



## Presenting a mathematical approach for tool life modeling based on Weibull distribution and dependent on machining conditions

Mohammadreza Shahriari\*<sup>1</sup>

Arash Zaretalab\*\*<sup>2</sup>

### Extended Abstract

**Introduction:** Currently, machining processes constitute a vital part of global manufacturing processes. The importance of these processes can be observed through the financial flow resulting from their use. One of the fundamental issues in utilizing machining processes for product manufacturing is tool wear. To date, various studies with diverse assumptions have been conducted to analyze wear characteristics under different conditions to satisfy various objectives. Traditional models for analyzing tool life and wear, which are often based on deterministic equations, do not consider the variations that occur in cutting processes, and for this reason, the actual tool life rarely matches the values predicted by these methods. In recent years, there has been increased attention to the use of statistical distributions for predicting tool life. Among them, the use of the Weibull distribution is of particular importance. The main challenge of these approaches is the accurate estimation of the tool life distribution function based on real data. Moreover, with changes in machining conditions, the tool life distribution function may change, estimating the distribution parameters for tool life more challenging. Additionally, due to the suitable fit of cutting tool life with the Weibull distribution, estimating the parameters of this distribution is complex due to its specific characteristics.

**Method:** In this research, a hybrid method is presented that uses the design of an experiment based on the Box-Behnken model and applies a mathematical transformation to experiments on real tool life data to determine the parameters of the tool life distribution. This method is such that the relationship between the tool life distribution parameters and the machining conditions, including spindle speed, feed rate, and depth of cut, can be described by a polynomial equation. In this method, the golden section search technique will be used to fit the obtained data to the appropriate tool life distribution. Finally, the proposed methodology is implemented on a case study, and the results are reported.

Received : May. 11, 2024; Revised : May. 03, 2025; Accepted : Sep. 22, 2025; Published Online : Feb. 26, 2026.

\*Associate Professor, Department of Industrial Management, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.

Corresponding Author : [mr\\_shahriari@azad.ac.ir](mailto:mr_shahriari@azad.ac.ir)

\*\* Assistant Professor, Department of Business Management, Shahr-e-Qods Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran.



**Result and discussion:** After obtaining the values of the shape and scale parameters of the Weibull distribution at each level of experiments designed by the Box-Behnken methodology, the relationship of these parameters with machining conditions can be modeled using a full quadratic function. In this paper, the shape and scale parameters of the Weibull distribution are reported at each level of experiments, followed by the value of the SSE function obtained in the optimization process using the GSS algorithm. The results indicate desirable error values in the application of the proposed methodology. Furthermore, with the implementation of the proposed methodology in this paper, the  $R^2$  value for the shape parameter is 92.52%, and for the scale parameter, 96.80%. The appropriate correlation between the full quadratic model for each of the Weibull distribution parameters with the data obtained from the life of cutting tools indicates the adequacy of the proposed methodology in practical applications.

**Conclusions:** In this paper, a hybrid methodology was developed to achieve two practical objectives, using the design of the experiment, mathematical transformations on the obtained data from tool life, and the implementation of the golden section search algorithm. The first goal is to estimate the parameters of the Weibull distribution under specific machining conditions. This will determine the distribution of cutting tool life under specific machining conditions based on the Weibull distribution. The second goal is to identify changes in the tool life distribution based on changes in machining conditions. For this purpose, in the presented methodology, the relationship between the Weibull distribution parameters and machining conditions is determined as a complete square model. Finally, the proposed method in this paper is implemented on a milling process with specific information, and the results obtained from it are reported.

**Keywords:** Tool life; Weibull distribution; design of experiment; golden section search; machining conditions.

**How to Cite:** Shahriari, Mohammadreza; Zaretalab, Arash (2026). Presenting a mathematical approach for tool life modeling based on Weibull distribution and dependent on machining conditions. *Ind. Manag. Persp.*, 16(1), 35-57 (*In Persian*).



## مدل‌سازی احتمالی عمر ابزارهای ماشین‌کاری: یک رویکرد ریاضی با استفاده از توزیع وایبل

محمد رضا شهریاری\* 

آرش زارع طلب\*\* 

### چکیده گسترده

**مقدمه و اهداف:** در حال حاضر، فرآیندهای ماشین‌کاری بخش حیاتی از فرآیندهای تولید جهان را تشکیل می‌دهند. اهمیت این فرآیندها را می‌توان از طریق شناسایی جریان مالی ناشی از به کارگیری آنها مشاهده کرد. یکی از مسائل اساسی در استفاده از فرآیندهای ماشین‌کاری برای تولید محصولات، مسأله سایش ابزار است. تاکنون، مطالعات مختلفی با فرض‌های متنوع برای تجزیه و تحلیل ویژگی‌های سایش در شرایط مختلف انجام شده است تا اهداف متنوعی را ارضا کنند. مدل‌های سنتی برای تحلیل عمر و سایش ابزار، که اغلب بر مبنای معادلات قطعی هستند، تغییرات رخ داده در فرآیندهای برش را در نظر نمی‌گیرند و به همین دلیل، عمر واقعی ابزار به ندرت با مقادیر پیش‌بینی شده توسط این روش‌ها مطابقت دارد. در سال‌های اخیر، توجه بیشتری به استفاده از توزیع‌های آماری برای پیش‌بینی عمر ابزار شده است. در میان آنها، استفاده از توزیع وایبل از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. چالش اصلی این رویکردها، تخمین دقیق تابع توزیع عمر ابزار بر اساس اطلاعات واقعی است. از سوی دیگر، با تغییر شرایط ماشین‌کاری، تابع توزیع عمر ابزار ممکن است تغییر کند که این امر، مسأله تخمین پارامترهای توزیع عمر ابزار را دشوارتر می‌کند. علاوه بر این، به دلیل تطابق مناسب عمر ابزارهای برشی با توزیع وایبل، تخمین پارامترهای این توزیع با توجه به ویژگی‌های خاص آن دارای پیچیدگی است.

**روش‌ها:** در این تحقیق، یک روش ترکیبی ارائه می‌شود که با استفاده از طراحی آزمایشات مبتنی بر مدل Box-Behnken و اعمال یک تبدیل ریاضی در آزمایشات بر روی داده‌های واقعی عمر ابزار، پارامترهای توزیع عمر ابزار را تعیین می‌کند. این روش به گونه‌ای است که رابطه‌ی پارامترهای توزیع عمر ابزار با شرایط ماشین‌کاری، شامل سرعت اسپیندل، نرخ تغذیه و عمق برش، به صورت یک معادله چندجمله‌ای قابل توصیف باشد. در این روش، از روش جستجوی بخش طلایی برای تناسب داده‌های بدست‌آمده بر روی توزیع مناسب عمر ابزار استفاده خواهد شد. در پایان، متدولوژی پیشنهادی بر روی یک مطالعه موردی پیاده‌سازی شده و نتایج حاصل از آن گزارش می‌شود.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۲/۲۲، تاریخ بازنگری: ۱۴۰۴/۰۲/۱۳، تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۶/۳۱، تاریخ اولین انتشار: ۱۴۰۴/۱۲/۰۷.

\*دانشیار، گروه مدیریت صنعتی، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

نویسنده مسئول: [mr\\_shahriari@azad.ac.ir](mailto:mr_shahriari@azad.ac.ir)

\*\* استادیار، گروه مدیریت بازرگانی، واحد شهرقدس، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

**یافته‌ها:** پس از بدست آوردن مقادیر پارامترهای شکل و مقیاس توزیع وایبل در هر سطح از آزمایشات طراحی شده توسط متدولوژی box-behnken می‌توان با استفاده از تابع مربع کامل رابطه این پارامترها را با شرایط ماشین‌کاری مدلسازی نمود. در این مقاله پارامترهای شکل و مقیاس توزیع وایبل، در هر سطح از آزمایشات، گزارش شده، سپس مقدار تابع  $SSE$  که در فرایند بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم GSS بدست آمده ارائه می‌شود. نتایج نشان‌دهنده مقادیر مطلوب خطا در بکارگیری متدولوژی پیشنهادی است. همچنین با پیاده‌سازی متدولوژی پیشنهادی در این مقاله، مقدار  $R^2$  برای پارامتر شکل  $92.52\%$  و برای پارامتر مقیاس،  $96.80\%$  است. Correlation مناسب مابین مدل مربع کامل برای هر یک از پارامترهای توزیع وایبل با داده‌های بدست آمده از عمر ابزارهای برشی نشان‌دهنده‌ی کفایت متدولوژی پیشنهادی در کاربردهای عملی می‌باشد.

**نتیجه‌گیری:** در این مقاله برای رسیدن به دو هدف کاربردی، یک متدولوژی ترکیبی با استفاده از طراحی آزمایشات، استفاده از تبدیلات ریاضی بر روی داده‌های بدست آمده از عمر ابزار و به کارگیری الگوریتم جستجوی بخش طلایی توسعه داده شد. هدف اول تخمین پارامترهای توزیع وایبل در یک شرایط ماشین‌کاری خاص است. که با استفاده از آن توزیع عمر ابزار برشی تحت یک شرایط ماشین‌کاری خاص بر اساس توزیع وایبل مشخص می‌شود. هدف دوم شناسایی تغییرات بوجود آمده در توزیع عمر ابزار بر اساس تغییرات ایجاد شده در شرایط ماشین‌کاری می‌باشد. برای این منظور در متدولوژی ارائه شده رابطه پارامترهای توزیع وایبل با شرایط ماشین‌کاری به صورت یک مدل مربع کامل تعیین می‌شود. در انتها، روش پیشنهادی در این مقاله بر روی یک فرایند فرزکاری با اطلاعات مشخص، پیاده‌سازی شده و نتایج بدست آمده از آن گزارش شده است.

**کلیدواژه‌ها:** عمر ابزار، توزیع وایبل، طراحی آزمایشات، جستجوی بخش طلایی، شرایط ماشین‌کاری.

**استناددهی:** شهریار، محمدرضا؛ زارع‌طلب، آرش (۱۴۰۵). مدلسازی احتمالی عمر ابزارهای ماشین‌کاری: یک رویکرد ریاضی با استفاده از توزیع وایبل. چشم‌انداز مدیریت صنعتی، ۱۶(۱)، ۳۵-۵۷.



## ۱. مقدمه

امروزه، ماشین‌کاری فلزات، يك صنعت مهم در کشورهای توسعه یافته از لحاظ اقتصادی است. برآورد شده است که ۱۵٪ درصد از ارزش تمام اجزای مکانیکی تولید شده در سراسر جهان از عملیات ماشین‌کاری بدست آمده است [۲۵]. همچنین بر اساس گزارش چایلدس (۲۰۰۰) تقاضا برای ابزارهای ماشین‌کاری در سال حدود ۱۰ میلیارد پوند می‌باشد [۵]. نکته قابل توجه این است که یک روش مطمئن و قابل اطمینان جهت نظارت بر شرایط ابزار بین ۱۰ تا ۴۰ درصد قادر است بهره‌وری را افزایش دهد [۳۴].

موادی که ابزارها از آن ساخته می‌شود و فن آوری پوشش ابزار به طور مستمر توسعه می‌یابند تا با تغییر نیازهای بازار مطابقت یابند. این امر منجر به کاهش قابل توجهی از زمان ماشین‌کاری می‌شود. با وجود این دستاوردهای تکنولوژیکی، سایش ابزار هنوز هم یک مسئله چالش‌برانگیز در فرآیند برش و تعیین قابلیت اطمینان و کیفیت محصول است. سایش ابزار، مانند سایش کناری و دماغه، و یا لبه، می‌تواند اثر منفی بر روی صافی سطوح و کیفیت قطعه تولید شده برجای گذارد و همچنین می‌تواند دوباره‌کاری پرهزینه‌ای را ایجاد کند [۱۷]، [۳۱].

بر اساس استاندارد ISO 3685 (1993) [۳۹]، پایان عمر مفید ابزار تا زمانی در نظر گرفته می‌شود که ابزار بتواند قطعات کاری را در ابعاد و صافی سطح مورد نظر تولید کند و یا زمانی که به طور فیزیکی قادر به برش بیشتر قطعه کار نباشد. چنین حالتی می‌تواند نتیجه مکانیزم‌های متفاوت سایش در ابزار برشی باشد. در عمل، سایش پهلو معمولاً دارای بحرانی‌ترین اثر روی کیفیت قطعات تولید شده است. بنابراین، عرض  $V_B$  اغلب به عنوان یک معیار برای عمر ابزار استفاده می‌شود. معیارهایی که برای عمر ابزار در رابطه با سایش کناری در نظر می‌گیرند در قالب موارد زیر مطرح می‌شوند. (۱) عرض متوسط ناحیه سایش کناری  $V_{BB} = 03mm$  میلی متر است، در صورتی که فرض شود ناحیه سایش کناری به طور منظم فرسوده شده است. (۲) حداکثر عرض ناحیه سایش کناری  $V_{BB} max = 06mm$  میلی متر است، در صورتی که فرض شود ناحیه سایش کناری به طور نامنظم فرسوده شده است.

با توجه به توضیحات فوق در این مقاله با بهره‌گیری از ویژگی‌های توزیع وایبل برای مدلسازی عمر ابزار، به تجزیه و تحلیل عمر ابزار ماشین‌کاری در فرآیند فرزکاری پرداخته می‌شود. بر این اساس نحوه تاثیرگذاری پارامترهای ماشین‌کاری (سرعت برشی، نرخ تعذیه و عمق برش) بر پارامترهای توزیع وایبل، تعیین می‌گردد. برای این منظور از طراحی آزمایشات مبتنی بر روش Box-Behnken استفاده خواهد شد. استفاده از طراحی آزمایشات برای تجزیه و تحلیل فرایندهای مختلف ماشین‌کاری و مکانیسم‌های سایش ابزار در سایر تحقیقات بسیار متداول بوده است به طوری که داوودی و اسکندری (۲۰۱۵) با استفاده از RSM تاثیر سرعت برشی و نرخ تعذیه را بر روی عمر ابزار و حجم ماده برداشته شده مطالعه کردند. آنها هر یک از پارامترهای ماشین‌کاری را در ۵ سطح مورد بررسی قرار دادند [۷]. به طور کلی تا کنون از طراحی آزمایشات برای مطالعه عمر ابزار برشی در شرایطی که آن را به صورت یک متغیر تصادفی تعریف کنیم، استفاده نشده است. در این مقاله رویه‌های مورد نظر در طراحی آزمایشات، پارامترهای توزیع وایبل است که چگونگی عمر ابزار برشی را مدلسازی می‌نماید. نتایج، نشان‌دهنده مقادیر مطلوب خطا در بکارگیری متدولوژی پیشنهادی است. همچنین با پیاده‌سازی متدولوژی پیشنهادی در این مقاله، مقدار  $R^2$  برای پارامتر شکل ۹۲.۵۲٪ و برای پارامتر مقیاس، ۹۶.۸۰٪ است. Correlation مناسب مابین مدل مربع کامل برای هر یک از پارامترهای توزیع وایبل با داده‌های بدست آمده از عمر ابزارهای برشی نشان دهنده کفایت متدولوژی پیشنهادی در کاربردهای عملی می‌باشد.

سازماندهی سایر بخش‌های مقاله به این صورت است که در بخش ۲ مبانی نظری و پیشینه پژوهش ارائه داده خواهد شد. در بخش ۳ روش‌شناسی پژوهش و متدولوژی پیشنهادی در این تحقیق تشریح می‌شود. در بخش چهارم تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش به همراه ارائه یک مورد مطالعاتی و گزارش نتایج بدست آمده مطرح می‌شود و نهایتاً در بخش پنجم نتیجه‌گیری از تحقیق حاضر و ارائه پیشنهاداتی برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

## ۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

روش سنتی برای پیش‌بینی میزان سایش پهلوی، و در نتیجه عمر مفید ابزار بهره‌گیری از معادله مشهور عمر ابزار تیلور<sup>۱</sup> است [۴۰]. که بر اساس ۲۶ سال کار تجربی بدست آمده است، تیلور بیان می‌کند که در ماشین‌کاری سخت، سرعت برش و مدت زمان عمر ابزار به هم مرتبط می‌شوند [۱۷]. تیلور همچنین اثر پیشروی روی عمر ابزار را مطالعه می‌کند. تحقیقات متعدد دیگری بر روی معادله اصلی عمر ابزار تیلور مطرح شده است که عمق برش، سختی قطعه کار و عوامل دیگر موثر بر عمر ابزار را در نظر گرفته اند [۲۲]، [۳۰].

معادلات طول عمر ابزار برای طیف بسیار محدودی از شرایط برش مناسب هستند. از آنجا که فن‌آوری‌های ماشین‌کاری جدید، به عنوان مثال، برش با سرعت بالا و یا برشکاری خشک، در صنعت به طور روز افزون در حال گسترش است، معادلات موجود طول عمر ابزار، باید با ثابت‌های جدید به روز رسانی شود. علاوه بر این، با وجود اینکه طول عمر ابزار را می‌توان با این معادلات پیش‌بینی کرد، دریافت اطلاعات بیشتر در مورد پیشرفت سایش ابزار، مشخصات سایش ابزار و یا مکانیسم سایش ابزار که گاهی اوقات برای طراحان ابزار مهم هستند، دشوار است [۲۲].

روش ذکر شده در بالا فرض می‌کند که عمر ابزار، قطعی است، به طوری که وقتی پارامترهای فرایند داده می‌شود، برای ابزار عمر دقیقی بدست می‌آید. متأسفانه، در هر فرآیند برش یک تنوع ذاتی وجود دارد. در این راستا تیلور مشاهده کرد که یک انحراف جزئی از به اصطلاح "سرعت استاندارد" منجر به افزایش قابل توجه در مقدار سایش ابزار می‌شود. او همچنین می‌گوید که با توجه به غیرهمگن بودن قطعه چدن، زمانی که ماشین‌کاری بر روی این قطعه کار انجام می‌شود هیچ رابطه‌ای مابین سرعت برش و عمر ابزار، نمی‌توان یافت [۴۰]. از دیگر منابع ایجاد ناپایداری که به طور بالقوه می‌تواند بر روی فرآیند سایش تاثیر بگذارد، قطعات کاری بی‌نظم هندسی، نقص ساخت ابزار و یا خنک‌کننده‌ها می‌باشند. در نتیجه این تنوع، عمر واقعی ابزار به ندرت مشابه مقادیر پیش‌بینی شده است. برای تایید بر روی این نکته، نوئل<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۰۷) عنوان می‌کنند که نادیده گرفتن تغییرات منجر به برنامه ریزی ناکارآمد ابزار می‌شود و از این رو دسترس پذیری پایین سیستم‌های ماشین‌کاری را منجر می‌شود [۲۶].

در یک مطالعه کاربردی پس از صدها آزمایش ماشین‌کاری صورت گرفته، این مسئله توسط واگر و باراش<sup>۳</sup> (۱۹۷۱) اثبات شده است که عمر واقعی ابزار HSS به طور قابل توجهی متفاوت از برآوردهای قطعی است [۴۲]. آنها نشان می‌دهند وقتی که خرابی کامل ابزار مد نظر است توزیع نرمال (گاوسی) یک توزیع مناسب برای عمر ابزار است. در تحقیق دیگری مدلسازی عمر ابزار بر روی فرایندهای تراشکاری و فرزکاری با استفاده از توزیع نرمال و Bayesian inference توسعه داده شد [۱۸]. محققان دیگری بر سادگی و ویژگی‌های متقارن توزیع نرمال تاکید می‌کنند. آنها عنوان می‌کنند که با وجود چولگی مشاهده شده در داده‌ها، توزیع نرمال برای مدل‌سازی قابلیت اطمینان مناسب است [۶]. اما متأسفانه، توزیع نرمال اجازه می‌دهد عمر ابزار مقادیر منفی را لحاظ کند. علاوه بر این، واگر و باراش مشاهده کردند که داده‌های شان چوله است و برخی از ابزارها دارای عمر بسیار طولانی هستند که نشان‌دهنده یک توزیع غیرمتقارن است [۴۲]. بر اساس این مشاهدات، آنها پیشنهاد کردند که از توزیع لگ نرمال یا توزیع وایبل برای مدلسازی عمر ابزار استفاده شود. توزیع لگ نرمال به طور گسترده برای مدلسازی سایش ابزار استفاده می‌شود [۳۵] [۳۲]. بر اساس مشاهدات فیزیکی بدست آمده از روند برش فلزات، رامالینگام<sup>۴</sup> (۱۹۷۷) فرض می‌کند، زمانی که یک مقدار مشخص از حجم ابتدایی ابزار از سطح آن جدا می‌شود ابزار با شکست مواجه می‌شود. او نشان می‌دهد که وقتی نرخ جداسازی ثابت است (وقتی نرخ جداسازی ثابت است فرایند جداسازی بر اساس فرایند پواسون همگن رخ می‌دهد [۳۲]. توزیع گاما برای مدل‌سازی عمر ابزار مناسب است. گرچه با تغییر نرخ جداسازی در طول زمان، او نتیجه می‌گیرد که بهتر است تا عمر ابزار توسط توزیع لگ نرمال مدلسازی شود. این نتیجه بر روی داده‌های تجربی گزارش شده در ۱۱ مطالعه دیگر تست می‌شود و در ۱۰ مطالعه توزیع لگ نرمال، یک برازش مناسب بر روی داده‌ها را ارائه می‌دهد. با وجود کاربرد گسترده توزیع لگ نرمال برای مدلسازی عمر ابزار، این توزیع به طور واقع‌بینانه توزیع عمر ابزار نمی‌باشد. استدلال اصلی

1. Taylor

2. Noël

3. Wager and Barash

4. Ramalingam

برای این ادعا به شکل تابع نرخ شکست مربوط است که برای یک زمان خاصی افزایش می‌یابد، اما پس از آن شروع به کاهش می‌کند و به صفر نزدیک می‌شود [۳۳]. این شکل خاص از تابع نرخ شکست به جز در موارد خاص، به وضوح واقعی نیست. به عنوان مثال، رامالینگام ادعا می‌کند که لگ نرمال یک توزیع عمر ابزار مناسب است زمانی که مکانیزم غالب سایش ابزار، crater wear باشد [۳۲]. در واقع، این مسئله پذیرفته شده است که یک سطح معینی از crater wear فرایند رنده شدن را کاهش می‌دهد. اما با پیشرفت crater wear، ابزار ضعیف‌تر می‌شود و احتمال شکست، مجدداً افزایش می‌یابد [۲۰]، [۳۸].

راسند و هویلند<sup>۱</sup> (۲۰۰۴) عنوان کردند که در برخی موارد، معکوس توزیع گاوسی توزیع عمر واقعی‌تری از توزیع لگ نرمال است [۳۳]. تابع نرخ شکست معکوس توزیع گاوسی دارای شکلی است که شبیه به تابع نرخ شکست عملکرد توزیع لگ نرمال است، اما به جای کاهش به صفر، هنگامی که زمان افزایش می‌یابد، به مقدار غیر صفر خاصی نزدیک می‌شود. نتایج مطالعه تحلیلی گالانت و همکاران<sup>۲</sup> (۱۹۹۸) نیز نشان می‌دهد که معکوس توزیع گاوسی می‌تواند برای مدل‌سازی عمر ابزار استفاده شود [۱۱].

احمد و شیخ (۱۹۸۴) توزیع برنشتاین را مطالعه کردند که این تحقیق بر اساس تجزیه و تحلیل سایش ابزار برشی، توسعه یافته است. آنها نشان دادند که زمانی که سایش اولیه ابزار صفر است، (پدیده ای که معمولاً در عمل رخ می‌دهد)، توزیع برنشتاین، به توزیع معکوس گاوسی میل می‌کند [۱]. توزیع برنشتاین توسط مین<sup>۳</sup> و همکاران (۲۰۰۷) نیز مورد استفاده قرار گرفته است [۲۴]. مشکل توزیع برنشتاین و معکوس گاوسی، این است که برآورد پارامترهایشان بسیار مشکل است. با توجه به این، توزیع‌های برنشتاین و معکوس گاوسی برای استفاده در موارد عملی با دشواری‌های خاصی همراه هستند.

دیگر توزیع پیشنهاد شده که با مطالعه اولیه واگر و باراش همراه بود توزیع وایبل است که بسیار انعطاف‌پذیر است. از مزایای مهم این توزیع این است که انتخاب اختصاصی پارامترهایش اجازه مدل‌سازی چندین شکل از تابع نرخ شکست را می‌دهد. که شامل کاهنده، ثابت و افزایشنده است [۳۳]. انعطاف‌پذیری و فرم تابع قابلیت اطمینان و تابع نرخ شکست این توزیع همچنین توسط الواردنی و البستاوی<sup>۴</sup> (۱۹۹۷) مطالعه شد که نشان می‌دهد که توزیع وایبل زمانی مناسب است که شکست ابزارها بعد از مواجه با اولین شوک به وقوع می‌پیوندد [۸].

پاندیت<sup>۵</sup> (۱۹۷۸) نشان می‌دهد توزیع نمایی که یک حالت خاص از توزیع وایبل است یک تقریب مناسب از عمر ابزار است و هنگامی که سرعت برش بالا است مورد استفاده قرار می‌گیرد [۲۷]. الواردنی و البستاوی عنوان کردند که، هنگامی که تشخیص بین حالت‌های مختلف شکست امکان‌پذیر نیست توزیع وایبل مناسب است [۸].

در سال‌های اخیر، مطالعات متعددی در جهت بهبود روش‌های پیش‌بینی عمر ابزار بر اساس مدل‌های احتمالی ارائه شده‌اند. ماتسومورا<sup>۶</sup> و همکاران (۲۰۲۳) با بهره‌گیری از داده‌های تجربی سایش ابزار و شبیه‌سازی ماشین‌کاری، روشی کاربردی برای تخمین زمان تعویض ابزار ارائه داده‌اند [۲۳]. پاشکویچ<sup>۷</sup> و همکاران (۲۰۲۳) در مطالعه‌ای دیگر با مقایسه مدل‌های رگرسیون، نشان دادند که روش‌های یادگیری ماشین به ویژه شبکه‌های عصبی می‌توانند تخمینی دقیق از عمر ابزار در فرآیند فرزکاری ارائه دهند [۲۸]. گای<sup>۸</sup> و همکاران (۲۰۲۳) با استفاده از الگوریتم XGBoost بهینه‌سازی شده با الگوریتم زهنگ، مدل ترکیبی برای پیش‌بینی عمر باقی‌مانده ابزار در فرزکاری فولاد ارائه کردند که از دقت بالایی برخوردار است [۱۰]. علاوه بر آن، علیم<sup>۹</sup> و همکاران (۲۰۲۴) با استفاده از رویکردهای هوش مصنوعی، به پیش‌بینی عمر ابزار در صنایع تولیدی پرداخته و نتایج قابل قبولی به دست آوردند [۲]. در نهایت، مقاله‌ای از IARAS (۲۰۲۳) به صورت مستقیم به تحلیل قابلیت اطمینان ابزارهای برشی با مدل توزیع وایبل پرداخته و اهمیت به‌کارگیری آن در شرایط عملیاتی واقعی را نشان داده است [۱۵].

1. Rausand and Høyland
2. Galante
3. Min
4. El Wardany and Elbestawi
5. Pandit
6. Matsumura
7. Paszkiewicz
8. Gai
9. Aleem

از سوی دیگر استفاده از توزیع وایبل در تحلیل مبنای قابلیت اطمینان برای توضیح رفتار سیستم‌های مختلف کاربرد دارد که در مطالعات مختلفی به آنها اشاره شده است.

### ۳. روش‌شناسی پژوهش

در این بخش، با ارائه یک متدولوژی ریاضی، پارامترهای توزیع عمر ابزار تحت شرایطی که متغیر عمر از توزیع وایبل پیروی می‌کند مدل‌سازی می‌گردد. برای این منظور، با شناسایی وابستگی مابین پارامترهای ماشین کاری و پارامترهای توزیع وایبل نحوه تغییرات پارامترهای عمر ابزار بر اساس شرایط مختلف ماشین کاری بررسی می‌شود. اما برای تعیین نحوه تاثیرگذاری پارامترهای ماشین کاری بر روی عمر ابزار، استفاده از طراحی آزمایشات یک انتخاب متداول می‌باشد. تحقیقات زیادی تاکنون در رابطه با استفاده از رویکردهای متنوع طراحی آزمایشات جهت شناسایی وابستگی مابین پارامترهای ماشین کاری و عمر ابزار برشی انجام شده است. رویکردهایی مانند متدولوژی سطح پاسخ (RSM) و تاگوچی مثال‌هایی از این دست می‌باشد. در این مقاله از طراحی آزمایشات مبتنی بر Box-Behnken استفاده می‌شود. در ادامه روش Box-Behnken به اختصار توضیح داده خواهد شد.

**طراحی آزمایشات مبتنی بر Box-Behnken.** متدولوژی سطح پاسخ یک مدل چند متغیره غیرخطی است که متشکل از طراحی آزمایش برای فراهم کردن مقدارهای پاسخ کافی و مطمئن و به دنبال آن یک مدل ریاضی که بهترین برازش را با اطلاعات به دست آمده از طراحی تجربی در بردارد، و مقدار بهینه متغیرهای مستقل را که بیشترین یا کمترین پاسخ را تولید می‌کنند تعیین می‌کند. طراحی آزمایشات روشی برای انجام نظام‌مند مجموعه‌ای از آزمایش‌ها است. هدف این روش بدست آوردن نتایج قابل اطمینان و مناسب بر مبنای تعداد محدودی مشاهده است [۲۸]. طراحی آزمایشات برای این منظور از ابزارهای آماری استفاده می‌کند. عمده‌ترین ابزارهای این حوزه به دو گروه تقسیم بندی می‌شوند که عبارتند از ابزارهای طراحی و تحلیل آزمایشات. در حوزه طراحی آزمایشات، روش‌هایی مثل روش فاکتوریل کامل روش‌های مبتنی بر مربع لاتین و غیره وجود دارند و در حوزه تحلیل آزمایشات، تحلیل واریانس و مشتقاتش و همین‌طور تحلیل رگرسیون از مهمترین ابزارها هستند. RSM خود انواع گوناگونی دارد و به صورت‌های گوناگونی از این روش آماری می‌توان استفاده کرد. یکی از انواع آن، روش Box-Behnken است که یک طراحی درجه دو بر اساس طراحی‌های فاکتوریل ناقص سه سطحی است [۱۲].

پس Box-Behnken نوعی از طرح‌های روش سطح پاسخ است. این روش دارای تعدادی نقاط طراحی و یک نقطه مرکزی تکرارشونده است [۳]. این روش می‌تواند مقدار پارامترها را در یک مدل درجه دوم تخمین زند. این طرح اجازه می‌دهد که پاسخ‌ها توسط برازش یک چند جمله‌ای مرتبه دوم مدل‌سازی شود، که می‌تواند به صورت معادله (۱) بیان شود.

رویکرد دیگری که برای پیاده‌سازی متدولوژی سطح پاسخ در تحقیقات مختلف کاربرد زیادی دارد (CCD) central composite design است، اما فریرا<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۰۷) نشان دادند، که BBD علاوه بر اینکه تعداد آزمایشات کمتری برای پژوهشگر ایجاد می‌کند از کارایی بالاتری نیز نسبت به CCD برخوردار است [۹]. با توجه به اینکه در فرایندهای ماشین کاری، آزمایشات طراحی شده زمان و هزینه قابل توجه در بردارد، در این تحقیق از رویکرد BBD برای طراحی آزمایشات و مدل‌سازی بهره برده شده است.

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \beta_4 x_1 x_2 + \beta_5 x_1 x_3 + \beta_6 x_2 x_3 + \beta_7 x_1^2 + \beta_8 x_2^2 + \beta_9 x_3^2 \quad \text{رابطه (۱)}$$

که در آن  $x_1$  و  $x_2$  و  $x_3$  متغیرهای مستقل و  $Y$  متغیر پاسخ می‌باشد همچنین  $\beta_0$  عرض از مبدا و  $\beta_1$  تا  $\beta_9$  ضرایب مدل هستند. در این روش تعداد آزمایشات را می‌توان از رابطه ۲ بدست آورد.

$$N = 2k(k-1) + C_0 \quad \text{رابطه (۲)}$$

$N$  تعداد آزمایشات و  $k$  تعداد متغیرهای مستقل می‌باشد. همچنین  $C_0$  تعداد نقاط مرکزی در آزمایش است.

در این تحقیق متغیرهای مستقل شامل تعداد دور اسپیندل، عمق برش و نرخ تغذیه می‌باشد. اما مسئله مهم در اینجا متغیر پاسخ آزمایشات است. برای توضیح بیشتر در این باره گفتنی است تمامی تحقیقات صورت گرفته پیرامون نحوه استفاده طراحی آزمایشات در فرایندهای ماشین کاری، متغیر پاسخ یک مقدار کمی قابل اندازه‌گیری است. به طور مثال، میزان صافی سطح، مقدار *flank wear*، زمان ماشین کاری، زمان اتمام عمر ابزار و ... متغیرهای پاسخی هستند که اغلب در مطالعات صورت گرفته در زمینه ماشین کاری به آنها برخورد می‌کنیم. در این تحقیق اما متغیر پاسخ پارامترهای توزیع وایبل می‌باشد که به سادگی و به طور مستقیم از انجام یک آزمایش ماشین کاری قابل محاسبه نیست. در واقع، در این آزمایشات ما قصد داریم بدانیم در هر شرایطی از فرایند ماشین کاری با مقادیر مشخصی از تعداد دور اسپیندل، نرخ تغذیه و عمق برش پارامترهای توزیع عمر ابزار چگونه تغییر می‌کند. برای این منظور در قسمت بعد یک تبدیل ریاضی تحت عنوان تبدیل  $TTT^1$  توضیح داده می‌شود. سپس به نحوه استفاده از آن در طراحی آزمایشات انجام شده می‌پردازیم.

**تبدیل (TTT).** فرض کنید آزمایشی به این صورت طراحی می‌شود که در آن، هر بار یک ابزار برشی تحت پارامترهای مشخص ماشین کاری بر روی قطعه‌ای با مشخصات از پیش تعیین شده فرایند ماشین کاری را انجام می‌دهد. این آزمایش با ثابت نگهداشتن شرایط ماشین کاری  $n$  بار انجام شده و هر بار طول عمر ابزار برشی ثبت می‌گردد و به صورت یک دنباله صعودی به صورت  $t_1, t_2, \dots, t_n$  مرتب می‌شود. همچنین فرض می‌شود که عمر ابزار از یک توزیع پیوسته با تابع توزیع تجمعی اکیدا صعودی پیروی می‌کند که دارای میانگین محدود می‌باشد. در چنین شرایطی *total time on test* برای  $i$  امین خرابی به صورت رابطه (۳) تعریف می‌شود.

$$T(t_i) = \sum_{j=1}^i t_j + (n-i)t_i \quad \text{رابطه (۳)}$$

در ادامه، جهت مدرج سازی مقادیر TTT برای  $i$  امین خرابی باید هر یک از این مقادیر بر  $T(t_n)$  تقسیم شود. حال اگر نموداری با محور  $x$ ها شامل  $\left(\frac{i}{n} \mid i = 1, \dots, n\right)$  و محور  $y$ ها شامل  $\frac{T(t_i)}{T(t_n)} \mid i = 1, \dots, n$  رسم شود، به آن نمودار TTT گویند. راستند و هویلند (۲۰۰۴) اثبات کردند  $T(t_i) = n \int_0^{t_i} (1 - F_n(u)) du$  جایی که  $F_n(u)$  تابع توزیع تجربی عمر محسوب می‌شود [۳۳]. بر اساس این اثبات آنها نشان دادند که وقتی  $n$  به سمت بی‌نهایت میل می‌کند:  $E(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i = \int_0^{F^{-1}(1)} (1 - F(u)) du$  حال تبدیل TTT بر روی توزیع  $F(t)$ ، با  $h_F^{-1}(v)$  نشان داده شده و به صورت رابطه (۴) تعریف می‌شود.

$$h_F^{-1}(v) = \int_0^{F^{-1}(v)} (1 - F(u)) du \quad ; \quad 0 \leq v \leq 1 \quad \text{رابطه (۴)}$$

و همچنین تبدیل مدرج TTT بر روی  $F(t)$  با  $G(v)$  نماد گذاری شده و به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود.

$$G(v) = \frac{h_f^{-1}(v)}{h_f^{-1}(1)} \quad ; \quad \text{for } 0 \leq v \leq 1 \quad \text{رابطه (۵)}$$

با توجه به اینکه تمرکز در این مقاله بر روی توزیع وایبل است، تبدیل TTT بر روی این توزیع با توجه به مطالب فوق با جایگذاری  $1 - e^{-(\lambda u)^\alpha}$  برای  $F(u)$  و  $\frac{1}{\lambda} (-\ln(1-v))^{\frac{1}{\alpha}}$  برای  $F^{-1}(v)$  در رابطه (۴) بدست می‌آید که در نتیجه برای توزیع وایبل:

$$h_F^{-1}(v) = \int_0^{\frac{1}{\lambda} (-\ln(1-v))^{\frac{1}{\alpha}}} e^{-(\lambda u)^\alpha} du \quad ; \quad 0 \leq v \leq 1 \quad \text{رابطه (۶)}$$

با تغییر متغیر  $t = (\lambda u)^\alpha$  در عبارت فوق می‌توانیم آن را به صورت عبارت (۷) بازنویسی کنیم:

$$h_F^{-1}(v) = \frac{1}{\alpha \lambda} \int_0^{-\ln(1-v)} t^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} e^{-t} dt \quad ; \quad 0 \leq v \leq 1 \quad \text{رابطه (۷)}$$

اکنون می‌توانیم  $G(v)$  را برای توزیع وایبل به طریق زیر بدست آوریم.

$$G(v) = \frac{\frac{1}{\alpha\lambda} \int_0^{-\ln(1-v)} t^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} e^{-t} dt}{\frac{1}{\alpha\lambda} \int_0^{\infty} t^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} e^{-t} dt} = \frac{\frac{1}{\alpha\lambda} \int_0^{-\ln(1-v)} t^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} e^{-t} dt}{\frac{1}{\alpha\lambda} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}\right)} = \frac{\frac{1}{\alpha\lambda} \int_0^{-\ln(1-v)} t^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} e^{-t} dt}{\frac{1}{\lambda} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)}$$

رابطه (۸)

$$= \frac{\frac{1}{\alpha} \int_0^{-\ln(1-v)} t^{\left(\frac{1}{\alpha}-1\right)} e^{-t} dt}{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)}$$

چند نکته درباره تابع  $G(v)$  فوق حائز اهمیت است:

- تابع  $G(v)$  یک تبدیل بر روی توزیع وایبل است که مستقل از پارمتر  $\lambda$  است.

- صورت این کسر یک تابع گاما ناقص است.

- نمی‌توان آن را به صورت یک تابع ریاضی صریح بیان کرد و تنها به ازای مقادیر عددی قابل محاسبه است.

- به ازای هر مقدار  $v$  مقدار دقیق آن قابل محاسبه نیست، ولی چندین روش تقریبی برای محاسبه آن وجود دارد.

راستند و هویلند اثبات کردند یک رابطه ویژه بین رفتار  $h_F^{-1}(v)$  و نرخ خرابی وجود دارد. آنها نشان دادند در صورتی که  $h_F^{-1}(v)$  یک تابع محدب باشد، توزیع  $F$  دارای نرخ خرابی افزایشی و در صورتی که  $h_F^{-1}(v)$  یک تابع مقعر باشد، توزیع  $F$  دارای نرخ خرابی کاهشی است. این در حالی است که این شروط دو طرفه نیز می‌باشد. البته پیش فرض چنین شرایطی این است که توزیع  $F$  یک توزیع پیوسته و دارای توزیع تجمعی اکیدا صعودی باشد.

کاربرد و اهمیت تابع  $G(v)$  در تخمین total time on test به ازای مقادیر مختلف  $v$  می‌باشد. به طوری که  $0 \leq v \leq 1$ . آنچنان که به روشنی می‌توانیم معادله (۹) را به عنوان تعریف کننده رابطه بین  $G(v)$  و scaled total time on test بیان کنیم

$$\frac{h_f^{-1}(v)}{h_f^{-1}(1)} = \frac{T(t_i)}{T(t_n)}$$

رابطه (۹)

رابطه (۹) به ازای  $n = 1$  برقرار است جایی که  $v = \frac{i}{n}$  در این مقاله از این واقعیت استفاده می‌شود تا با بهره گیری از آن پارامترهای توزیع عمر ابزار برشی که بر اساس توزیع وایبل تعریف می‌شود، تجزیه و تحلیل گردد. در قسمت بعد توضیح داده می‌شود که چگونه با استفاده از بهینه‌سازی در فضای محدب می‌توان در هر سطح از آزمایشات Box-Behnken پارامترهای شکل و مقیاس را بر اساس تبدیل TTT تخمین زد و در نهایت رابطه بین شرایط ماشین کاری و این پارامترها مدل‌سازی می‌گردد.

**تخمین پارامترهای توزیع عمر ابزار برشی بر اساس توزیع وایبل.** در این قسمت یک رویکرد ریاضی جهت تخمین پارامترهای توزیع وایبل بر اساس آنچه در بخش‌های پیشین گفته شده توسعه داده می‌شود تا با استفاده از آن، رابطه این پارامترها با شرایط ماشین کاری بدست آید. متدولوژی ارائه شده در این تحقیق یک روش ترکیبی بر اساس طرح آزمایشی Box-Behnken، استفاده از تبدیل TTT و فرایند بهینه‌سازی در فضای محدب با استفاده از روش golden section می‌باشد. در این متدولوژی، به این صورت عمل می‌شود که ابتدا با طراحی آزمایشات بر اساس متد Box-Behnken سطوح هر یک از متغیرهای ماشین کاری شامل تعداد دور اسپیندل، نرخ تغذیه و عمق برشی در هر آزمایش مشخص می‌شود، سپس با در نظر گرفتن تعدادی تکرار از پیش تعیین شده ( $n$ ) اقدام به ماشین کاری بر روی قطعه کار می‌نماییم و هر بار زمان عمر ابزار ثبت می‌شود ( $t_i$ ) سپس می‌توان نسبت‌های  $\frac{T(t_i)}{T(t_n)}$  را تحت عنوان scaled total time on test با استفاده از رابطه (۳) محاسبه نمود. در مرحله بعد کافی است تابع  $G(v)$  که از رابطه (۸) بدست می‌آید بر روی داده‌های نمودار TTT به گونه‌ای فیت شود که میزان مجذور انحرافات خطای این تابع از مقادیر  $\frac{T(t_i)}{T(t_n)}$ ، (SSE) کمینه شود، یعنی:

$$\text{Min SSE} = \sum_{i=1}^n \left( G\left(\frac{i}{n}\right) - \frac{T(t_i)}{T(t_n)} \right)^2 \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

به روشنی می‌توان دریافت برای بهینه کردن عبارت فوق تنها با یک متغیر به نام  $\alpha$  مواجه هستیم که همان پارامتر شکل توزیع وایبل برای عمر ابزار برشی می‌باشد. این امر به این دلیل است که همانطور که قبلاً اشاره شد، تابع  $G(v)$  مستقل از پارامتر  $\lambda$  است. حال اگر به ازای مقادیر مختلف  $\alpha$ ، SSE را محاسبه نموده و نقاط بدست آمده در یک نمودار به یکدیگر متصل شوند، یک تابع uni-modal بدست می‌آید. در این مقاله از روش golden section search (GSS) برای بهینه‌سازی عبارت (۱۰) استفاده می‌شود. این روش برای اولین بار توسط کيفر<sup>۱</sup> (۱۹۵۳) برای حل مسائل ریاضی توسعه داده شد [۱۹] و قابلیت بهینه‌سازی توابع uni-modal را دارد. GSS از گذشته تا کنون کاربردهای متنوعی در تحقیقات و مقالات مختلف داشته است به طوری که هی<sup>۲</sup> و همکاران (۲۰۰۲) یک ورژن جدید از این روش برای object tracking توسعه دادند که تحت عنوان GSS دو بعدی معرفی می‌شود [۱۳]. روش GSS همچنین در بسیاری از کاربردهای عملی مورد استفاده قرار گرفته است که از آن جمله می‌توان به مقاله ساي<sup>۳</sup> و همکاران (۲۰۱۰) اشاره کرد که با استفاده از GSS پارامتر شکل multi-quadratics را جهت حل معادلات دیفرانسیل جزئی تعیین نمودند [۴۱]. در دیگر مقالات پاترون<sup>۴</sup> و همکاران (۲۰۱۲) در سیستم مدیریت پرواز [۲۹] و کابیرانا و اولافسونب<sup>۵</sup> (۲۰۱۱) در بهینه‌سازی با استفاده از شبیه‌سازی از GSS بهره برده‌اند [۱۶].

در اینجا برای تفسیر golden section از یک تعبیر هندسی استفاده می‌شود که هیت<sup>۶</sup> (۲۰۰۲) برای آن ارائه داد [۱۴]. در این تعبیر از golden section فرض می‌شود که باید یک خط مستقیم با طول R به دو قسمت جداگانه تقسیم شود به طوری که نسبت قسمت بزرگتر به کل خط برابر باشد با نسبت قسمت کوچکتر به قسمت بزرگتر. به عبارت دیگر اگر فرض شود پاره خط AB با نقطه جداگانه C به دو قسمت تقسیم شود، به گونه‌ای که طول AC با  $r_1$  و طول CB با  $r_2$  نشان داده شود و  $r_2 > r_1$  در این صورت رابطه (۱۱) برقرار است:

$$s = \frac{r_1}{r_2} = \frac{r_2}{R} \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

با توجه به اینکه می‌دانیم  $R = r_1 + r_2$  رابطه (۱۱) به صورت رابطه (۱۲) بازنویسی می‌شود.

$$s = \frac{r_2}{R} = \frac{r_2}{r_1 + r_2} \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

با تقسیم صورت و مخرج عبارت (۱۲) بر  $r_2$  و استفاده از (۱۱):

$$s = \frac{\frac{r_2}{r_2}}{\frac{r_1}{r_2} + \frac{r_2}{r_2}} = \frac{1}{s + 1} \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

اکنون برای محاسبه s معادله  $s^2 + s - 1 = 0$  به دست می‌آید به طوری که ریشه‌های این معادله  $s = \frac{-1-\sqrt{5}}{2}$  و  $s = \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$  خواهد بود. ریشه مثبت این معادله را اصطلاحاً golden section می‌نامند و در این مقاله آن را با  $\gamma$  نمایش داده می‌شود. یکی از کاربردهای مهم این نسبت در الگوریتم GSS جهت بهینه‌سازی توابع uni-modal است. در این مقاله هدف پیدا کردن یک مقدار مشخص از  $\alpha$  است به طوری که SSE کمینه شود. این نقطه با  $\alpha^*$  نشان داده می‌شود. برای این منظور ابتدا بازه  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$  برای یافتن نقطه بهینه تعیین می‌شود. سپس از طریق روابط (۱۴) تا (۱۶)  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  محاسبه می‌شود.

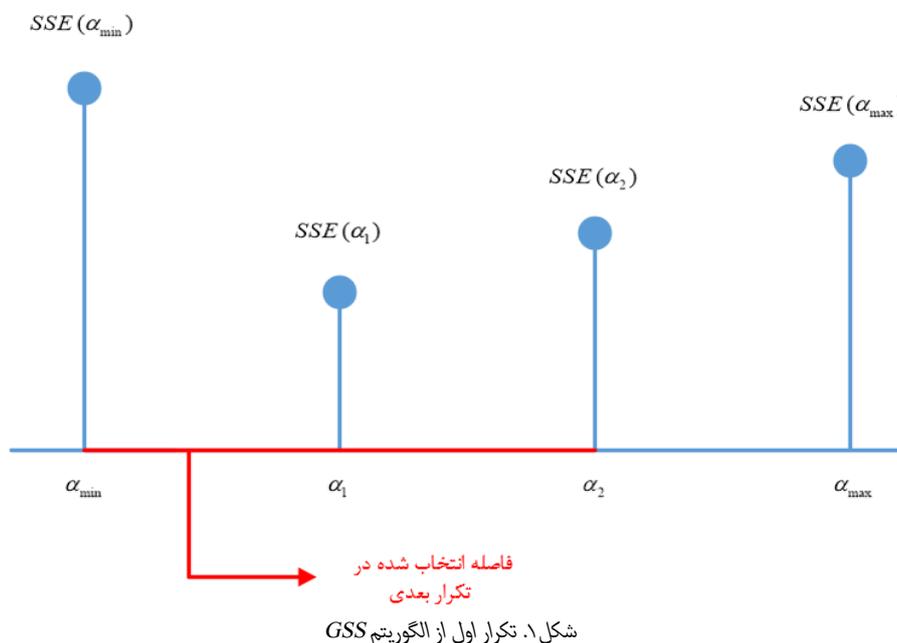
1. Kiefer
2. He
3. Tsai
4. Patron
5. Kabiriana and Ólafssonb
6. Heath

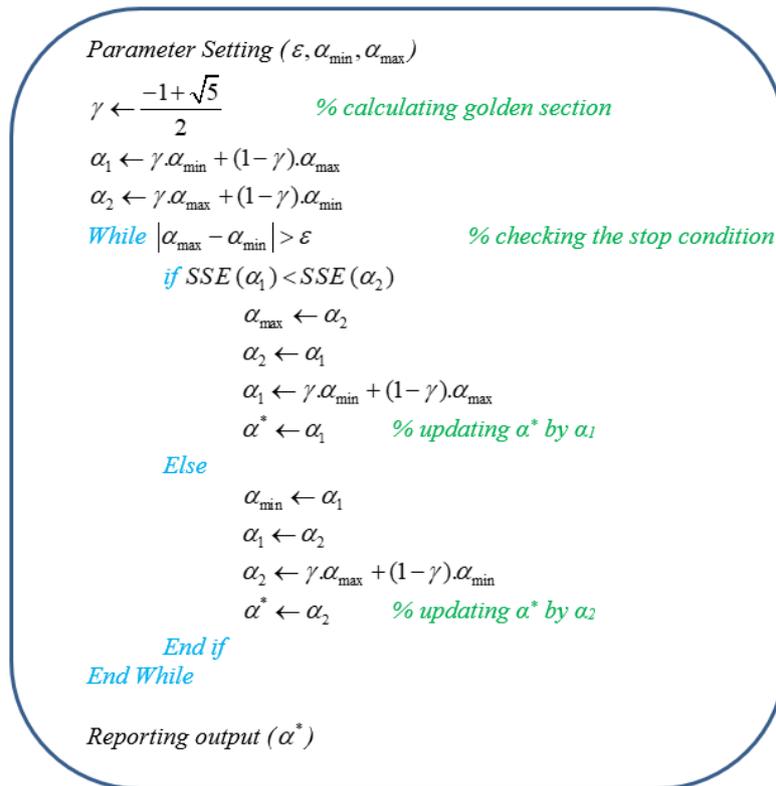
$$\gamma = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2} \tag{۱۴}$$

$$\alpha_1 = \gamma \cdot \alpha_{\min} + (1 - \gamma) \cdot \alpha_{\max} \tag{۱۵}$$

$$\alpha_2 = \gamma \cdot \alpha_{\max} + (1 - \gamma) \cdot \alpha_{\min} \tag{۱۶}$$

پس از محاسبه  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  مقدار  $SSE$  در هر یک از این نقاط برآورد می‌شود و با  $SSE(\alpha_1)$  و  $SSE(\alpha_2)$  نشان داده می‌شود. حال اگر  $SSE(\alpha_1) < SSE(\alpha_2)$  باشد، آنگاه  $\alpha^*$  متعلق به بازه  $[\alpha_{\min}, \alpha_2]$  است. در غیر اینصورت  $\alpha^*$  متعلق به بازه  $[\alpha_1, \alpha_{\max}]$  است. با توجه به این توضیحات در هر تکرار GSS دو بازه جستجو وجود دارد که تنها یکی از آنها برای جستجوهای بعدی انتخاب می‌شود و آنچه که ضرورت دارد این است که طول این بازه‌ها با یکدیگر برابر باشد. توضیح فوق اولین تکرار GSS را بیان می‌کند در تکرارهای بعدی ضمن به روز کردن بازه جستجو مقادیر  $\alpha_1$  و  $\alpha_2$  از روابط (۱۵) و (۱۶) محاسبه شده و الگوریتم تا رسیدن به شرط توقف نهایی به همین ترتیب ادامه می‌یابد. شرط توقف تعریف شده در GSS این است که طول بازه جستجو کمتر از  $\epsilon$  باشد. شکل ۱ اولین تکرار از الگوریتم GSS را در بازه  $[\alpha_{\min}, \alpha_{\max}]$  نشان می‌دهد که در آن به طور مثال  $SSE(\alpha_1) < SSE(\alpha_2)$  برقرار شده است. همچنین شکل ۲، شبه کد الگوریتم GSS را نشان می‌دهد. در ادامه برای اینکه نرخ همگرایی GSS تعریف شود، ابتدا به دو ویژگی جالب golden section اشاره می‌شود. اولین ویژگی آن این است که  $1 - \gamma = \gamma^2$  و نیز ویژگی دوم آن که منجر به تعریف golden ratio شده است به این صورت است که  $\phi = 1 + \gamma = \frac{1}{\gamma}$  که در آن  $\phi$  را golden ratio می‌نامند و برابر است با  $\phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$  حال اگر تعداد تکرارهای GSS تا رسیدن به شرط توقف برابر با NOI باشد، آنگاه نرخ همگرایی GSS،  $\phi^{NOI}$  می‌باشد [۲۱] در این راستا شائو<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۱۴) نشان دادند که طول بازه‌ی جستجو در الگوریتم GSS با  $NOI=15$  می‌تواند تا کمتر از ۱٪ طول بازه‌ی اولیه کاهش یابد [۳۷].





شکل ۲. شبه کد الگوریتم GSS

پس از محاسبه پارامتر شکل توزیع وایبل ( $\alpha$ ) برای محاسبه پارامتر شکل آن ( $\lambda$ ) از رابطه پارامتر مقیاس با میانگین وایبل استفاده می‌شود که برابر است با  $E(t) = \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)$ . از طرف دیگر، می‌دانیم با توجه به مشاهدات مربوط به عمر ابزار برای هر سطح از آزمایش Box-Behnken با  $n$  مشاهده داریم  $E(t) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n t_i$ . حال با استفاده از مقدار  $\alpha$  بدست آمده از GSS می‌توان پارامتر مقیاس را برای هر سطح از آزمایش Box-Behnken از طریق رابطه (۱۷) محاسبه نمود.

$$\lambda = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)}{E(t)} \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

به طور کلی در این روش با ترکیب طراحی آزمایشات با استفاده از روش Box-Behnken، تبدیل TTT و بهینه‌سازی با استفاده از روش golden section search می‌توان پارامترهای توزیع عمر یک ابزار برشی که از توزیع وایبل پیروی می‌کند را بر اساس تغییرات بوجود آمده در شرایط ماشین‌کاری بدست آورد. چنین رویکردی این امکان را فراهم می‌کند تا در مدلسازی عمر ابزار ضمن در نظر گرفتن یک رویکرد احتمالی برای مقادیر ثابت پارامترهای ماشین‌کاری، تاثیر تغییرات اعمال شده در این پارامترها را بر روی توزیع عمر ابزار تجزیه و تحلیل نمود. در این متدولوژی ابتدا طراحی آزمایشات به روش Box-Behnken مقادیر هر یک از پارامترهای ماشین‌کاری را در هر آزمایش معرفی می‌کند. نکته قابل توجه این است که به منظور داشتن دقت بیشتر هر آزمایش معرفی شده توسط Box-Behnken به یک تعداد مشخص و از پیش تعیین شده تکرار می‌شود. سپس با استفاده از تبدیل TTT بر روی داده‌های بدست آمده یک مسئله بهینه‌سازی در فضای محدب شکل می‌گیرد که در آن یک تابع uni-modal و تک متغیره بر اساس روش golden section search بهینه می‌شود. نتیجه این بهینه‌سازی بدست آوردن پارامتر شکل توزیع وایبل تحت یک مجموعه از مقادیر مشخص و ثابت پارامترهای ماشین‌کاری می‌باشد. با داشتن پارامتر شکل و استفاده از میانگین توزیع وایبل می‌توان پارامتر

مقیاس توزیع وایبل را برآورد نمود. این در حالی است که این فرایند برای تمامی آزمایشات طراحی شده در Box-Behnken صورت می‌گیرد. و در نهایت رابطه هر یک از پارامترهای توزیع عمر ابزار با پارامترهای ماشین‌کاری به صورت یک تابع مربع کامل بیان می‌شود.

#### ۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این مقاله جهت پیاده‌سازی متدولوژی پیشنهادی از یک فرایند فرزکاری با اطلاعات مشخص که در ادامه توضیح داده می‌شود، استفاده شد. این فرایند ماشین‌کاری بر روی یک قطعه کار از جنس steel 304 با طول 260 میلی‌متر و پهنا 40 میلی‌متر انجام می‌شود. در این تحقیق از اینسرت‌هایی از جنس Covered cemented carbide که هر کدام دارای ۳ لبه است به عنوان ابزار برشی بهره برده شده است. این ابزارها بر روی یک ابزارگیر بسته شده و با استفاده از یک دستگاه فرز CNC سه محوره عملیات روتراشی را بر روی قطعه کار انجام می‌دهند. همچنین حد پایین و بالای پارامترهای ماشین‌کاری بر اساس زمان مورد نیاز و نیز آستانه تحمل دستگاه تعیین گردید. جدول ۱ اطلاعات تکمیلی مربوط به ماشین‌کاری انجام شده را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مشخصات ماشین‌کاری در مورد مطالعاتی

مواد: Steel 304	قطعه کار
طول (L): 260 mm	
عرض (d): 40 mm	
Emco-PC MILL 100	ابزار ماشین‌کاری
Holder: T114-D042-16 Z03 TP16	
Insert: Sandvik	ابزار
T-PU-N-16-03-04-H13A	
ندارد	شیوه خنک‌کاری
حد پایین: 1000 rpm	سرعت اسپیندل (N)
حد بالا: 2000 rpm	
حد پایین: 0.1 mm/rev	نرخ تغذیه (F)
حد بالا: 0.3 mm/rev	
حد پایین: 0.1 mm	عمق برش (D)
حد بالا: 0.2 mm	

با توجه به رابطه بین سرعت اسپیندل و سرعت برشی که به صورت  $V = \frac{\pi dN}{1000}$  بیان می‌شود در فرایند ماشین‌کاری فوق می‌توان مقدار سرعت برشی را محاسبه نمود. همچنین زمان ماشین‌کاری بر روی یک قطعه کار از رابطه  $t = \frac{Vol}{NFDd}$  محاسبه می‌شود که در آن حجم مواد برداشته شده از سطح قطعه کار می‌باشد و برابر است با  $Vol = D \times L \times d$ .

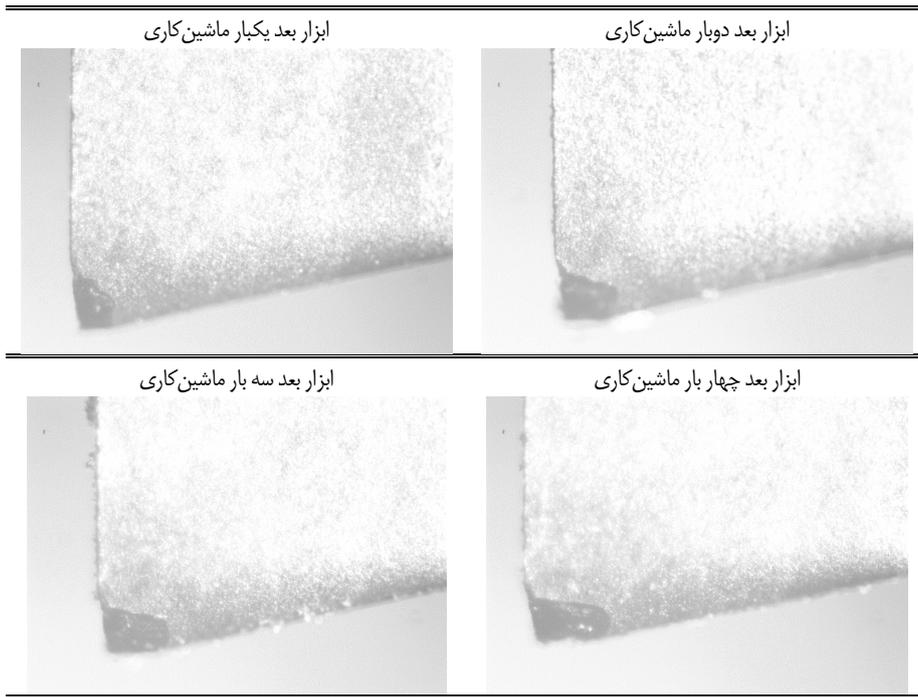
در مورد مطالعاتی در نظر گرفته شده در این مقاله در هر آزمایش، عملیات ماشین‌کاری بر روی قطعه کار انجام شده، سپس اینسرت از روی holder جدا می‌شود و توسط یک لنز از نوک ابزار عکس‌برداری می‌شود تا بدین وسیله مقدار flank wear اندازه‌گیری شود این کار تا رسیدن به پایان عمر ابزار تکرار می‌شود و به این صورت یک آزمایش به اتمام می‌رسد. در این آزمایشات  $VB_B \max = 03mm$  به عنوان معیار برای پایان عمر ابزار در نظر گرفته شده است، آنچنان که بریتو<sup>۱</sup> و همکاران (۲۰۱۴) همین معیار را برای پایان عمر ابزار در یک مطالعه بر روی فرایند فرزکاری در نظر گرفته‌اند [۴].

طراحی آزمایشات با توجه به توضیحات بخش ۲ بر اساس متدولوژی Box-Behnken صورت گرفته و با استفاده از رابطه ۲ می‌توان تعداد کلی آزمایشات را برآورد نمود به طوری که با قرار دادن  $k=3$  و  $C_0=1$  در رابطه ۲ تعداد ۱۳ آزمایش طراحی شده موجود است. در این طراحی مکعبی که توسط مجموعه‌ای از نقاط فرضی، در نقطه میانی هر ضلع یک مکعب چندبعدی و نقطه مرکزی توصیف می‌شود، مقادیر پارامترهای ماشین‌کاری مشخص می‌شود و بر اساس آنها هر آزمایش با تعداد تکرار از پیش تعیین شده انجام می‌شود. در این تحقیق ۵ تکرار برای هر آزمایش در نظر گرفته شده است. در جدول ۲ مقادیر پارامترهای ماشین‌کاری در هر آزمایش و زمان پایان عمر هر اینسرت در هر تکرار از هر آزمایش بر حسب ثانیه آورده شده است.

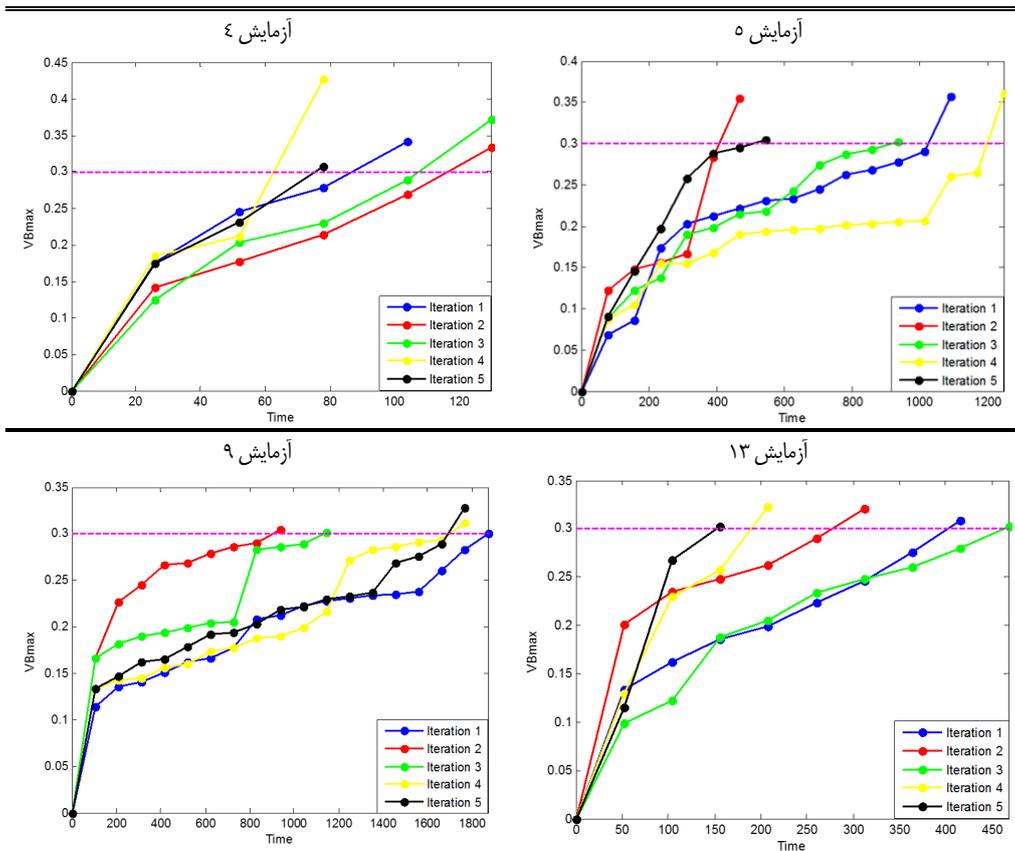
جدول ۲. عمر ابزار در آزمایشات طراحی شده

شماره آزمایش	پارامترهای ماشین‌کاری			عمر ابزار				
	سرعت اسپیندل (N)	نرخ تغذیه (F)	عمق برش (D)	$t_1$	$t_2$	$t_3$	$t_4$	$t_5$
۱	۱۰۰۰	۰.۱	۰.۱۵	۱۲۴۳	۱۸۶۵.۵۴	۱۹۶۵.۶	۲۳۶۳.۰۶	۶۹۰.۲۲
۲	۲۰۰۰	۰.۱	۰.۱۵	۷۹.۱۳	۲۲۳.۲۶	۲۳۸.۰۸	۱۸۷.۵۸	۱۹۹.۳۳
۳	۱۰۰۰	۰.۳	۰.۱۵	۱۳۵۲	۱۳۵.۲۵	۱۰۷۱.۰۲	۱۷۸.۴۸	۳۸۷.۴۸
۴	۲۰۰۰	۰.۳	۰.۱۵	۸۶۸۶	۱۱۶.۴۴	۱۰۷.۵۴	۶۲.۷	۷۵.۶۱
۵	۱۰۰۰	۰.۲	۰.۱	۱۰۲۵.۴۲	۴۰۸.۳۶	۹۱۳.۷۱	۱۱۹۸.۶۶	۵۰.۷
۶	۲۰۰۰	۰.۲	۰.۱	۱۱۹.۷	۱۰۰.۱۳	۹۱	۱۲۶.۵۷	۱۰۸.۹۸
۷	۱۰۰۰	۰.۲	۰.۲	۳۹۲.۹۵	۱۷۸.۲۷	۶۸۶.۵۱	۴۹۹.۹۵	۹۹۰.۴۹
۸	۲۰۰۰	۰.۲	۰.۲	۶۵.۱۸	۶۱.۲۹	۸۳.۴۸	۷۸.۵۹	۱۱۸.۷۴
۹	۱۵۰۰	۰.۱	۰.۱	۱۸۷۲	۹۰.۵۰۲	۱۱۳۲.۵۴	۱۷۰۳.۷۸	۱۶۹۳.۷۵
۱۰	۱۵۰۰	۰.۳	۰.۱	۵۰۸.۰۹	۴۶۸	۳۲۲.۲۸	۴۹۴.۷۳	۵۷۵.۴۷
۱۱	۱۵۰۰	۰.۱	۰.۲	۸۱۳.۴۵	۱۳۷۱.۸۵	۱۴۹۰.۳۹	۱۸۳۱.۵۹	۶۶۵.۰۸
۱۲	۱۵۰۰	۰.۳	۰.۲	۴۸.۴۱	۱۴۳.۹۴	۱۰۰.۰۸	۶۴.۸۷	۱۲۱.۳۳
۱۳	۱۵۰۰	۰.۲	۰.۱۵	۴۰۲.۳۶	۲۷۶.۶۱	۴۶۱.۵۳	۱۸۹.۹۴	۱۵۱.۸۶

برای مثال، در شکل ۳ روند flank wear برای اولین تکرار از آزمایش ۴ نشان داده شده است. در این آزمایش با توجه به مقادیر بالای سرعت اسپیندل و نرخ تغذیه، میزان flank wear ابزار، پس از تعداد دفعات کم به حداکثر مقدار مجاز می‌رسد. شکل ۴ روند پیشرفت flank wear را برای نمونه در ۵ تکرار متوالی از آزمایشات ۴، ۵، ۹ و ۱۳ نمایش می‌دهد. مقادیر پارامترهای ماشین‌کاری در این آزمایشات در جدول ۲ آمده است. در ادامه با توجه به توضیحات آمده در بخش ۲ می‌بایست مقادیر  $T(t_i)$  برای هر آزمایش محاسبه شود. برای این منظور، ابتدا داده‌های بدست آمده از زمان پایان عمر ابزار ( $t_i$ ) به صورت صعودی مرتب شده و سپس با استفاده از رابطه ۳،  $TTT$  محاسبه می‌شود و در نهایت این مقادیر بر  $T(t_n)$  تقسیم می‌گردد. جدول ۳ نحوه انجام محاسبات لازم برای ۴ سطح از آزمایشات طراحی شده را نشان می‌دهد.



شکل ۳. روند *flank wear* برای اولین تکرار از آزمایش ۴



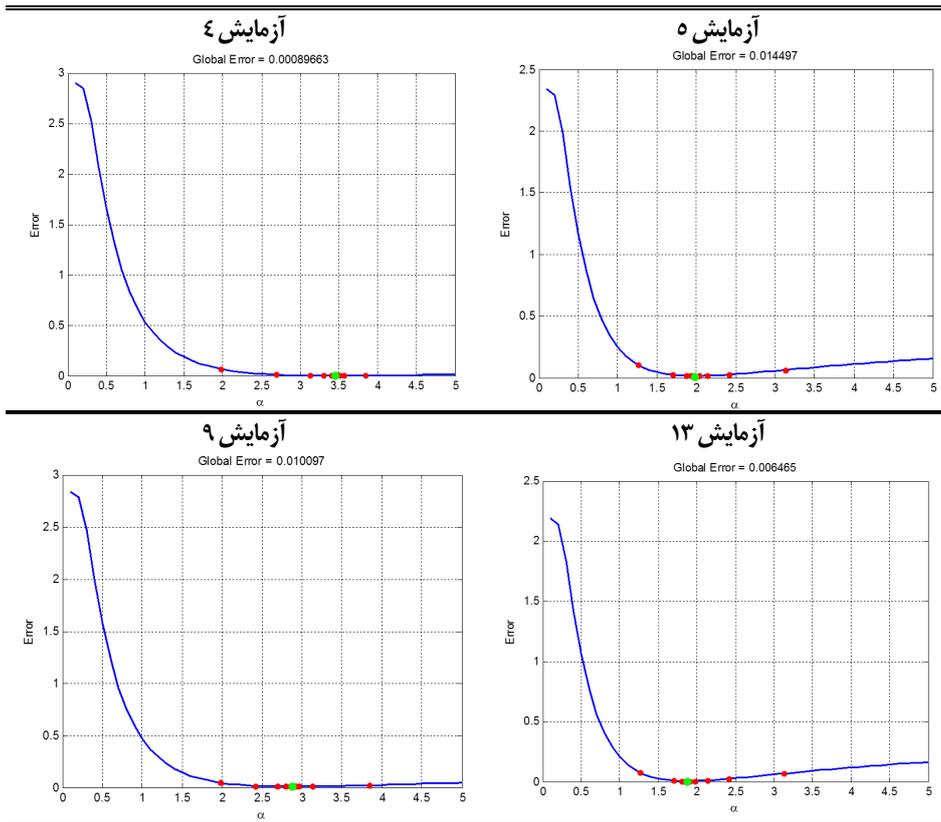
شکل ۴. روند پیشرفت *flank wear* را برای نمونه در ۵ تکرار متوالی از آزمایشات ۴، ۵، ۹ و ۱۳

جدول ۳. داده‌های عمر ابزار و تخمین  $TTT$ 

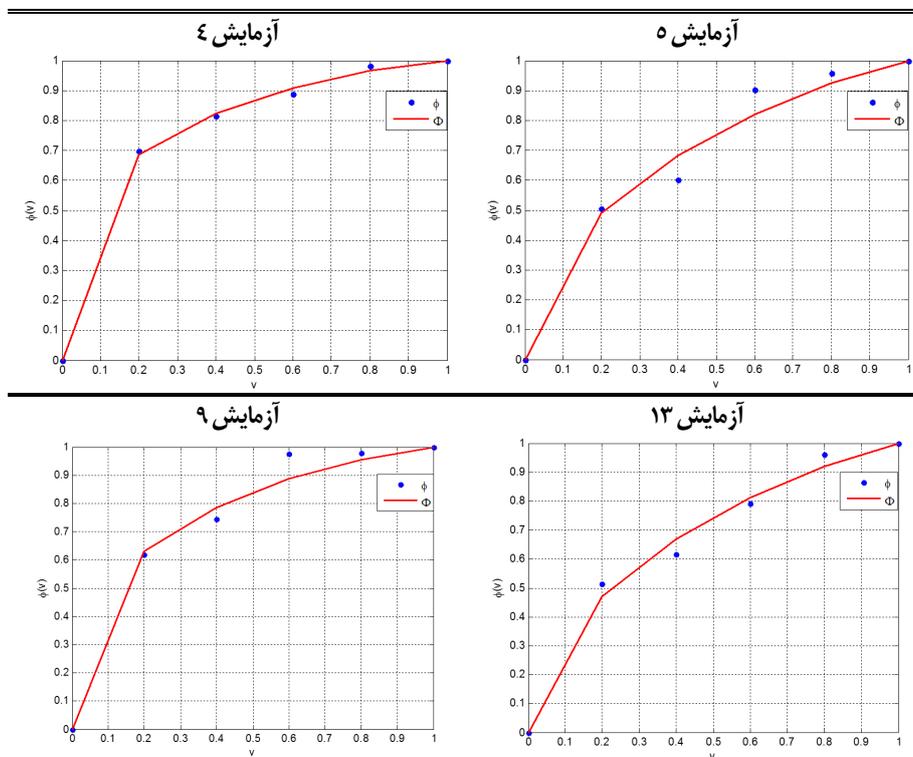
آزمایش ۴					آزمایش ۵				
$i$	$t_i$	$T(t_i)$	$v$	$\frac{T(t_i)}{T(t_n)}$	$i$	$t_i$	$T(t_i)$	$v$	$\frac{T(t_i)}{T(t_n)}$
۱	۶۲.۷	۳۱۳.۵۱	۰.۲	۰.۶۹۸	۱	۴۰۸.۳۶	۲۰۴۱.۸	۰.۲	۰.۵۰۳۸
۲	۷۵.۶۱	۳۶۵.۱۲	۰.۴	۰.۸۱۲۹	۲	۵۰.۷	۲۴۳۶.۳۶	۰.۴	۰.۶۰۱۱
۳	۸۶.۸۶	۳۹۸.۸۹	۰.۶	۰.۸۸۸۱	۳	۹۱۳.۷۱	۳۶۵۶.۵	۰.۶	۰.۹۰۲۱
۴	۱۰۷.۵۴	۴۴۰.۲۴	۰.۸	۰.۹۸۰۲	۴	۱۰۲۵.۴۲	۳۸۷۹.۹۲	۰.۸	۰.۹۵۷۳
۵	۱۱۶.۴۴	۴۴۹.۱۴	۱	۱	۵	۱۱۹۸.۶۶	۴۰۵۳.۱۶	۱	۱
آزمایش ۹					آزمایش ۱۳				
$i$	$t_i$	$T(t_i)$	$v$	$\frac{T(t_i)}{T(t_n)}$	$i$	$t_i$	$T(t_i)$	$v$	$\frac{T(t_i)}{T(t_n)}$
۱	۹۰.۵۰۲	۴۵۲۵.۱۱	۰.۲	۰.۶۱۹۳	۱	۱۵۱.۸۶	۷۵۹.۳۲	۰.۲	۰.۵۱۲۳
۲	۱۱۳۲.۵۴	۵۴۳۵.۱۶	۰.۴	۰.۷۴۳۸	۲	۱۸۹.۹۴	۹۱۱.۶۴	۰.۴	۰.۶۱۵
۳	۱۶۹۳.۷۵	۷۱۱۸.۸۱	۰.۶	۰.۹۷۴۲	۳	۲۷۶.۶۱	۱۱۷۱.۶۳	۰.۶	۰.۷۹۰۴
۴	۱۷۰۲.۷۸	۷۱۳۸.۸۷	۰.۸	۰.۹۷۷	۴	۴۰۲.۳۶	۱۴۲۳.۱۳	۰.۸	۰.۹۶۰۱
۵	۱۸۷۲	۷۳۰۷.۰۹	۱	۱	۵	۴۶۱.۵۳	۱۴۸۲.۳	۱	۱

پس از انجام محاسبات فوق می‌بایست پارامترهای توزیع وایبل، در هر سطح از آزمایشات طراحی شده تعیین گردد. برای این منظور با توجه به توضیحات ارائه شده در بخش ۲ توابع  $G(v)$  و  $SSE$  بر اساس روابط ۸ و ۱۰ برای هر آزمایش بدست می‌آید. همانطور که در بخش ۲ گفته شد، در ادامه با کمینه‌سازی  $SSE$  با استفاده از golden section search می‌توان پارامترهای شکل توزیع وایبل را برای هر یک از آزمایشات طراحی شده توسط متدولوژی box-behnken تعیین نمود. شکل ۵ روند پیاده‌سازی نقطه به نقطه‌ی golden section search را برای ۴ سطح از آزمایشات به عنوان نمونه نمایش می‌دهد. در این شکل نقاط قرمز نقاط یافت شده در هر تکرار از الگوریتم GSS و نقطه سبز نقطه بهینه بدست آمده از این روش می‌باشد.

شکل ۶، نمودار  $TTT$  را با توجه به توضیحات ارائه شده در بخش ۲ برای ۴ سطح آزمایشی مذکور نمایش می‌دهد که در آن نقاط آبی رنگ مقادیر  $\frac{T(t_i)}{T(t_n)}$  و تابع  $G(v)$  به طوری که پارامترهای شکل با استفاده از الگوریتم GSS بدست آمده و در آن جایگذاری شده است با رنگ قرمز نشان داده می‌شود. پس از بدست آوردن پارامتر شکل برای محاسبه پارامتر مقیاس می‌توان از رابطه ۱۷ استفاده نمود.



شکل ۵. روند پیاده سازی نقطه به نقطه‌ی *golden section search* را برای ۴ سطح از آزمایشات به عنوان نمونه

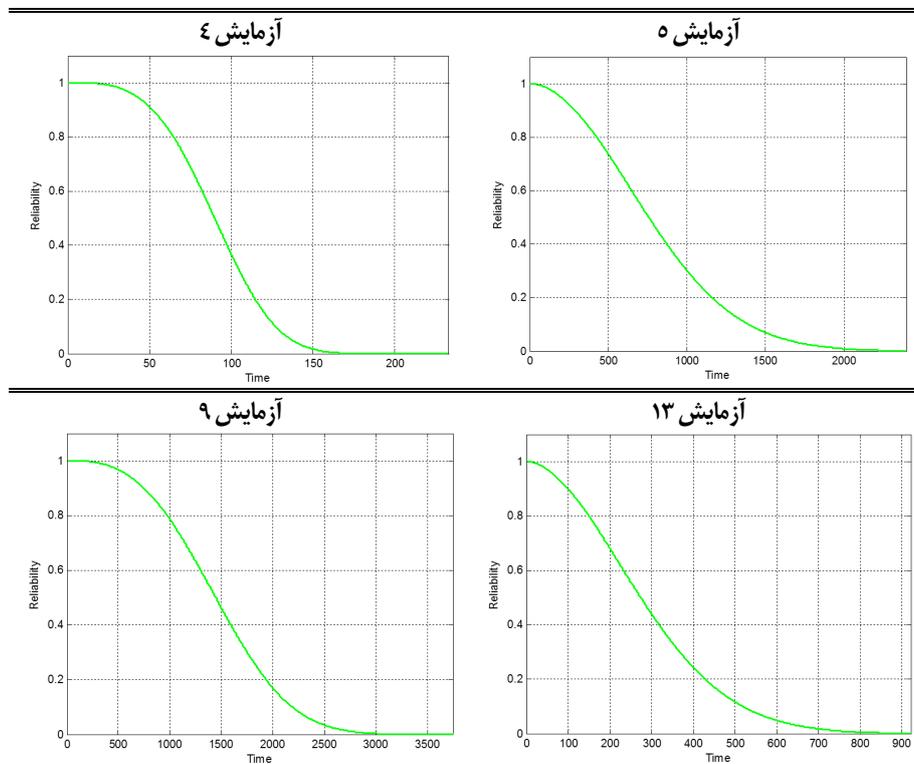


شکل ۶. نمودار *TTT* برای ۴ سطح آزمایشی به عنوان نمونه

پس از بدست آوردن مقادیر پارامترهای شکل و مقیاس توزیع وایبل در هر سطح از آزمایشات طراحی شده توسط متدولوژی box-behnken می‌توان با استفاده از تابع مربع کامل رابطه این پارامترها را با شرایط ماشین‌کاری مدلسازی نمود. جدول ۴ پارامترهای شکل و مقیاس توزیع وایبل را در هر سطح از آزمایشات، نشان می‌دهد. همچنین مقدار تابع  $SSE$  که در فرایند بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم GSS بدست آمده در این جدول گزارش شده است. در شکل ۷ تابع قابلیت اطمینان عمر ابزار با ۴ مجموعه مختلف از پارامترهای ماشین‌کاری نشان داده شده که در هر کدام از آنها مقادیر پارامترهای توزیع وایبل متفاوت می‌باشد.

جدول ۴. پارامترهای شکل و مقیاس توزیع وایبل را در هر سطح از آزمایشات

SSE	$\lambda$	$\alpha$	پارامترهای ماشین‌کاری			شماره آزمایش
			عمق برش (D)	نرخ تغذیه (F)	سرعت اسپیندل (N)	
۰.۰۱۶۲	۰.۰۰۰۵۴۵	۱.۹۸۹۲۴	۰.۱۵	۰.۱	۱۰۰۰	۱
۰.۰۴۹۹	۰.۰۰۴۷۸۱	۲.۴۴۶۴۶	۰.۱۵	۰.۱	۲۰۰۰	۲
۰.۰۳۵۷	۰.۰۰۱۶۹۱	۰.۸۹۲۸۶	۰.۱۵	۰.۳	۱۰۰۰	۳
۰.۰۰۰۹	۰.۰۱۰۰۰۸	۳.۴۴۶۶۱	۰.۱۵	۰.۳	۲۰۰۰	۴
۰.۰۱۴۵	۰.۰۰۱۰۹۴	۱.۹۷۰۲۴	۰.۱	۰.۲	۱۰۰۰	۵
۰.۰۰۰۲	۰.۰۰۸۵۲۱	۶.۴۱۵۲۸	۰.۱	۰.۲	۲۰۰۰	۶
۰.۰۰۵۲	۰.۰۰۱۶۴۲	۱.۵۰۱۵	۰.۲	۰.۲	۱۰۰۰	۷
۰.۰۰۸	۰.۰۱۱۰۷۹	۳.۶۹۸۳۶	۰.۲	۰.۲	۲۰۰۰	۸
۰.۰۱۰۱	۰.۰۰۰۰۶۱	۲.۸۷۶۱۱	۰.۱	۰.۱	۱۵۰۰	۹
۰.۰۰۹۳	۰.۰۰۱۹۱۸	۴.۱۵۲۱۱	۰.۱	۰.۳	۱۵۰۰	۱۰
۰.۰۱۰۵	۰.۰۰۰۷۱۷	۲.۱۲۷۸۶	۰.۲	۰.۱	۱۵۰۰	۱۱
۰.۰۰۴۳	۰.۰۰۹۲۵۷	۲.۰۰۴۸۹	۰.۲	۰.۳	۱۵۰۰	۱۲
۰.۰۰۶۵	۰.۰۰۲۹۹۴	۱.۸۷۷۰۶	۰.۱۵	۰.۲	۱۵۰۰	۱۳



شکل ۷. تابع قابلیت اطمینان عمر ابزار با ۴ مجموعه‌ی مختلف از پارامترهای ماشین‌کاری

پس از بدست آوردن نتایج ارائه شده در جدول ۴، جهت بررسی تاثیر هر یک از پارامترهای ماشین‌کاری بر روی هر یک از پارامترهای توزیع وایبل جدول آنالیز واریانس برای پارامترهای شکل و مقیاس به طور جداگانه در جداول ۵ و ۶ نمایش داده می‌شود. در این جداول، درجه آزادی DF تعداد مقادیری است که یک آماره امکان تغییر دارد و مقدار آن از تفریق تعداد پارامترهای برآورد شده از تعداد مشاهدات مستقل به دست می‌آید. اگر یک فاکتور دارای  $k = 3$  سطح باشد، درجه آزادی آن  $k - 1$  یا ۲ خواهد بود. در این مقاله، چون ۱۳ سطح وجود دارد، درجه آزادی آن ۱۲ خواهد شد. *SeqSS* مجموع مربعات ترتیبی است و به تعداد عامل‌هایی که به مدل وارد می‌شوند وابسته است. قسمتی از مجموع مربعات رگرسیون (*SSR*) که توسط یک عامل توضیح داده می‌شود، با توجه به همه عامل‌هایی که قبلاً وارد مدل شده‌اند. *AdjSS* مجموع مربعات تعدیل شده است و به تعداد عامل‌هایی که به مدل وارد شده‌اند بستگی ندارد. سهم منحصر به فردی از مجموع مربعات رگرسیون (*SSR*) که بدون در نظر گرفتن سایر عامل‌های وارد شده به مدل فقط برای یک عامل اختصاص می‌یابد. *AdjMS* میانگین مربعات تعدیل شده از تقسیم مجموع مربعات تعدیل شده بر درجه آزادی بدست می‌آید. *F* از تقسیم میانگین مربعات عاملی که در اینجا منظور مقدار *AdjMS* برای هر عامل (در هر سطر از جدول) است بر میانگین مربعات خطا (*MSE*) بدست می‌آید. می‌توان از مقایسه نرخ بدست آمده با مقدار مورد نظر از جدول *F* با توجه به درجات آزادی و *p - value* ارائه شده برای سطح معنی‌دار بودن تغییرات عامل را ارزیابی کرد. *P* همان *p - value* است. همانطور که گفته شد از *p - value* برای تعیین معنادار بودن یک عامل استفاده می‌شود.

جدول ۵. آنالیز واریانس  $\alpha$ 

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
<b>Regression</b>	۹	۲۲.۹۲۸۶	۲۲.۹۲۸۶	۲.۵۴۷۶	۴.۱۲	۰.۱۳۵
<b>Linear</b>	۳	۱۶.۴۰۹۴	۱۶.۴۰۹۴	۵.۴۶۹۸	۸.۸۵	۰.۰۵۳
<b>N</b>	۱	۱۱.۶۴۷۲	۱۱.۶۴۷۲	۱۱.۶۴۷۲	۱۸.۸۵	۰.۰۲۳
<b>F</b>	۱	۰.۱۳۹۶	۰.۱۳۹۶	۰.۱۳۹۶	۰.۲۳	۰.۶۶۷
<b>D</b>	۱	۴.۶۲۲۵	۴.۶۲۲۵	۴.۶۲۲۵	۷.۴۸	۰.۰۷۲
<b>Square</b>	۳	۳.۶۶۷۵	۳.۶۶۷۵	۱.۲۲۲۵	۱.۹۸	۰.۲۹۵
<b>N×N</b>	۱	۰.۱۰۸۱	۰.۴۸۶۶	۰.۴۸۶۶	۰.۷۹	۰.۴۴
<b>F×F</b>	۱	۱.۰۰۱۵	۰.۰۴۷۸	۰.۰۴۷۸	۰.۰۸	۰.۷۹۹
<b>D×D</b>	۱	۲.۵۵۷۹	۲.۵۵۷۹	۲.۵۵۷۹	۴.۱۴	۰.۱۳۵
<b>Interaction</b>	۳	۲.۸۵۱۷	۲.۸۵۱۷	۰.۹۵۰۶	۱.۵۴	۰.۳۶۶
<b>N×F</b>	۱	۱.۰۹۸۹	۱.۰۹۸۹	۱.۰۹۸۹	۱.۷۸	۰.۲۷۵
<b>N×D</b>	۱	۱.۲۶۳۶	۱.۲۶۳۶	۱.۲۶۳۶	۲.۰۵	۰.۲۴۸
<b>F×D</b>	۱	۰.۴۸۹۳	۰.۴۸۹۳	۰.۴۸۹۳	۰.۷۹	۰.۴۳۹
<b>Residual Error</b>	۳	۱.۸۵۳۵	۱.۸۵۳۵	۰.۶۱۷۸		
<b>Total</b>	۱۲	۲۴.۷۸۲۱				

$$R^2 = ۹۲.۵۲\%$$

جدول ۶. آنالیز واریانس  $\lambda$ 

Source	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
<b>Regression</b>	۹	۰.۰۰۰۱۸۷	۰.۰۰۰۱۸۷	۰.۰۰۰۰۲۱	۱۰.۰۷	۰.۰۴۲
<b>Linear</b>	۳	۰.۰۰۰۱۵۵	۰.۰۰۰۱۵۵	۰.۰۰۰۰۵۲	۲۵.۰۵	۰.۰۱۳
<b>N</b>	۱	۰.۰۰۰۱۰۸	۰.۰۰۰۱۰۸	۰.۰۰۰۱۰۸	۵۲.۴۵	۰.۰۰۵
<b>F</b>	۱	۰.۰۰۰۰۳۳	۰.۰۰۰۰۳۳	۰.۰۰۰۰۳۳	۱۵.۹۵	۰.۰۲۸
<b>D</b>	۱	۰.۰۰۰۰۱۴	۰.۰۰۰۰۱۴	۰.۰۰۰۰۱۴	۶.۷۵	۰.۰۸
<b>Square</b>	۳	۰.۰۰۰۰۱۴	۰.۰۰۰۰۱۴	۰.۰۰۰۰۰۵	۲.۲۲	۰.۲۶۵
<b>N×N</b>	۱	۰.۰۰۰۰۰۱	۰.۰۰۰۰۰۸	۰.۰۰۰۰۰۸	۳.۸۴	۰.۱۴۵
<b>F×F</b>	۱	۰.۰۰۰۰۰۲	۰.۰۰۰۰۰۱	۰.۰۰۰۰۰۱	۰.۴	۰.۵۷۴
<b>D×D</b>	۱	۰.۰۰۰۰۰۱	۰.۰۰۰۰۰۱	۰.۰۰۰۰۰۱	۰.۵۹	۰.۴۹۹
<b>Interaction</b>	۳	۰.۰۰۰۰۱۸	۰.۰۰۰۰۱۸	۰.۰۰۰۰۰۶	۲.۹۵	۰.۱۹۹
<b>N×F</b>	۱	۰.۰۰۰۰۰۴	۰.۰۰۰۰۰۴	۰.۰۰۰۰۰۴	۲.۰۲	۰.۲۵
<b>N×D</b>	۱	۰.۰۰۰۰۰۱	۰.۰۰۰۰۰۱	۰.۰۰۰۰۰۱	۰.۴۹	۰.۵۳۴
<b>F×D</b>	۱	۰.۰۰۰۰۱۳	۰.۰۰۰۰۱۳	۰.۰۰۰۰۱۳	۶.۳۴	۰.۰۸۶
<b>Residual Error</b>	۳	۰.۰۰۰۰۰۶	۰.۰۰۰۰۰۶	۰.۰۰۰۰۰۲		
<b>Total</b>	۱۲	۰.۰۰۰۱۹۳				

$$R^2 = ۹۲.۵۲\%$$

$$\alpha = 9.35623 - 0.00184806 \times N + 1.87674 \times F - 94.4347 \times D + 1.84567e - 006 \times N \times N - 14.4686 \times F \times F + 423.147 \times D \times D - 0.0224818 \times N \times D + 0.0104826 \times N \times F - 69.9483 \times D \times F \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

$$\lambda = 0.0263548 - 2.20641e - 005 \times N - 0.0406462 \times F - 0.163598 \times D + 7.44103e - 009 \times N \times N - 0.0598173 \times F \times F + 0.291717 \times D \times D + 2.00967e - 005 \times N \times D + 2.0404e - 005 \times N \times F + 0.361617 \times D \times F \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

در جدول ۵ مقدار  $R^2$  برای پارامتر شکل ۹۲.۵۲٪ است که نشان‌دهنده correlation مناسب مابین مدل quadratic با داده‌های بدست آمده از آزمایشات می‌باشد. مدل بدست آمده برای پارامتر شکل توزیع وایبل در رابطه‌ی ۱۸ آمده است. همانطور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود در ستون آخر مقدار p-value برای N و D دارای کمترین مقدار نسبت به سایر عوامل است که نشان‌دهنده تاثیر زیاد سرعت اسپیندل و عمق برش بر روی پارامتر شکل توزیع وایبل می‌باشد. از میان این دو، سرعت اسپیندل با p-value برابر ۰.۰۲۳ تاثیر بیشتری نسبت به عمق برش با p-value برابر ۰.۰۷۲ دارد. همچنین با توجه به رابطه ۱۸ ضرایب N و D اعداد منفی است که نشان‌دهنده رابطه معکوس بین این پارامترهای ماشین‌کاری با پارامتر شکل توزیع وایبل دارد.

در جدول ۶ مقدار  $R^2$  برای پارامتر مقیاس، ۹۶.۸۰٪ است که نشان‌دهنده correlation مناسب مابین مدل quadratic با داده‌های بدست آمده از آزمایشات می‌باشد. مدل بدست آمده برای پارامتر مقیاس توزیع وایبل در رابطه ۱۹ آمده است. با توجه به جدول ۶ همچنان سرعت اسپیندل با p-value برابر ۰.۰۰۵ دارای بیشتری تاثیر بر روی پارامتر مقیاس است. تاثیر زیاد سرعت اسپیندل یا سرعت برشی بر روی عمر ابزار، در سایر تحقیقات که عمر ابزار را به صورت قطعی نیز در نظر گرفته‌اند گزارش شده و مورد تایید می‌باشد. اما تاثیر نرخ تغذیه با p-value برابر ۰.۰۲۸ و عمق برش با p-value برابر ۰.۰۸۰ بر روی پارامتر مقیاس نیز قابل توجه است. همچنین در بین عوامل interaction عامل  $F \times D$  با p-value برابر ۰.۰۸۶ دارای تاثیر قابل توجه بر روی پارامتر مقیاس می‌باشد. با توجه به ضرایب منفی N، F و D در رابطه ۱۹ می‌توان دریافت که سرعت اسپیندل، نرخ تغذیه و عمق برش هر سه دارای رابطه معکوس با پارامتر مقیاس توزیع وایبل می‌باشند.

### ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

تاکنون تحقیقات زیادی بر روی مدل‌سازی ارتباط بین شرایط ماشین‌کاری و عمر ابزار انجام شده که در آنها عمر ابزار به صورت قطعی در نظر گرفته شده است. با رشد پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه عمر ابزارهای برشی رویکردهای قطعی به رویکردهای احتمالی تغییر یافته است.

در این میان استفاده از توزیع وایبل جهت مدلسازی عمر ابزار دارای کاربرد بیشتری نسبت به سایر توزیع‌ها می‌باشد. در این مقاله برای رسیدن به دو هدف کاربردی، یک متدولوژی ترکیبی با استفاده از DOE مبتنی بر BBD، استفاده از تبدیلات TTT بر روی داده‌های بدست آمده از عمر ابزار و به کارگیری الگوریتم GSS توسعه داده شد. هدف اول تخمین پارامترهای توزیع وایبل در یک شرایط ماشین‌کاری خاص است. که با استفاده از آن توزیع عمر ابزار برشی تحت یک شرایط ماشین‌کاری خاص بر اساس توزیع وایبل مشخص می‌شود. هدف دوم، شناسایی تغییرات بوجود آمده در توزیع عمر ابزار بر اساس تغییرات ایجاد شده در شرایط ماشین‌کاری می‌باشد. برای این منظور در متدولوژی ارائه شده رابطه پارامترهای توزیع وایبل با شرایط ماشین‌کاری به صورت یک مدل مربع کامل تعیین می‌شود. در انتها، روش پیشنهادی در این مقاله بر روی یک فرایند فرزکاری با اطلاعات مشخص، پیاده‌سازی شده و نتایج بدست آمده از آن گزارش شده است. Correlation مناسب مابین مدل مربع کامل برای هر یک از پارامترهای توزیع وایبل با داده‌های بدست آمده از عمر ابزارهای برشی نشان دهنده کفایت متدولوژی پیشنهادی در کاربردهای عملی می‌باشد. با مدلسازی ارتباط بین شرایط ماشین‌کاری و توزیع عمر ابزار در مطالعات آتی می‌توان مدل‌های بهینه‌سازی ریاضی ارائه داد که عمر ابزار در آنها به صورت یک متغیر تصادفی در نظر گرفته می‌شود و ضمن بهینه‌سازی شرایط ماشین‌کاری، زمان تعویض ابزار نیز در این مدل‌ها به صورت توأم بهینه شود. برای این منظور هر یک از پارامترهای توزیع عمر ابزار به صورت یک متغیر وابسته به شرایط ماشین‌کاری تعریف می‌شود و نحوه این وابستگی با استفاده از متدولوژی پیشنهادی در این مقاله مدلسازی می‌شود.

**تعارض منافع.** برای ارائه مطالب و نگارش این مقاله هیچ‌گونه کمک مالی از هیچ فرد، نهاد و سازمانی دریافت نشده است و نتایج و دستاوردهای این مقاله به نفع یا ضرر سازمان یا فردی خاص نخواهد بود. حضور نویسندگان در این پژوهش به عنوان شاهی بی‌طرف ولی متخصص بوده است و نویسندگان هیچ‌گونه تعارض منافی ندارند.

## منابع

- Ahmad, M. and A. Sheikh, (1984). Bernstein reliability model: derivation and estimation of parameters. *Reliability Engineering*, 8(3): p. 131-148.
- Aleem, M., Jawaid, M. M., Talpur, S., Junejo, A. Z., Khan, S. A., & Ahmed, M. (2024). AI Based Predictive Tool-Life Computation in Manufacturing Industry. *International Journal of Innovations in Science & Technology*, 6(1), 132-142.
- Benlahmidi S, Aouici H, Boutaghane F, Khellaf A, Fnides B, Yallese MA. (). Design optimization of cutting parameters when turning hardened AISI H11 steel (50 HRC) with CBN7020 tools. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2016:1-8.
- Brito TG, Paiva AP, Ferreira JR, Gomes JH, Balestrassi PP. (2014). A normal boundary intersection approach to multiresponse robust optimization of the surface roughness in end milling process with combined arrays. *Precision Engineering*.38(3):628-38.
- Childs, T., (2000). *Metal machining: theory and applications*: Butterworth-Heinemann.
- Dasic, P., A. Natsis, and G. Petropoulos, (2008). Models of reliability for cutting tools: Examples in manufacturing and agricultural engineering. *Strojniški vestnik*,. 54(2): p. 122-130.
- Davoodi B, Eskandari B. (2015). Tool wear mechanisms and multi-response optimization of tool life and volume of material removed in turning of N-155 iron-nickel-base superalloy using RSM. *Measurement*. 68: 286-94.
- El Wardany, T. and M. Elbestawi, (1997). Prediction of tool failure rate in turning hardened steels. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*,. 13(1): p. 1-16.
- Ferreira, S. C., Bruns, R. E., Ferreira, H. S., Matos, G. D., David, J. M., Brandão, G. C., ... & Dos Santos, W. N. L. (2007). Box-Behnken design: An alternative for the optimization of analytical methods. *Analytica chimica acta*, 597(2), 179-186.
- Gai, X., Cheng, Y., Guan, R., et al. (2023). Tool remaining useful life prediction and parameters optimization in milling 508III steel. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 129, 1741-1757.
- Galante, G., A. Lombardo, and A. Passannanti, (1998). Tool-life modelling as a stochastic process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*,. 38(10): p. 1361-1369.

12. Gao YY, Ma JW, Jia ZY, Wang FJ, Si LK, Song DN. (2016). Tool path planning and machining deformation compensation in high-speed milling for difficult-to-machine material thin-walled parts with curved surface. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 84(9-12):1757-67.
13. He, C., Zheng, Y.F., Ahalt, S.C., (2002).. Object tracking using the Gabor wavelet transform and the golden section algorithm. *IEEE Trans. Multimed.* 4(4), 528–538.
14. Heath, T.L, (2002). *Euclid's Elements*, Green Lion Press, Santa Fe.
15. IARAS. (2023). Cutting Tool Reliability Testing and Data Proceeding. *International Journal of Advanced Research in Applied Mechanics and Engineering*, 8(3), 45–52.
16. Kabiriana, A., Ólafssonb, S., (2011). Continuous optimization via simulation using Golden Region search. *Eur. J. Oper. Res.* 208(1), 19–27.
17. Kalpakjian, S. and S. Schmid, (2006). *Manufacturing, Engineering and Technology SI 6th Edition-Serope Kalpakjian and Stephen Schmid: Manufacturing, Engineering and Technology: Digital Designs*.
18. Karandikar JM, Abbas AE, Schmitz TL. (2014). Tool life prediction using Bayesian updating. Part 2: Turning tool life using a Markov Chain Monte Carlo approach. *Precision Engineering*. 38(1):18-27.
19. Kiefer, J., (1953).. Sequential minimax search for a maximum. *Proc. Am. Math. Soc.*4 (3), 502–506.
20. Knight, W.A. and G. Boothroyd, (2005). *Fundamentals of metal machining and machine tools*. Vol. 69.: CRC Press.
21. Koupaei JA, Hosseini SM, Ghaini FM. (). A new optimization algorithm based on chaotic maps and golden section search method. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*. 2016 Apr 30; 50:201-14.
22. Marksberry, P. and I. Jawahir, (2008). A comprehensive tool-wear/tool-life performance model in the evaluation of NDM (near dry machining) for sustainable manufacturing. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*., 48(7): p. 878-886.
23. Matsumura, R., Nishida, I., & Shirase, K. (2023). Tool life prediction in end milling using a combination of machining simulation and tool wear progress data. *Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing*, 17(2).
24. Min, Z., H. Zhen, and L. Zixian. (2007). Tool replacement method study based on process capability and cost. in *Industrial Electronics and Applications, 2007. ICIEA 2007. 2nd IEEE Conference on*.. IEEE.
25. Mukherjee, I. and P.K. Ray, (2006). A review of optimization techniques in metal cutting processes. *Computers & Industrial Engineering*. 50(1): p. 15-34.
26. Noël, M., M.S. Sodhi, and B.F. (2007). Lamond, Tool planning for a lights-out machining system. *Journal of Manufacturing Systems*., 26(3): p. 161-166.
27. Pandit, S., (1978). Data dependent systems approach to stochastic tool life and reliability. *Journal of engineering for industry*., 100(3): p. 318-322.
28. Paszkiewicz, A., Piecuch, G., Żabiński, T., Bolanowski, M., Salach, M., & Rączka, D. (2023). Estimation of Tool Life in the Milling Process—Testing Regression Models. *Sensors*, 23(23), 9346.
29. Patron, R. S. F., Botez, R. M., Labour, D., (2012). Vertical profile optimization for the Flight Management System CMA-9000 using the golden section search method. In: *Proceeding sof the 38<sup>th</sup> Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, IECON*, pp.5482–5488.
30. Pimenov, D. Y., Bustillo, A., Wojciechowski, S., Sharma, V. S., Gupta, M. K., & Kuntoğlu, M. (2023). Artificial intelligence systems for tool condition monitoring in machining: Analysis and critical review. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 34(5), 2079-2121.
31. Rahimi Sheik, H., Sharifi, M., & Shahriari, M. R. (2017). Designing a Resiliense Supply Chain Model (Case Study: the Welfare Organization of Iran). *Journal of Industrial Management Perspective*, 7(3, Autumn 2017), 127-150.
32. Ramalingam, S., (1977). Tool-Life Distributions—Part 2: Multiple-Injury Tool-Life Model. *Journal of engineering for industry*., 99(3): p. 523-528.
33. Rausand, M. and A. Høyland, (2004). *System reliability theory: models, statistical methods, and applications*. Vol. 396.: John Wiley & Sons.
34. Rehorn, A.G., J. Jiang, and P.E. Orban, (2005). State-of-the-art methods and results in tool condition monitoring: a review. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*., 26(7-8): p. 693-710.
35. Salonitis K, Kolios A. (2014). Reliability assessment of cutting tool life based on surrogate approximation methods. *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*.15:71.
36. Santhanakrishnan M, Sivasakthivel PS, Sudhakaran R. (2017). Modeling of geometrical and machining parameters on temperature rise while machining Al 6351 using response surface methodology and genetic algorithm. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*; 39 (2):487-96.
37. Shao, R., Wei,R., Chang,L., (2014)..Amulti stage MPPT algorithm for PV systems based on golden section search method. In: *Proceedings of the Twenty-Ninth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, 2014, pp.676–683.

38. Soori, M., Jough, F. K. G., Dastres, R., & Arezoo, B. (2024). Sustainable CNC machining operations, a review. *Sustainable Operations and Computers*, 5, 73-87.
39. Standard, I., (1993). 3685. Tool-life Testing with Single Point Turning Tools.
40. Taylor, F. (1906). On the Art of Cutting Metals.. ASME.
41. Tsai, C. H., Kolibal, J., Li, M., (2010).. The golden section search algorithm for finding a good shape parameter for meshless collocation methods. *Eng. Anal. Bound. Elem.* 34(8), 738–746.
42. Wager, J.G. and M.M. Barash, (1971). Study of the Distribution of the Life of HSS Tools. *Journal of engineering for industry*, 93(4): p. 1044-1050.