کننده کاهش می -

باید که باعث می‌شود مقدار سفارش توزیع‌کننده کاهش جزئی شامل شود. در ادامه، با افزایش ضریب حساسیت تقاضا و تأثیر مستقیم آن بر طول دوره فروش، مدت زمان فروش محصول افزایش می‌یابد. این موضوع با استناد به رابطه‌ی طول دوره فروش قابل تبیین است. همچنین، همان‌طور که در تحلیل قیمت فروش توزیع‌کننده بیان شد، افزایش ضریب حساسیت تقاضا موجب کاهش قیمت فروش می‌شود که انتظار می‌رود کاهش طول دوره رشد را به همراه داشته باشد. اما از آنجا که میزان تغییرات ضریب حساسیت تقاضا نسبت به تغییرات قیمت فروش بیشتر است، تأثیر آن غالب شده و در نهایت، طول دوره فروش افزایش می‌یابد.

شکل (۱۷) درصد تغییرات قیمت فروش توزیع‌کننده، طول دوره فروش محصول، مقدار سفارش توزیع‌کننده و همچنین سود کل در هر دو حالت یکپارچه و غیریکپارچه نسبت به تغییرات پارامتر حساسیت تقاضا به قیمت را نشان می‌دهد. طبق شکل (۱۷) قیمت فروش توزیع‌کننده و متعاقباً طول دوره فروش محصول و همچنین سود کل در هر دو حالت یکپارچه و غیریکپارچه شامل تغییرات بیشتری شده‌اند. به این صورت که هر چقدر پارامتر حساسیت تقاضا نسبت به قیمت افزایش پیدا کرده است قیمت فروش توزیع‌کننده چه در حالت یکپارچه و چه غیریکپارچه کاهش پیدا کرده است که امر بدیهی است. طبق شکل (۱۷) نرخ افزایش طول دوره فروش محصول زمانی که حساسیت تقاضا افزایش پیدا می‌کند با شیب بیشتری نسبت به حالت کاهش حساسیت تقاضا، افزایش می‌یابد. این افزایش طول دوره فروش، باعث افزایش هزینه نگهداری برای تأمین‌کننده می‌شود. همچنین اشاره شد قیمت فروش در اثر افزایش حساسیت تقاضا کاهش می‌یابد که همین عوامل باعث کاهش سود کل توزیع‌کننده در حالت غیریکپارچه می‌شود.



شکل ۱۷. درصد تغییرات متغیرهای مسئله نسبت به حساسیت تقاضا

### تحلیل حساسیت درصد تخفیف تأمین‌کننده

آخرین مرحله تحلیل حساسیت مدل توزیع‌کننده، تغییرات قیمت فروش توزیع‌کننده، طول دوره فروش و رشد محصول، سود هر زنجیره هم در حالت یکپارچه و هم در حالت غیریکپارچه نسبت به درصد تخفیف تأمین‌کننده را بر جواب بهینه مسئله مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصل در جدول (۶) نشان داده شده است. شکل (۱۸) درصد تغییرات متغیرهای مسئله را در برابر تغییرات درصد تخفیف تأمین‌کننده نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش درصد تخفیف موجب کاهش جزئی قیمت فروش توزیع‌کننده در هر دو رویکرد مسئله می‌شود که نتیجه‌ای منطقی است. با توجه به رابطه‌ی مستقیم بین قیمت فروش و طول دوره فروش، این کاهش قیمت منجر به کاهش طول دوره فروش شده و در نتیجه، هزینه‌های نگهداری توزیع‌کننده کاهش می‌یابد. در نهایت، این عوامل موجب افزایش سود توزیع‌کننده می‌شوند. همچنین،

همان‌طور که در شکل (۱۸) مشاهده می‌شود، نرخ افزایش سود توزیع‌کننده در اثر افزایش درصد تخفیف، به‌مراتب بیشتر از سایر پارامترها است. به‌طوری‌که با افزایش ۸۰ درصدی تخفیف، سود توزیع‌کننده تقریباً ۸ درصد افزایش می‌یابد. از سوی دیگر، همان‌طور که انتظار می‌رفت، افزایش میزان تخفیف تأمین‌کننده منجر به کاهش جزئی سود وی می‌شود. باین‌حال، نرخ کاهش سود تأمین‌کننده بسیار ناچیز است که این امر نیز در شکل (۱۸) قابل مشاهده است.

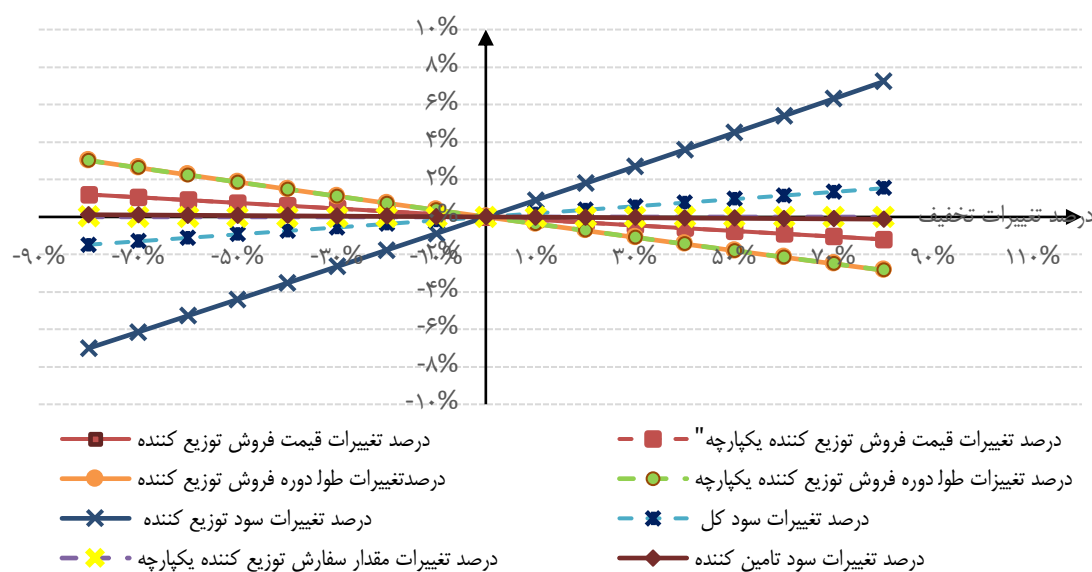
جدول ۶. تحلیل حساسیت درصد تخفیف تأمین‌کننده

| تغییرات هزینه نگهداری توزیع کننده | ردیف | درصد تخفیف | غیر یکپارچه  |                        |                  |                   |               |                              | یکپارچه                |              |                        |                  |                   |
|-----------------------------------|------|------------|--------------|------------------------|------------------|-------------------|---------------|------------------------------|------------------------|--------------|------------------------|------------------|-------------------|
|                                   |      |            | طول دوره رشد | سود تامین کننده (هزار) | کالا توزیع کننده | قیمت فروش هر واحد | طول دوره فروش | مقدار سفارش توزیع -<br>کننده | سود توزیع کننده (هزار) | طول دوره رشد | سود تامین کننده (هزار) | کالا توزیع کننده | قیمت فروش هر واحد |
|                                   | ۱    | ۰.۱        | ۰.۱۱۴۸۴۶     | ۱۰۰۱۲۰۰۰               | ۵۹۷.۸            | ۰.۵۹۶             | ۸۴۳۱۵۰۳       | ۲۶۹۴۸۴۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۹۷.۸        | ۰.۵۹۳                  | ۸۳۹۱۸۲۳          | ۱۲۷۰۸۰۰۰          |
|                                   | ۲    | ۰.۱۵       | ۰.۱۱۴۸۴۵     | ۱۰۰۱۰۵۰۰               | ۵۹۶.۹            | ۰.۵۹۴             | ۸۴۳۱۴۳۷       | ۲۷۱۹۹۰۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۹۶.۹        | ۰.۵۹۱                  | ۸۳۹۱۷۵۶          | ۱۲۷۳۱۶۰۰          |
|                                   | ۳    | ۰.۲        | ۰.۱۱۴۸۴۳     | ۱۰۰۰۹۰۰۰               | ۵۹۶              | ۰.۵۹۲             | ۸۴۳۱۳۰۴       | ۲۷۴۵۰۶۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۹۶.۱        | ۰.۵۸۹                  | ۸۳۹۱۶۸۸          | ۱۲۷۵۵۳۰۰          |
|                                   | ۴    | ۰.۲۵       | ۰.۱۱۴۸۴۱     | ۱۰۰۰۷۵۰۰               | ۵۹۵.۱            | ۰.۵۹              | ۸۴۳۱۱۷۲       | ۲۷۷۰۳۲۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۹۵.۵        | ۰.۵۸۷                  | ۸۳۹۱۶۲۱          | ۱۲۷۷۹۰۰۰          |
|                                   | ۵    | ۰.۳        | ۰.۱۱۴۸۴۰     | ۱۰۰۰۶۰۰۰               | ۵۹۴.۳            | ۰.۵۸۷             | ۸۴۳۱۱۰۶       | ۲۷۹۵۶۶۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۹۴.۳        | ۰.۵۸۵                  | ۸۳۹۱۵۵۳          | ۱۲۸۰۲۹۰۰          |
|                                   | ۶    | ۰.۳۵       | ۰.۱۱۴۸۳۸     | ۱۰۰۰۴۵۰۰               | ۵۹۳.۴            | ۰.۵۸۵             | ۸۴۳۰۹۷۴       | ۲۸۲۱۱۰۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۹۳.۴        | ۰.۵۸۳                  | ۸۳۹۱۴۸۶          | ۱۲۸۲۶۹۰۰          |
|                                   | ۷    | ۰.۴        | ۰.۱۱۴۸۳۶     | ۱۰۰۰۳۱۰۰               | ۵۹۲.۵            | ۰.۵۸۳             | ۸۴۳۰۸۴۱       | ۲۸۴۶۶۴۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۹۲.۵        | ۰.۵۸۰                  | ۸۳۹۱۴۴۵          | ۱۲۸۵۰۹۰۰          |
|                                   | ۸    | ۰.۴۵       | ۰.۱۱۴۸۳۵     | ۱۰۰۰۱۶۰۰               | ۵۹۱.۶            | ۰.۵۸۱             | ۸۴۳۰۷۷۵       | ۲۸۷۲۲۷۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۹۱.۶        | ۰.۵۸۰                  | ۸۳۹۱۴۱۸          | ۱۲۸۷۵۱۰۰          |
|                                   | ۹    | ۰.۵        | ۰.۱۱۴۸۳۳     | ۱۰۰۰۱۰۰۰               | ۵۹۰.۷            | ۰.۵۷۹             | ۸۴۳۰۶۴۳       | ۲۸۹۸۰۰۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۹۰.۷        | ۰.۵۷۶                  | ۸۳۹۱۳۵۱          | ۱۲۸۸۹۳۰۰          |
|                                   | ۱۰   | ۰.۵۵       | ۰.۱۱۴۸۳۱     | ۹۹۹۸۶۰۰                | ۵۸۹.۸            | ۰.۵۷۷             | ۸۴۳۰۵۱۱       | ۲۹۲۳۸۱۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۸۹.۹        | ۰.۵۷۴                  | ۸۳۹۱۲۸۳          | ۱۲۹۲۳۶۰۰          |
|                                   | ۱۱   | ۰.۶        | ۰.۱۱۴۸۳۰     | ۹۹۹۷۱۲۰                | ۵۸۸.۹            | ۰.۵۷۵             | ۸۴۳۰۴۴۴       | ۲۹۴۹۷۲۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۸۹          | ۰.۵۷۲                  | ۸۳۹۱۲۱۶          | ۱۲۹۴۸۰۰۰          |
|                                   | ۱۲   | ۰.۶۵       | ۰.۱۱۴۸۲۸     | ۹۹۹۵۶۳۰                | ۵۸۸.۱            | ۰.۵۷۲             | ۸۴۳۰۳۱۲       | ۲۹۷۵۷۳۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۸۸.۱        | ۰.۵۷۰                  | ۸۳۹۱۱۴۸          | ۱۲۹۷۲۶۰۰          |
|                                   | ۱۳   | ۰.۷        | ۰.۱۱۴۸۲۶     | ۹۹۹۴۱۵۰                | ۵۸۷.۲            | ۰.۵۷              | ۸۴۳۰۱۸۰       | ۳۰۰۱۸۳۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۸۷.۲        | ۰.۵۶۸                  | ۸۳۹۱۰۸۱          | ۱۲۹۹۷۲۰۰          |
|                                   | ۱۴   | ۰.۷۵       | ۰.۱۱۴۸۲۵     | ۹۹۹۲۶۷۰                | ۵۸۶.۳            | ۰.۵۶۸             | ۸۴۳۰۱۱۴       | ۳۰۲۸۰۲۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۸۶.۳        | ۰.۵۶۶                  | ۸۳۹۱۰۴۰          | ۱۳۰۲۱۹۰۰          |
|                                   | ۱۵   | ۰.۸        | ۰.۱۱۴۸۲۳     | ۹۹۹۱۱۸۰                | ۵۸۵.۴            | ۰.۵۶۶             | ۸۴۲۹۹۸۱       | ۳۰۵۴۳۱۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۸۵.۴        | ۰.۵۶۴                  | ۸۳۹۱۰۱۳          | ۱۳۰۴۶۷۰۰          |
|                                   | ۱۶   | ۰.۸۵       | ۰.۱۱۴۸۲۱     | ۹۹۸۹۷۰۰                | ۵۸۴.۵            | ۰.۵۶۴             | ۸۴۲۹۸۴۹       | ۳۰۸۰۶۹۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۸۴.۵        | ۰.۵۶۲                  | ۸۳۹۰۹۴۶          | ۱۳۰۷۱۶۰۰          |
|                                   | ۱۷   | ۰.۹        | ۰.۱۱۴۸۲۰     | ۹۹۸۸۲۲۰                | ۵۸۳.۶            | ۰.۵۶۲             | ۸۴۲۹۷۸۳       | ۳۱۰۷۱۶۰                      | ۰.۱۱۴۲                 | ۵۸۳.۷        | ۰.۵۶۰                  | ۸۳۹۰۸۷۸          | ۱۳۰۹۶۶۰۰          |

برای بهبود کارایی و سودآوری در صنعت پرورش مرغ، دست‌اندرکاران می‌توانند از راهکارهای زیر استفاده کنند. ابتدا، انتخاب نژادهایی با وزن مناسب در زمان کشتار، مانند نژادهایی که در ۶ تا ۸ هفته به حدود ۲ کیلوگرم می‌رسند، توصیه می‌شود. این نژادها تعادل خوبی بین سرعت رشد و هزینه خوراک ایجاد می‌کنند. همچنین، تنظیم برنامه غذایی با جیره‌های پرپروتئین در هفته‌های اول و جیره‌های متعادل در مراحل بعدی، به رسیدن به وزن هدف کمک می‌کند. وزن مرغ‌ها باید به‌صورت هفتگی بررسی شود تا هرگونه مشکل در رشد به‌سرعت شناسایی شود.

برای کوتاه‌تر کردن دوره پرورش و افزایش تعداد دوره‌های تولید در سال، استفاده از خوراک با کیفیت بالا، مانند جیره‌های حاوی اسیدهای آمینه و مکمل‌های ویتامینی، ضروری است. حفظ شرایط مناسب سالن، از جمله دمای ۲۶ تا ۲۸ درجه سانتی‌گراد در هفته‌های اولیه، رطوبت ۵۰ تا ۷۰ درصد، و تهویه خوب، استرس را کاهش داده و رشد را تسریع می‌کند. افزودن مکمل‌های ایمن مانند پروبیوتیک‌ها نیز می‌تواند هضم خوراک را بهبود بخشد و دوره پرورش را به حدود ۴۲ تا ۴۵ روز کاهش دهد. زمان‌بندی کشتار باید با دقت برنامه‌ریزی شود تا مرغ‌ها در وزن بهینه (حدود ۲ کیلوگرم) و در زمان مناسب به بازار عرضه شوند. بررسی وزن مرغ‌ها هر چند روز یک‌بار و هماهنگی با دوره‌های پرتقاضا، مانند مناسبت‌ها، می‌تواند سود را افزایش دهد. همچنین، تحلیل نیازهای بازار محلی و تنظیم قیمت فروش بر اساس تقاضای فصلی به کاهش

نوسانات درآمد کمک می‌کند. عرضه محصولات متنوع، مانند گوشت تازه و فرآوری شده (ناگت یا بسته‌بندی)، و قراردادهای بلندمدت با خریداران عمده، مانند رستوران‌ها، ریسک‌های بازار را کم می‌کند. استفاده از فناوری‌های ساده، مانند نرم‌افزارهای مدیریت مزرعه برای ثبت داده‌های وزن، خوراک، و هزینه‌ها، تصمیم‌گیری را دقیق‌تر می‌کند. این ابزارها به پیش‌بینی زمان مناسب کشتار و بهینه‌سازی هزینه‌ها کمک می‌کنند. در نهایت، برگزاری دوره‌های آموزشی برای پرورش‌دهندگان در زمینه تغذیه، مدیریت سالن، و روش‌های نوین پرورش، مهارت کارکنان را ارتقا می‌دهد. ایجاد شبکه‌های محلی برای به‌اشتراک‌گذاری تجربه‌ها نیز به بهبود روش‌های پرورش کمک می‌کند. این راهکارها به پرورش‌دهندگان و مدیران امکان می‌دهد تولید پایدارتر و سود بیشتری داشته باشند.



شکل ۱۸. درصد تغییرات متغیرهای مسئله نسبت به درصد تغییرات تخفیف

## ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

اقدام در حال رشد، مجموعه‌ای از کالاهایی هستند که سطح آنها در طول دوره انبارداری افزایش می‌یابد و بخش قابل توجهی از زنجیره تأمین مواد غذایی را شامل می‌شوند. برای بهبود کارایی زنجیره تأمین مواد غذایی، مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری صحیح این اقلام از اهمیت بالایی برخوردارند. در این مقاله، مدل مدیریت موجودی و قیمت‌گذاری برای اقلام در حال رشد در یک زنجیره تأمین دو سطحی شامل تأمین‌کننده و توزیع‌کننده با تقاضای متغیر، به‌طور جامع مورد بررسی قرار گرفته است. مدل ریاضی ارائه‌شده در این تحقیق، هدف خود را به‌منظور بهینه‌سازی سود و بهبود هماهنگی در زنجیره تأمین قرار داده است. مدل پیشنهادی شامل دو بخش است؛ بخش اول برای محاسبه هزینه‌های تأمین‌کننده و بخش دوم برای محاسبه هزینه‌های توزیع‌کننده طراحی شده است. سپس یک مدل یکپارچه با هدف بهینه‌سازی سود کل زنجیره تأمین در انتهای هر دوره بررسی شده است. نتایج نشان می‌دهند که مدل‌های یکپارچه نسبت به مدل‌های غیر یکپارچه عملکرد بهتری دارند و باعث کاهش هزینه‌ها و افزایش سود نهایی می‌شوند. همچنین، تحلیل حساسیت در پارامترهای مختلف نشان می‌دهد که تغییرات در هزینه‌های خرید و قیمت‌گذاری می‌توانند تأثیرات معناداری بر سود نهایی داشته باشند، به‌ویژه در مواردی که تغییرات قیمت بر تقاضا و در نتیجه سود تأمین‌کننده و توزیع‌کننده تأثیر می‌گذارد. این تحقیق بر اهمیت استفاده از مدل‌های ریاضی برای بهینه‌سازی فرآیندهای قیمت‌گذاری و مدیریت موجودی تأکید دارد و نشان می‌دهد که استراتژی پیش‌پرداخت می‌تواند به بهبود هماهنگی و کاهش هزینه‌ها در زنجیره تأمین کمک کند. همچنین، نتایج تحقیق نشان می‌دهند که مدیریت هزینه‌ها و بهینه‌سازی قیمت‌گذاری از عوامل کلیدی در بهبود عملکرد زنجیره تأمین هستند.

پیشنهادهای آتی برای تحقیقات در این حوزه شامل بررسی تأثیر موارد معیوب و هزینه‌های غربال‌گری بر کارایی زنجیره تأمین، ارزیابی فسادپذیری اقلام در طول دوره مصرف و ارائه راهکارهای مناسب برای مقابله با آن، مطالعه الگوهای رشد، توابع تغذیه، و اعمال الگوهای زوال بر زنجیره تأمین، در نظر گرفتن مرزهای ظرفیت ذخیره‌سازی و تأثیر آنها بر مدل‌ها، بررسی تأثیرات تبلیغات و کیفیت محصول بر الگوی تقاضا و تحلیل آن در مدل‌ها، و همچنین توسعه سیاست‌های تشویقی متنوع برای بهبود عملکرد زنجیره تأمین و بررسی تأثیر آن در مدل‌ها است.

**تعارض منافع.** برای ارائه مطالب و نگارش این مقاله هیچ‌گونه کمک مالی از هیچ فرد، نهاد و سازمانی دریافت نشده است و نتایج و دستاوردهای این مقاله به نفع یا ضرر سازمان یا فردی خاص نخواهد بود. حضور نویسندگان در این پژوهش به‌عنوان شاهدی بی‌طرف ولی متخصص بوده است و نویسندگان هیچ‌گونه تعارض منافی ندارند.

### منابع

1. Khalilpourazari, S. and S.H.R. Pasandideh (2019), Modeling and optimization of multi-item multi-constrained EOQ model for growing items. *Knowledge-Based Systems*. **164**: p. 150-162.
2. Goliomytis, M., E. Panopoulou, and E. Rogdakis (2003), Growth curves for body weight and major component parts, feed consumption, and mortality of male broiler chickens raised to maturity. *Poultry science*. **82**(7): p. 1061-1068.
3. Sadeghi, H., H. Golpîra, and S.A.R. Khan (2021), Optimal integrated production-inventory system considering shortages and discrete delivery orders. *Computers & Industrial Engineering*. **156**: p. 107233.
4. Rezaei, J. (2014), Economic order quantity for growing items. *International Journal of Production Economics*. **155**: p. 109-113.
5. Nobil, A.H., A.H.A. Sedigh, and L.E. Cárdenas-Barrón (2019), A generalized economic order quantity inventory model with shortage: case study of a poultry farmer. *Arabian Journal for Science and Engineering*. **44**(3): p. 2653-2663.
6. Sebatjane, M. and O. Adetunji (2019), Economic order quantity model for growing items with imperfect quality. *Operations Research Perspectives*. **6**: p. 100088.
7. Sadeghi, H. (2019), Optimal pricing and replenishment policy for production system with discrete demand. *International Journal of Industrial Engineering and Management Science*. **6**(2): p. 37-50.
8. Mahato, C., S.K. De, and G.C. Mahata (2021), Joint pricing and inventory management for growing items in a supply chain under trade credit. *Soft Computing*. **25**(11): p. 7271-7295.
9. Rana, K., S.R. Singh, N. Saxena, and S.S. Sana (2021), Growing items inventory model for carbon emission under the permissible delay in payment with partially backlogging. *Green Finance*. **3**(2): p. 153-174.
10. Sebatjane, M. and O. Adetunji (2021), Optimal lot-sizing and shipment decisions in a three-echelon supply chain for growing items with inventory level-and expiration date-dependent demand. *Applied Mathematical Modelling*. **90**: p. 1204-1225.
11. Gharaei, A. and E. Almedhawe (2020), Economic growing quantity. *International Journal of Production Economics*. **223**: p. 107517.
12. Fallahi, A., E. Amani Bani, and H. Mokhtari (2025), Economic order quantity for substitutable growing items. *International Journal of Management Science and Engineering Management*. **20**(1): p. 80-97.
13. Nobil, E. and A.H. Nobil (2024), A Practical Economic Order Quantity Model for Growing Items with Edible Yield and Constraints in Poultry Farming. *Mathematics*. **12**(23): p. 3728.
14. De-la-Cruz-Márquez, C.G., L.E. Cárdenas-Barrón, and B. Mandal, (۲۰۲۱) An inventory model for growing items with imperfect quality when the demand is price sensitive under carbon emissions and shortages. *Mathematical Problems in Engineering*. **2021**(1): p. 6649048.
15. Sadeghi, H., S. Mansuri, M. Golbaghi, and S. Arbabi (2025), (Optimizing Pricing and Inventory for Perishable Goods in Closed-Loop Supply Chains with SSMD Strategy. *Journal of Quality Engineering and Production Optimization*.

16. Singh, S. and K. Rana (2023), A sustainable production inventory model for growing items with trade credit policy under partial backlogging. *International Journal of Advanced Operations Management*. **15**(1): p. 64-81.
17. Khan, M.A.-A., L.E. Cárdenas-Barrón, G. Treviño-Garza, A. Céspedes-Mota, and B. Sarkar (2024), Balancing economic and environmental goals: A novel strategy for growing items acquisition in livestock farming under an incremental discount and a power demand pattern. *Computers & Operations Research*. **168**: p. 106707.
18. Sebatjane, M. and O. Adetunji (2024), A four-echelon supply chain inventory model for growing items with imperfect quality and errors in quality inspection. *Annals of operations research*. **335**(1): p. 327-359.
19. Saraswat, A.K. and A. Sharma (2024), Optimal procurement policy for growing items under permissible delay in payment. *International Journal of Services and Operations Management*. **47**(3): p. 354-365.
20. Manna, A.K., B. Das, and S. Tiwari (2020), Impact of carbon emission on imperfect production inventory system with advance payment base free transportation. *RAIRO-Operations Research*. **54**(4): p. 1103-1117.
21. Tavakoli, S. and A.A. Taleizadeh (2017), An EOQ model for decaying item with full advanced payment and conditional discount. *Annals of Operations Research*. **259**: p. 415-436.
22. Khan, M.A.-A., A.A. Shaikh, G.C. Panda, and I. Konstantaras (2019), Two-warehouse inventory model for deteriorating items with partial backlogging and advance payment scheme. *RAIRO-operations Research*. **53**(5): p. 1691-1708.
23. Sadeghi, H., A. Mahmoodi, B. Bashiri, and M. Golbaghi (2022), An EPQ model for deteriorating products with delayed payments and shortage. *Journal of Quality Engineering and Production Optimization*. **7**(1): p. 160-176.
24. Manna, A.K., M.S. Rahman, and A.K. Bhunia (2024), A Supply Chain Model of Food Preservation with Partial Pre-payment and Delay-In-Payment, in *Supply Chain Finance Modelling and Optimization*. Springer. p. 321-343.
25. Sadeghi, H., A. Mahmoodi, and Z. Rajabi (2022), Economic Order Quantity with Discrete Demand and Delivery Orders. *Journal of Industrial Management Perspective*. **12**(2): p. 113-133 (In Persian).
26. Sadeghi, H., H. Farughi, F. Kalevandi, and M. Solgi (2023), Production Planning System with Variable Demand and Stochastic Machine Breakdown. *Journal of Industrial Management Perspective*. **13**(3): p. 93-126 (In Persian).
27. Kolyaei, M., A. Azar, A. Rajabzadeh Gatari, and M. Dehghan Nayeri (2022), A Bi-Level Optimization Model for Supply Chain with Incremental Discount Structure. *Journal of Industrial Management Perspective*. **12** : (1) p. 9-44 (In Persian).
28. Mondal, B., A.K. Bhunia, and M. Maiti (2003), An inventory system of ameliorating items for price dependent demand rate. *Computers & industrial engineering*. **45**(3): p. 443-456.
29. Feng, L., J. Zhang, and W. Tang (2018), Dynamic joint pricing and production policy for perishable products. *International Transactions in Operational Research*. **25**(6): p. 2031-2051.
30. Law, S.-T. and H.-M. Wee (2006), An integrated production-inventory model for ameliorating and deteriorating items taking account of time discounting. *Mathematical and Computer Modelling*. **43**(5-6): p. 673-685.
31. Wee, H.-M., S.-T. Lo, J. Yu, and H.C. Chen (2008), An inventory model for ameliorating and deteriorating items taking account of time value of money and finite planning horizon. *International Journal of Systems Science*. **39**(8): p. 801-807.
32. Giri, B.C. and S. Bardhan (2012), Supply chain coordination for a deteriorating item with stock and price-dependent demand under revenue sharing contract. *International Transactions in Operational Research*. **19**(5): p. 753-768.
33. Shah, N.H. and M.K. Naik (2018), Inventory model for non-instantaneous deterioration and price-sensitive trended demand with learning effects. *International Journal of Inventory Research*. **5**(1): p. ۶۰-۷۷.

34. Sundararajan, R., M. Palanivel, and R. Uthayakumar (2021), An EOQ model of non-instantaneous deteriorating items with price, time-dependent demand and backlogging. *Journal of Control and Decision*. **8**(2): p. 135-154.
35. Soni, H.N. and D.N. Suthar (2019), Pricing and inventory decisions for non-instantaneous deteriorating items with price and promotional effort stochastic demand. *Journal of Control and Decision*. **6**(3): p. 191-215.
36. Mahata, P., G.C. Mahata, and S.K. De (2020), An economic order quantity model under two-level partial trade credit for time varying deteriorating items. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics*. **7**(1): p. 1-17.
37. Zhang, J., J. Li, L. Lu, and R. Dai (2017), Supply chain performance for deteriorating items with cooperative advertising. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*. **26**: p. 23-49.
38. Dem, H. and S. Singh (2013), A production model for ameliorating items with quality consideration. *International Journal of Operational Research*. **17**(2): p. 183-198.
39. Mahata, P. and G.C. Mahata (2020), Two-echelon trade credit with default risk in an EOQ model for deteriorating items under dynamic demand. *Journal of Industrial and Management Optimization*. **17**(6): p. 3659-3684.
40. Daryanto, Y., H.M. Wee, and R.D. Astanti (2019), Three-echelon supply chain model considering carbon emission and item deterioration. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. **122**: p. 368-383.
41. Malekitabar, M. and S. Yaghoubi (2017), A two-stage pricing and inventory optimization model for both ameliorating and deteriorating items in a competing environment. *Journal of Industrial and Systems Engineering*. **10**(3): p. 50-71.
42. Malekitabar, M., S. Yaghoubi, and M.R. Gholamian (2019), A novel mathematical inventory model for growing-mortal items (case study: Rainbow trout). *Applied Mathematical Modelling*. **71**: p. 96-117.
43. Mahata, G.C. and S.K. De (2016), An EOQ inventory system of ameliorating items for price dependent demand rate under retailer partial trade credit policy. *Opsearch*. **53**: p. 889-916.
44. Zhang, Y., L.-y. Li, X.-q. Tian, and C. Feng (2016). *Inventory management research for growing items with carbon-constrained*. in 2016 35th Chinese Control Conference (CCC). IEEE.
45. Richards, F.J. (1959), A flexible growth function for empirical use. *Journal of experimental Botany*. **10**(2): p. 290-301.
46. Hossein-Zadeh, N.G. and M. Golshani (2016), Comparison of non-linear models to describe growth of Iranian Guilan sheep. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*. **29**(3): p. 199-209.
47. Khan, M.A.-A., A.A. Shaikh, I. Konstantaras, A.K. Bhunia, and L.E. Cárdenas-Barrón (2020), Inventory models for perishable items with advanced payment, linearly time-dependent holding cost and demand dependent on advertisement and selling price. *International Journal of Production Economics*. **230**: p. 107804.