Industrial Management Perspective

Print ISSN: 2251-9874, Online ISSN: 2645-4165
Volume 12, Serial Number 46, Summer 2022, Pages 113-133 (Original Article)
DOI: 10.52547/JIMP.12.2.113

Economic Order Quantity with Discrete Demand and Delivery Orders

Heibatolah Sadeghi*, Anwar Mahmoodi, Zahra Rajabi*****

Abstract

Reducing inventory costs is among the essential strategies for survival and profitability in today's competitive environment. Classical inventory models have been developed to minimize inventory costs. However, they have several limiting assumptions. In this study, a three-level logistic chain consisting of a manufacturer, a distributor, and a retailer is considered. The problem of optimizing the inventory model for the distributor is examined. The distributor orders the products from the manufacturer. However, the manufacturer does not simultaneously deliver the total order and sends them in several discrete instances. In other words, it employs the multi-delivery strategy. Furthermore, the retailer's demand is discrete and equal to a fixed amount at each equal interval of time. The distributor aims to determine the optimal order quantity and the optimal plan of receiving orders to minimize the total costs. Finally, the proposed problem is analyzed in a numerical example, and the results are compared with the classical inventory model. The results show that the proposed model has better performance with increasing holding and fixed ordering costs.

Keywords: Discrete Delivery Orders; Discrete Demand; Inventory Control; Optimization; Multi Delivery.

Received: Mar. 15, 2021; Accepted: Nov. 22, 2021.
* Assistant Professor, University of Kurdistan (Corresponding Author).
Email: h.sadeghi@uok.ac.ir
** Assistant Professor, University of Kurdistan.
*** Graduated Master, University of Kurdistan.

چشم‌انداز مدیریت صنعتی

شاپای چاپی: ۹۸۷۴-۲۲۵۱، شاپای الکترونیکی: ۴۱۶۵-۲۶۴۵

سال دوازدهم، شماره ۴۶، تابستان ۱۴۰۱، ص‌ص ۱۱۳ – ۱۳۳ (**نوع مقاله: پژوهشی**)

DOI: 10.52547/JIMP.12.2.113

تبیین سیستم مقدار سفارش اقتصادی در شرایط تقاضا و دریافت‌های گسسته

هیبت‌اله صادقی*، انور محمودی، زهرا رجبی*****

چکیده

کاهش هزینه‌های مرتبط با موجودی از مهم‌ترین استراتژی‌های هر بنگاه اقتصادی برای بقا و سوددهی در شرایط رقابتی امروزی است. در این راستا مدل‌های موجودی کلاسیک برای کاهش این هزینه‌ها مطرح شده‌اند؛ اما مدل‌های کلاسیک در کنار مزایای فراوان دارای فرضیه‌های محدودکننده‌ای هستند. در این پژوهش، یک زنجیره سه‌سطحی لجستیکی شامل یک تولیدکننده، یک توزیع‌کننده و یک خرده‌فروش در نظر گرفته می‌شود و مسئله بهینه‌سازی مدل موجودی برای توزیع‌کننده موردبررسی قرار می‌گیرد. در مسئله موردنظر، توزیع‌کننده محصولات موردنیاز خود را از تولیدکننده درخواست می‌کند؛ اما به علت عدم‌امکان ارسال محصولات درخواستی هر دوره به‌صورت یکجا، تولیدکننده محصولات را به‌صورت گسسته در چند مرحله ارسال می‌کند؛ به‌عبارت‌دیگر از استراتژی دریافت چندگانه استفاده می‌شود؛ همچنین تقاضای خرده‌فروش گسسته بوده و برابر مقدار ثابتی در فاصله‌های زمانی برابر است. در چنین حالتی، توزیع‌کننده در نظر دارد مقدار بهینه هر بار سفارش و مقدار بهینه ارسالی هر مرحله تولیدکننده را به‌گونه‌ای تعیین کند که هزینه‌های سیستم حداقل شود. درنهایت با بیان یک مثال عددی مسئله پیشنهادی بررسی و تحلیل شده و نتایج با مدل کلاسیک موجودی مقایسه می‌شود. نتایج نشان می‌دهد با افزایش هزینه‌های نگهداری و سفارش‌دهی، مدل پیشنهادی دارای کارایی بهتری است.

کلیدواژه‌ها: دریافت گسسته؛ تقاضا گسسته؛ کنترل موجودی؛ بهینه‌سازی؛ دریافت چندگانه.

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۹/۱۲/۲۵، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۴۰۰/۰۹/۰۱.

* استادیار، دانشگاه کردستان (نویسنده مسئول).

Email: h.sadeghi@uok.ac.ir

** استادیار، دانشگاه کردستان.

*** دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشگاه کردستان.

۱. مقدمه

برنامه‌ریزی و کنترل موجودی به‌عنوان یکی از تکنیک‌های کاهش هزینه بنگاه‌ها نقش مؤثری در بقای آن‌ها در دنیای رقابتی امروزی دارد. مدل مقدار سفارش اقتصادی[۱] (EOQ) به‌عنوان نخستین تلاش در این حوزه از مبانی نظری موضوع ارائه شد [۶]. پس از یک قرن از معرفی آن، سیاست‌های کنترل موجودی مبتنی بر این مدل، هنوز هم از پرکاربردترین ابزارهای کنترل موجودی هستند. یکی از اصلی‌ترین گسترش‌های مدل موجودی EOQ، مدل موجودی تولید اقتصادی[2] (EPQ) است که توسط تفت[۳] (۱۹۱۸)، معرفی شد [۲۴]. در دهه‌های گذشته، تلاش‌های متعددی برای گسترش مدل EPQ با درنظرگرفتن فرضیه‌های مختلف که باعث محدودشدن برنامه‌ها در دنیای واقعی می‌شود، انجام شده است. یکی از فرض‌های محدودکننده در دو مدل موجودی EOQ و EPQ این است که مقدار تقاضا باید یک مقدار ثابت و پیوسته باشد؛ بااین‌حال در دنیای واقعی موارد زیادی وجود دارد که تقاضای آن‌ها گسسته است و تولید محصولات گسسته یکی از مسائل مهم و اساسی در کنترل موجودی به‌شمار می‌رود. پژوهش‌های پیشین نشان داده‌اند که مدل موجودی فروشنده/ خریدار یکپارچه دارای عملکرد بهتر نسبت به مدل‌های غیریکپارچه موجودی است. در مدل‌های یکپارچه تولیدکننده و خریدار، دو نوع استراتژی برای ارسال سفارش از طرف تولیدکننده در نظر گرفته شده است: نخستین استراتژی بر اساس سیستم‌های کلاسیک به‌صورت ارسال آنی یا به‌عبارت‌دیگر تمام محصولات سفارش‌داده‌شده خریدار به‌صورت یکجا و بعد مدت‌زمان تدارک، از طرف خریدار ارسال می‌شود که به این حالت SSSD[4] گفته می‌شود؛ در حالت دوم، سفارش هر دوره خریدار طی چند مرحله در طی دوره دریافت می‌شود که به این حالت SSMD[5] گفته می‌شود. در سیاست SSMD هزینه نگهداری خریدار کاهش زیادی خواهد داشت؛ ولی از طرفی هزینه‌های تدارکات افزایش می‌یابد.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در ادامه به بررسی پیشینه پژوهش‌های سیستم‌های کنترل موجودی بر اساس دو سیاست یادشده پرداخته می‌شود. اوینگ و همکاران[۶] (۲۰۰۴) ، یک مدل موجودی یکپارچه یک تولیدکننده و یک خریدار را با فرض مجازبودن کمبود مجاز مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها فرض کردند که در مسئله موردبررسی، خریدار از فروشنده درخواست می‌کند که محصولات را در دسته‌های کوچک ارسال کنند. هدف آن‌ها کاهش هزینه‌های نگهداری بود و برای این منظور سفارش‌های صادرشده از

1. Egonomic Order Quantity
2. Economic production quantity
3. Taft
4. Single Setup Single Delivery
5. Single-Setup-Multiple-Deliveriy
6. Ouyang, et al

طرف خریدار در طی چند مرحله دریافت می‌شد [۱۲]. پسندیده و نیاکی (۲۰۰۸)، مدل برنامه‌ریزی موجودی با توجه به دریافت چندگانه را بررسی کردند که در این پژوهش یک تولیدکننده و یک خریدار در نظر گرفته شده و بهینه‌سازی برای خریدار انجام شده است. همچنین فرض شده است که تولیدکننده سفارش هر دوره خریدار را به‌صورت گسسته و طی چند مرحله در فرم پالت‌های مختلف حمل می‌کند. آن‌ها با استفاده از الگوریتم ژنتیک هزینه سیستم را بهینه‌سازی کردند [۱۳]. وی و ودیادانا[1] (۲۰۰۸)، مدل موجودی پسندیده و نیاکی (۲۰۰۸) را با استفاده از سیستم تولید ثابت و محموله‌های گسسته‌ای که در آن تحویل توسط یک سیستم JIT[2] کنترل می‌شود، دوباره بررسی و گسترش دادند. آن‌ها یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی غیرخطی عدد صحیح مختلط در نظر گرفتند و آن را با استفاده از الگوریتم مبتنی بر لاگرانژ و شاخه و کران حل کردند [۲۷]. سجادی و همکاران (۲۰۰۹)، مسئله اندازه انباشته را با فرض دوره‌ای‌بودن تقاضا بررسی کردند. در مبانی نظریث موضوع، مسائل اندازه انباشته بدون کمبود بر اساس روش برنامه‌ریزی پویا و روش واگنرویتین حل شده است. آنها با ارائه یک الگوریتم کارا توانستند رویکرد حل واگنرویتین را بهبود داده و حجم محاسبات را به میزان زیادی کاهش دهند [۲۲]. گارسیا-لگونا و همکاران[3] (۲۰۱۰)، روشی برای به‌دست‌آوردن مقادیر گسسته برای سفارش‌ها در EOQ و EPQ با استفاده از روش‌های جبری پیشنهاد کردند. آن‌ها بر اساس استراتژی SSSD و با فرض عدد صحیح بودن مقدار سفارش، مسئله پیشنهادی خود را مدل‌سازی کردند [۵]. پسندیده و همکاران (۲۰۱۰)، مدل EPQ را با فرض اینکه سفارش‌ها به‌صورت جداگانه در قالب پالت‌های مختلف تحویل داده می‌شود، همراه با محدودیت فضای انبار گسترش دادند و با استفاده از الگوریتم ژنتیک آن را حل کردند [۱۵]. پس از آن پسندیده و همکاران (۲۰۱۱)، یک الگوریتم ژنتیک برای حل یک مدل موجودی تحت سیاست مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI)[4] با توجه به دریافت چندگانه و کمبود ارائه کردند [۱۴]. کاردناس ـ بارون و همکاران[5] (۲۰۱۲)، یک الگوریتم کارآمد برای حل مدل ارائه‌شده توسط پسندیده و همکاران طراحی کردند. تقاضای پیوسته از هر مشتری دیگر می‌تواند در هر زمان توسط فروشنده انجام شود؛ درحالی‌که تقاضای گسسته از خریداران متعدد می‌تواند توسط فروشنده با استفاده از سیاست تحویل چندگانه انجام شود [۲].

سرکار (۲۰۱۳)، یک مدل کنترل موجودی برای محصولات معیوب توسعه داد. در این پژوهش، خریدار محصولات را به تولیدکننده سفارش می‌دهد، ولی محصول موردنظر را در طی

1 . Widyadanaa & Wee
2. Just in Time
3. García-Laguna, et al.
4. Vendor managed inventory
5 .Cárdenas-Barrón, et al.

چند مرحله دریافت می‌کند [۲۳]. صادقی و همکاران (۲۰۱۵)، مدل کنترل موجودی تأمین اقلام دوسطحی با تقاضای گسسته با فرض تصادفی‌بودن مدت‌زمان تدارک را موردبررسی قرار دادند. آن‌ها فرض کردند تقاضا برای محصول نهایی به‌صورت گسسته و برابر مقدار ثابت در هر دوره است [۲۱]. در ادامه صادقی و همکاران (۲۰۱۶)، مسئله تأمین اقلام چندسطحی با فرض تولید محصول معیوب، تصادفی‌بودن زمان تدارک و تقاضای گسسته و دوره‌ای را مجدداً بررسی کردند [۲۰]. پریان و همکاران[1](۲۰۱۷)، مدل تولید اقتصادی با فرض معیوب‌بودن محصول و درنظرگرفتن دوباره‌کاری و ارسال چندگانه را بررسی کردند و هزینه راه‌اندازی را به‌صورت تابعی لگاریتمی از میزان سرمایه‌گذاری در نظر گرفتند [۱۶]. جانرینالدی و همکاران[2] (۲۰۱۸)، یک مدل ریاضی غیرخطی عدد صحیح (MINLP)[3] برای سیستم چندمحصولی و سفارش اقتصادی و تولید اقتصادی (EPQ /EOQ) با توجه به نیاز مداوم و گسسته به‌طور هم‌زمان در سیستم متشکل از یک فروشنده و خریداران چندگانه ارائه دادند که این مدل برای بررسی حجم تولید بهینه فروشنده و سیاست حمل سفارش‌ها به چندین خریدار مورداستفاده قرار می‌گیرد [۸]. لاگودیموس و همکاران[4] (۲۰۱۸)[۱۱] ، مدل EOQ با زمان‌های گسسته و راه‌حل‌های آن را بررسی کردند. سیاست‌های مرور دوره‌ای که اغلب به‌عنوان یک روش جایگزین برای مدل‌های فوق‌الذکر مورداستفاده قرار می‌گیرند، چارچوب زمان ـ گسسته دارند. معرفی این مدل‌ها به کارهای ارو و همکاران[5] (۱۹۵۱)برمی‌گردد [۱]. حسن‌پور و همکاران (۲۰۱۸)، مدل کنترل موجودی سفارش اقتصادی را با فرض تقاضای درجه دوم و مجازبودن کمبود موردبررسی قرار دادند. آن‌ها فرض کردند که محصول موردبررسی فسادپذیر است [۷]. رادفر و محمدی‌تبار (۲۰۱۹)، مدیریت موجودی توسط فروشنده (VMI) در یک زنجیره تأمین سه‌سطحی سبز را موردبررسی قرار دادند. آن‌ها بیان کردند که مسئله درنظرگرفته‌شده دارای پیچیدگی زمانی بالایی است؛ بنابراین از روش فراابتکاری ژنتیک، انجماد تدریجی و ترکیبی از ژنتیک ـ انجماد تدریجی برای حل مسئله استفاده کردند [۱۷]. صادقی (۲۰۱۹)، به بررسی ارسال چندگانه در سیستم‌های تولیدی با نرخ تولید متغیر و درنظرگرفتن قابلیت اطمینان محصول و تقاضای گسسته به‌صورت دوره‌ای پرداخت. وی برای مسئله بیان‌شده یک مدل ریاضی مختلط عدد صحیح ارائه داد و بر اساس یک مثال عددی شرایط استفاده ارسال چند بار ارسال و تک‌ارسالی را مورد بررسی و تحلیل قرار داد [۱۸]. کلانتری و طالعی‌زاده (۲۰۲۰)، مدل مقدار تولید اقتصادی (EPQ) را با فرض معیوب‌بودن قطعات و سیاست تحویل چندگانه بررسی کردند. بر اساس سیاست مرور دائم

1 . Priyan & Uthayakumar
2 . Jonrinaldi, et al.
3. Mixed Integer Non-Linear Problem
4 . Lagodimos, Skouri, et al.
5 . Arrow, et al.

برای برآوردن تقاضا در مدل کلاسیک EPQ در نظر گرفته شده است [۹]. کاردیک و همکاران[1] (۲۰۲۱)، یک زنجیره تأمین دوسطحی شامل یک فروشنده و یک خریدار برای کالاهای فاسدشدنی با فرض فازی‌بودن تقاضا را بررسی کرده و استراتژی تحویل را به‌صورت تحویل چندگانه لحاظ کردند. هدف کلی در این پژوهش دستیابی به هزینه راه‌اندازی بهینه و کاهش درصد موارد معیوب با حداقل‌کردن کل هزینه زنجیره تأمین بود [۱۰]. طاهری و همکاران (۲۰۲۱)، مسئله مقدار تولید اقتصادی را با وجود سیاست دریافت چندگانه و همچنین با درنظرگرفتن عملیات نگهداری و تعمیرات اصلاحی با تولید اقلام معیوب بررسی کردند. هدف آن‌ها تعیین سیاست بهینه بازپرسازی بود [۲۵]. فلاحی و همکاران (۲۰۲۱)، مدل تولید اقتصادی با درنظرگرفتن تعمیر و نگهداری پیشگیرانه و تحویل چندگانه با فرض معیوب‌بودن محصولات را بررسی کردند. آن‌ها یک مدل ریاضی برای مسئله توصیف‌شده ارائه دادند و یک رویکرد تحلیلی برای حل آن ارائه کردند [۴]. در ادامه خلاصه پژوهش‌های مرتبط با موضوع در جدول ۱، آورده شده است.

جدول۱. پژوهش‌های مرتبط با مبانی نظری موضوع با فرض وجود دریافت چندگانه

پژوهشگران (سال)	تقاضا		افق برنامه‌ریزی		استراتژی SSSD	استراتژی SSMD	روش حل		
	پیوسته	گسسته	نامحدود	محدود			روش دقیق	هیوریستیک	متاهیوریستیک
هاریس، (۱۹۹۰) [۶]	✓		✓		✓		✓		
اوینگ و همکاران، (۲۰۰۴) [۱۲]	✓		✓			✓	✓		
پسندیده و نیاکی، (۲۰۰۸) [۱۳]	✓		✓			✓			✓
وی و ودیادانا، (۲۰۰۹) [۲۷]	✓		✓			✓		✓	
سجادی و همکاران، (۲۰۰۹) [۲۲]		✓		✓		✓	✓		
پسندیده و همکاران، (۲۰۱۰) [۱۵]	✓		✓			✓			✓
پسندیده و همکاران، (۲۰۱۱) [۱۴]	✓		✓			✓			✓
صادقی و همکاران، (۲۰۱۶) [۲۰]		✓	✓			✓	✓		
پریان و همکاران (۲۰۱۷) [۱۶]									
کلانتری و طالعی‌زاده، (۲۰۲۰) [۹]	✓		✓			✓	✓		
طالعی‌زاده و همکاران (۲۰۱۵) [۲۶]	✓		✓			✓	✓		
چنگ و وانگ، (۲۰۱۸) [۳]	✓		✓			✓	✓		
صادقی و همکاران، (۲۰۲۱) [۱۹]	✓		✓			✓		✓	
مقاله حاضر		✓	✓			✓		✓	

1 . Karthick & Uthayakumar

با توجه به پیشینه پژوهش، در سیستم‌های کنترل موجودی یکپارچه تولیدکننده/ خریدار، تقاضا به‌صورت پیوسته در نظر گرفته شده ؛ اما ممکن است تقاضای محصول پیوسته نباشد. یکی از حالات ممکن برای تقاضا این است که تقاضای نهایی به‌صورت گسسته باشد. میزان تقاضای برخی محصولات مانند تجهیزات پزشکی و همچنین محصولاتی مانند روزنامه و غیره می‌تواند به‌صورت گسسته در بسته‌ها و تعداد ثابت در فاصله‌های زمانی ثابتی باشد. در این پژوهش تقاضای خرده‌فروش به‌صورت گسسته در نظر گرفته می‌شود و مقدار تقاضا به‌صورت قطعی و برابر یک واحد محصول در یک زمان مشخص است. با توجه به محدودیت تولیدکننده در ارسال محصول به‌صورت یکپارچه، محصولات در چند مرحله برای خرده‌فروش ارسال می‌شود.

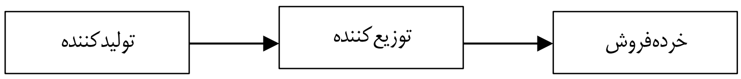
در پژوهش حاضر به بهینه‌سازی هزینه‌های توزیع‌کننده بر اساس مدل کنترل موجودی مقدار تولید اقتصادی پرداخته می‌شود. تقاضای خرده‌فروش برای محصول به‌صورت گسسته بوده که مقدار آن در هر واحد زمانی ثابت و برابر یک واحد محصول در یک زمان مشخص در نظر گرفته شده است. از طرفی زمانی که توزیع‌کننده محصول موردنیاز خود برای هر دوره برنامه‌ریزی را از تولیدکننده درخواست می‌کند، با توجه به محدودیت‌های تولیدی و همچنین محدودیت‌های حمل‌ونقل محصول، تولیدکننده نمی‌تواند محصولات درخواستی را به‌صورت هم‌زمان ارسال کند؛ بلکه این محصولات را در چند مرحله برای توزیع‌کننده ارسال می‌کند. در چنین شرایطی که توزیع‌کننده می‌خواهد بداند که چه مقدار محصول و با چه ظرفیت‌هایی در هر دوره دریافت کند که کل هزینه‌ها حداقل شود. بر اساس آنچه بیان شد و بر اساس پیشینه پژوهش، در این مقاله برای نخستین بار تقاضای گسسته برای سیستم‌های یکپارچه تولیدکننده ـ خریدار بر اساس استراتژی تحویل چندگانه در نظر گرفته شده است؛ همچنین با توجه به غیرخطی‌بودن مدل ریاضی، یک رویکرد حل ابتکاری کارا برای تعیین جواب مسئله ارائه شده است.

در ادامه مقاله ابتدا مدل موردبررسی تشریح شده و تابع هزینه مدل توسعه داده می‌شود؛ سپس با اثبات محدب‌بودن تابع هزینه در حالت پیوسته‌بودن متغیرهای تصمیم، رویکرد هیورستیک مناسب برای تعیین جواب مسئله در حالت گسسته بیان می‌شود. در ادامه با انجام یک تحلیل عددی روش حل آزمون شده و حساسیت مدل نسبت به پارامترهای اصلی بررسی خواهد شد. درنهایت نتیجه‌گیری و جمع‌بندی پژوهش ارائه می‌شود.

۳. روش شناسی پژوهش

یک توزیع‌کننده را در نظر بگیرید که محصولات موردنیاز خود را از تولیدکننده درخواست می‌کند و به یک خرده‌فروش می‌فروشد. به‌علت عدم‌امکان ارسال محصولات درخواستی به‌صورت یکجا، تولیدکننده محصولات را در بسته‌های Kتایی برای توزیع‌کننده ارسال می‌کند؛ بنابراین تولیدکننده سفارش توزیع‌کننده را در هر دوره به‌صورت تدریجی و در بسته‌های Kتایی برآورده می‌کند؛

همچنین تقاضای خرده‌فروش گسسته بوده و برابر یک واحد محصول در یک زمان مشخص t_s است. در چنین حالتی توزیع‌کننده در نظر دارد مقدار بهینه هر بار سفارش و مقدار بهینه K را به‌گونه‌ای تعیین کند که هزینه‌های سیستم حداقل شود. شکل ۱، یک زنجیره تأمین سه‌سطحی مرتبط با مسئله موردنظر را نشان می‌دهد که در آن توزیع‌کننده محصولات را از تولیدکننده تأمین می‌کند و به خرده‌فروش می‌فروشد.



شکل ۱. شبکه زنجیره تأمین سه‌سطحی

سایر مفروضات مسئله به شرح زیر است:

مفروضات مدل:

۱. نرخ تقاضا ثابت و مشخص است؛

۲. کمبود موجودی مجاز نیست؛

۳. میزان تقاضا در هر دوره گسسته و برابر یک واحد در یک زمان مشخص t_s است؛

۴. سفارش‌ها به‌صورت بسته‌های Kتایی دریافت می‌شود و فاصله بین دریافت بسته‌ها برابر با t در نظر گرفته می‌شود؛

۵. استراتژی سفارش‌دهی به‌صورت SSMD در نظر گرفته شده است.

پارامترها، علائم و متغیرهای تصمیم مسئله که در مدل‌سازی مسئله از آن‌ها استفاده شده است به شرح زیر است.

p : نرخ تولید محصول

D: نرخ تقاضای سالیانه‌ی محصول

t : مدت زمان بین دو حمل متوالی پالت محصول

t_s: زمان بین دو تقاضای یک واحدی متوالی خرده‌فروش

L: مدت زمان تحویل محصول

A: هزینه ثابت سفارش‌دهی هر بار سفارش

h: هزینه نگهداری هر واحد محصول

c: هزینه خرید هر واحد محصول

b: هزینه هر نوبت حمل پالت محصول

A_1: هزینه ثابت سفارش‌دهی در هر مرحله ارسال

$C_1(Q,K)$: هزینه کل نگهداری سالیانه‌ی محصول

$C_2(\mathrm{Q,K})$: هزینه کل خرید سالیانه‌ی محصول

$C_3(\mathrm{Q,K})$: هزینه کل ثابت سفارش‌دهی محصول

$C_4(\mathrm{Q,K})$: هزینه کل حمل سالیانه‌ی محصول

$C(\mathrm{Q,K})$: هزینه کل سالیانه‌ی محصول

متغیر تصمیم وابسته

m: تعداد دفعات حمل محصول در هر سیکل(متغیر تصمیم)

T: مدت زمان هر سیکل محصول

T_p: مدت زمان تولید هر سیکل محصول

T_d: مدت زمان مصرف خالص هر سیکل محصول

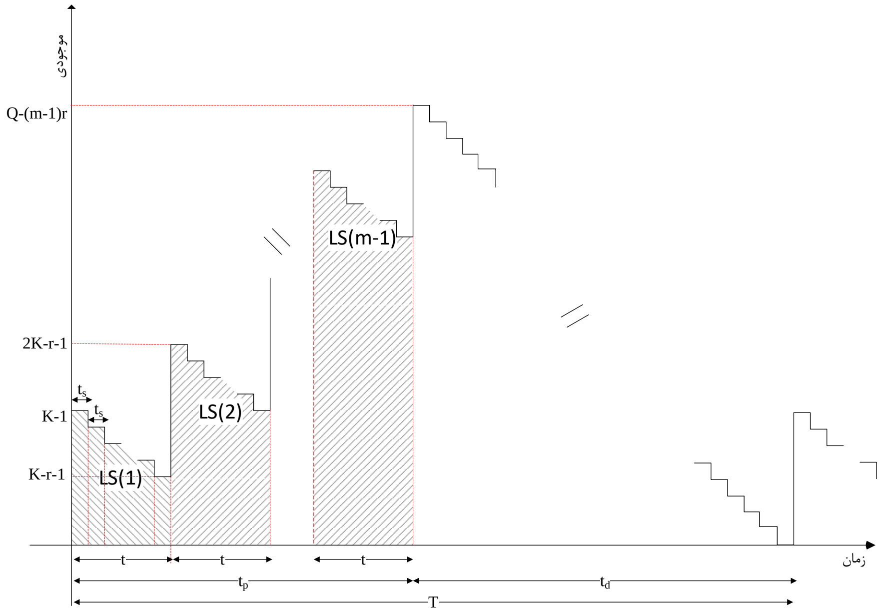
متغیر تصمیم مستقل

Q: مقدار هر بار سفارش محصول

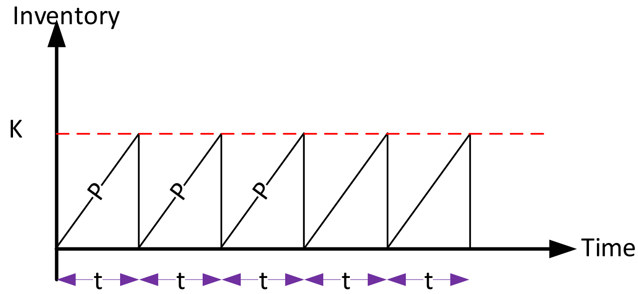
K: ظرفیت پالت محصول(متغیر تصمیم)

با توجه به محدودیت ظرفیت، تولیدکننده نمی‌تواند همه محصولات سفارش‌داده‌شده را ارسال کند و سیاست تأمین تقاضا از طرف تولیدکننده به این صورت است که مقدار تقاضای سفارش‌داده‌شده را طی m مرحله و در هر مرحله K واحد آن را تأمین می‌کند. در این مدل، تقاضا به‌صورت گسسته است و مقدار آن ثابت و برابر با یک واحد به‌ازای هر بار تقاضای مشتری در نظر گرفته می‌شود. شکل ۲، سطح موجودی در دسترس برای توزیع‌کننده را نشان می‌دهد. کل هزینه‌های موجود در این سیستم شامل هزینه نگهداری محصول، هزینه خرید مواد اولیه و هزینه ثابت سفارش‌دهی در هر مرحله است. هدف اصلی مدل تعیین مقدار بهینه سفارش $Q = mK$ و همچنین ظرفیت پالت محصول است.

با توجه به هماهنگی بین تولیدکننده و خرده‌فروش، تولیدکننده محصولات را در حجم K واحد و در فاصله‌های زمانی ثابت t برای خرده‌فروش ارسال می‌کند؛ به‌عبارت‌دیگر در فاصله زمانی t، با توجه به محدودیت نرخ تولید، تولیدکننده به میزان K واحد محصول تولید و برای خرده‌فروش ارسال می‌کند. نمودار سطح موجودی تولیدکننده را می‌توان به‌صورت شکل ۳، نشان داد.



شکل ۲. نمودار سطح موجودی دردسترس توزیع‌کننده



شکل ۳. نمودار سطح موجودی دردسترس تولیدکننده

هزینه‌های سیستم. برای تعیین تابع هزینه، کل هزینه‌های سیستم که شامل هزینه نگهداری، هزینه خرید مواد اولیه و هزینه ثابت سفارش‌دهی است، محاسبه می‌شود.

هزینه نگهداری. با توجه به شکل ۲، مشخص است که هر دوره شامل دو قسمت دریافت تدریجی (t_p) و مصرف (t_d) است. در قسمت دریافت تدریجی در فاصله‌های زمانی ثابت برابر با t دریافت‌های برابر با K واحد صورت می‌گیرد؛ همچنین در فاصله‌های زمانی ثابت t_s تقاضایی برابر یک واحد به سیستم وارد می‌شود. در این صورت برای محاسبه هزینه نگهداری لازم است مقدار موجودی دردسترس را محاسبه کرد که این مقدار با میزان مساحت نمودار شکل ۲، برابر

است. برای این منظور بخش اول به‌صورت (m-1) ناحیه مختلف در نظر گرفته و مساحت هر قسمت جداگانه حساب می‌شود و درنهایت بر اساس مجموع مساحت‌های محاسبه‌شده مقدار موجودی دردسترس محاسبه خواهد شد. در ادامه مساحت هر ناحیه محاسبه شده است. مساحت ناحیه اول که در شکل با $ls(1)$ نشان داده شده، به‌صورت رابطه ۱، قابل‌محاسبه است.

$$ls(1) = \left(K - 1 + K - 2 + K - 3 + \ldots K - r\right)t_s = \left(K - \frac{r+1}{2}\right) r \times t_s \qquad (۱)$$

مساحت ناحیه دوم که در شکل با $ls(2)$ نشان داده شده، به‌صورت رابطه ۲، قابل‌محاسبه است.

$$\begin{aligned} &ls(2) = \left(2K - r - 1 + 2K - r - 2 + 2K - r - 3 + \ldots + 2K - r - r\right)t_s \\ &\Rightarrow ls(2) = \left((2K - r) - \frac{r+1}{2}\right) r \times t_s \end{aligned} \qquad (۲)$$

به همین ترتیب می‌توان مساحت ناحیه $ls(j)$ را به‌صورت رابطه ۳، نوشت.

$$ls(j) = \left(jK - (j-1)r - \frac{r+1}{2}\right) r \times t_s \quad ; j = 1, \ldots, m-1 \qquad (۳)$$

مساحت کل قسمت دریافت تدریجی (ls) بر اساس مجموع مساحت‌های بخش‌های مختلف محاسبه می‌شود که نتایج آن به‌صورت رابطه ۴، است.

$$\begin{aligned} ls &= \sum_{j=1}^{m-1} ls(j) = \sum_{j=1}^{m-1} \left(jK - (j-1)r - \frac{t+1}{2}\right) r \times t_s \\ &= r \times t_s \times \frac{(m-1)}{2}\left(m(K - r) + r - 1\right) \end{aligned} \qquad (۴)$$

اگر مساحت مثلث سمت راست دوره (قسمت مصرف) با rs نشان داده شود، در این صورت مقدار مساحت آن را می‌توان به‌صورت زیر محاسبه کرد.

$$\begin{aligned} &I_{Max} = Q - (m-1)r - 1 \\ &rs = \left(Q - (m-1)r - 1\right)t_s + \left(Q - (m-1)r - 2\right)t_s + \ldots + t_s = \\ &\quad \frac{\left(Q - (m-1)r - 1\right)\left(Q - (m-1)r\right)}{2} t_s \end{aligned} \qquad (۵)$$

اگر مساحت یک دوره با s نشان داده شود، می‌توان مقدار s را با توجه به روابط ۴ و ۵، به‌صورت زیر محاسبه کرد.

$$s = ls + rs = \frac{1}{2}Q(-1+Q+r-mr)\times t_s \tag{۶}$$

هزینه نگهداری را می‌توان با محاسبه s از رابطه (۷) محاسبه کرد.

$$C_1(Q,K) = \frac{D}{Q}h \times s = \frac{D}{Q}h \times \left(\frac{1}{2}Q(-1+Q+r-mr)\right)\times t_s =$$

$$\left(-\frac{Dh}{2} + \frac{Dh}{2}Q + \frac{Dh}{2}\times r - D\times h\times\frac{Q\times r}{2K}\right)\times t_s$$

$$\Rightarrow C_1(Q,K) = \frac{h}{2}\left(-1+Q-\frac{D}{p}\left(Q-K\right)\right) \tag{۷}$$

باید توجه داشت که از روابط $K = pt$، $Q = mK$ و $t_s = \frac{1}{D}$ برای محاسبه هزینه نگهداری استفاده شده است و همچنین مقدار r به‌صورت $r = \frac{t}{\ } = \frac{D\times K}{\ }$ محاسبه می‌شود

هزینه خرید مواد اولیه. هزینه خرید هر واحد محصول توسط توزیع‌کننده ثابت و برابر c به‌ازای هر واحد محصول خریداری شده است. توزیع‌کننده در نظر دارد در سال D واحد محصول را از تولیدکننده خریداری کند کهدر این صورت کل هزینه خرید به‌صورت رابطه ۸، محاسبه می‌شود.

$$C_2(Q,K) = cD \tag{۸}$$

هزینه ثابت سفارش‌دهی. زمانی که توزیع‌کننده سفارشی را صادر می‌کند هزینه ثابتی برابر با A باید پرداخت کند؛ همچنین با توجه به اینکه محصولات سفارش‌داده‌شده به‌صورت تدریجی و در طول بازه‌های زمانی ثابتی دریافت می‌شود، به‌ازای هر دریافت هزینه برابر با A_1 پرداخت می‌کند. چون تعداد دریافت‌ها در هر دوره برابر m است، بنابراین هزینه ثابت سفارش‌دهی در هر دوره برابر $A + m\times A_1$ خواهد بود. با توجه به اینکه تعداد دوره سالیانه $\frac{D}{Q}$ است، کل هزینه ثابت سفارش‌دهی سالیانه به‌صورت رابطه ۹، است.

$$C_3(Q,K)=\frac{AD}{Q}+\frac{A_1D}{K} \tag{۹}$$

هزینه حمل. هزینه دیگری که به سیستم تحمیل می‌شود، هزینه حمل‌ونقل است. این هزینه هر بار که کالا ارسال می‌شود در سیستم رخ می‌دهد؛ درنتیجه هزینه حمل در طول هر دوره برابر mb است؛ همچنین با توجه به اینکه تعداد دوره سالیانه $\frac{D}{Q}$ است، هزینه سالیانه حمل به‌صورت رابطه ۱۰، است.

$$C_4(Q,K)=mb\,\frac{D}{Q}=\frac{Q}{K}b\,\frac{D}{Q}=b\times\frac{D}{K} \tag{۱۰}$$

حال می‌توان هزینه کل سیستم را با جمع‌زدن هزینه سالیانه نگهداری، هزینه سالیانه خرید مواد اولیه، هزینه سالیانه سفارش‌دهی و هزینه حمل محصول از رابطه ۱۱، محاسبه کرد.

$$C(Q,K)=C_1(Q,K)+C_2(Q,K)+C_3(Q,K)+C_4(Q,K)\Rightarrow$$

$$C(Q,K)=C\times D+\frac{AD}{Q}+\frac{A_1D}{K}+\frac{h}{2}\left(-1+Q-\frac{D}{p}\left(Q-K\right)\right)+b\,\frac{D}{K} \tag{۱۱}$$

قضیه ۱: تابع هزینه $C(Q,K)$ در فضای پیوسته محدب است.
اثبات: با استفاده از ماتریس هشین می‌توان ثابت کرد که تابع $C(Q,K)$ محدب است؛ اگر و تنها اگر روابط زیر برقرار باشند:

$$\frac{\partial^2 C(Q,K)}{\partial Q^2}\geq 0 \quad و \quad \begin{vmatrix}\frac{\partial^2 C(Q,K)}{\partial Q^2} & \frac{\partial^2 C(Q,K)}{\partial Q\partial K}\end{vmatrix} > 0 \tag{۱۲}$$

مشتق‌های جزئی تابع هزینه نسبت به Q و K به ترتیب در ادامه آورده شده است.
مشتق اول و دوم تابع هزینه نسبت به Q به‌صورت رابطه زیر است:

$$\frac{\partial C(Q,K)}{\partial Q}=\frac{1}{2}h(1-\frac{D}{p})-\frac{AD}{Q^2}$$

$$\frac{\partial^2 C(Q,K)}{\partial Q^2}=\frac{2AD}{Q^3}$$

مشتق اول و دوم تابع هزینه نسبت به K به‌صورت رابطه زیر است:

$$\frac{\partial C\,(\mathrm{Q,K})}{\partial K} = -\frac{bD}{K^2} + \frac{Dh}{2p} - \frac{DA_1}{K^2}$$

$$\frac{\partial^2 C(\mathrm{Q,K})}{\partial K^2} = \frac{2A_1D}{K^3}$$

مشتق تابع هزینه نسبت K و Q به‌صورت رابطه زیر است:

$$\frac{\partial^2 C(\mathrm{Q,K})}{\partial K \partial Q} = 0$$

مشتق تابع هزینه نسبت Q و K به‌صورت رابطه زیر است:

$$\frac{\partial^2 C(\mathrm{Q,K})}{\partial Q \partial K} = 0$$

بر اساس مشتقات جزئی به‌دست‌آمده، ماتریس هشین تابع هزینه به‌صورت رابطه ۱۳، خواهد بود.

$$H(C(\mathrm{Q,K})) = \begin{bmatrix} \frac{2AD}{Q^3} & 0 \end{bmatrix} \qquad (۱۳)$$

بررسی شرط محدب‌بودن

بررسی شرط اول:

$$\frac{\partial^2 C(\mathrm{Q,K})}{\partial Q^2} = \frac{2AD}{Q^3} \geq 0 \qquad (۱۴)$$

با توجه به اینکه هزینه ثابت سفارش‌دهی، مقدار تقاضای سالیانه و مقدار سفارش مقادیر مثبت و بزرگ‌تر از صفر هستند، شرط اول برقرار است.

بررسی شرط دوم:

$$\frac{2AD}{Q^3} \times \left(\frac{2bD}{K^3} + \frac{2A_1D}{K^3}\right) = \frac{4AbD^2}{Q^3K^3} + \frac{4AA_1D^2}{Q^3K^3} \geq 0 \qquad (۱۵)$$

با توجه به اینکه هزینه‌های ثابت سفارش‌دهی، مقدار تقاضای سالیانه، مقدار سفارش و ظرفیت پالت مقادیر مثبت و بزرگ‌تر از صفر هستند، شرط دوم نیز برقرار است و تابع هزینه محدب است.

محاسبه مقدار بهینه متغیرهای مسئله. با توجه به محدب‌بودن تابع هزینه می‌توان مقدار بهینه متغیرهای تصمیم که شامل Q و K هستند را به‌دست آورد. برای این کار از تابع هزینه نسبت به Q و K مشتق گرفته و برابر صفر قرار داده می‌شود.

$$\frac{\partial C\,(\mathrm{Q,K})}{\partial Q}=0\Rightarrow\frac{1}{2}h(1-\frac{D}{p})-\frac{AD}{Q^{2}}=0\Rightarrow\frac{h}{2}-\frac{Dh}{2p}=\frac{AD}{Q^{2}}\Rightarrow$$

$$Q^{*} \quad \sqrt{2DA} \tag{۱۶}$$

$$\frac{\partial C\,(\mathrm{Q,K})}{\partial K}=0\Rightarrow-\frac{bD}{K^{2}}+\frac{Dh}{2p}-\frac{DA_{1}}{K^{2}}=0$$

$$\Rightarrow K^{*}=\sqrt{\frac{2p(A_{1}+b)}{h}} \tag{۱۷}$$

اگر Q^{*} و K^{*} عدد صحیح باشند، جواب به‌دست‌آمده بهینه است؛ اما اگر عدد صحیح نباشند، انتظار می‌رود جواب مسئله در نزدیکی جواب بهینه در حالت پیوسته باشد؛ بنابراین با جست‌وجو در اطراف جواب بهینه در حالت پیوسته سعی در تعیین جواب مسئله در حالت گسسته می‌شود. درنتیجه، مقادیر عدد صحیح مناسب برای K، $\left[K^{*}\right]$ و $\left[K^{*}\right]+1$ هستند و چون m از رابطه $Q=Km$ به‌دست می‌آید، برای m نیز می‌توان مقادیر عدد صحیح $\left[\frac{Q^{*}}{K^{*}}\right]$ و $\left\lceil Q^{*} \right\rceil +1$ را در نظر گرفت.

با توجه به مطالب گفته‌شده، اگر مقادیر بهینه صحیح مدل با Q^{*}_{I} و K^{*}_{I} نشان داده شوند. می‌توان جواب مسئله را بر اساس حالات زیر تعیین کرد.

جدول ۲. حالات ممکن جواب مسئله در حالت گسسته

K	Q	$C(\mathrm{Q,K})$
$\lceil K^* \rceil$	$\lceil K^* \rceil \times \lceil Q^* \rceil$	$C(\mathrm{Q,K})_1$
$\lceil K^* \rceil$	$\lceil K^* \rceil \times \left(\lceil Q^* \rceil + 1 \right)$	$C(\mathrm{Q,K})_2$
$\lceil K^* \rceil + 1$	$\left(\lceil K^* \rceil + 1 \right) \times \lceil Q^* \rceil$	$C(\mathrm{Q,K})_3$
$\lceil K^* \rceil + 1$	$\left(\lceil K^* \rceil + 1 \right) \times \left(\lceil Q^* \rceil + 1 \right)$	$C(\mathrm{Q,K})_4$

ستون سوم جدول ۲ با استفاده از رابطه ۱، محاسبه می‌شود. مقادیر بهینه، یعنی Q^*_I و K^*_I، یکی از چهار حالت بیان‌شده هستند. با محاسبه هزینه این چهار حالت، هر کدام که کمترین هزینه را داشته باشد، به‌عنوان بهترین جواب انتخاب می‌شود. در ادامه یک مثال عددی بر اساس مطالعه صادقی و همکاران[۱] (۲۰۲۱) که مسئله دریافت چندگانه با فرض تقاضای پیوسته را بررسی کردند، ارائه می‌شود [۱۹]. به‌عبارت‌دیگر از داده‌های پژوهش آن‌ها استفاده می‌شود و نتایج مورد تجزیه‌وتحلیل قرار می‌گیرد؛ همچنین در تحلیل نتایج، روش پیشنهادی با روش کلاسیک تقاضا گسسته و استراتژی SSSD مقایسه می‌شود. بر اساس نتایج حاصل می‌توان نتایج دو مدل را با هم مقایسه و کارایی روش پیشنهادی را بیان کرد.

۴. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این بخش، روش بیان‌شده در یک مثال عددی مورداستفاده قرار می‌گیرد و سپس حساسیت نتایج به پارامترهای مهم تحلیل می‌شود. برای این منظور، یک سیستم کنترل موجودی را در نظر بگیرید که تقاضای خرده‌فروش برای محصول به‌صورت گسسته است. فرض می‌شود که تقاضای سالیانه برای این محصول ثابت و برابر ۱۰۰۰ واحد باشد و هزینه هر بار سفارش‌دهی توزیع‌کننده از تأمین‌کننده برابر ۲۵۰۰ واحد پولی و هزینه نگهداری هر واحد محصول در سال برابر ۱۰ واحد پولی است؛ همچنین هزینه‌های ثابت غیر حمل‌ونقل به‌ازای هر دریافت ۵ واحد پولی و هزینه هر بار حمل در هر دریافت محصول ۲۰ واحد پولی است. هزینه خرید هر واحد محصول برابر ۱۰۰ واحد پولی و نرخ تولید محصول در سال برابر ۲۰۰۰ است. در این صورت مقادیر بهینه با استفاده از روش بیان‌شده به به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند. مقادیر Q^* و K^* که با توجه به روابط ۱۶

1. Sadeghi, Heibatolah; Golpîra, Hêriş; Khan, Syed Abdul Rehman

و ۱۷، به‌دست می‌آیند، به‌ترتیب برابر با ۱۰۰۰ و ۱۰۰ خواهد بود. در ادامه حالات مختلف موجود در تعیین جواب مسئله گسسته در جدول ۳، آورده شده است.

جدول ۳. محاسبات مقدار سفارش بهینه

K	Q	$C(Q,K)$
۱۰۰	۷۰۰	۱۰۵۸۱۶
۱۰۱	۷۰۷	۱۰۵۷۹۹
۱۰۰	۸۰۰	۱۰۵۶۲۰
۱۰۱	۸۰۸	۱۰۵۶۰۹

با توجه به محاسبات انجام‌شده، کمترین هزینه مربوط به حالت چهارم جدول ۳، خواهد بود؛ بنابراین سیاست بهینه سفارش‌دهی به این صورت است که در هر دوره توزیع‌کننده مقدار ۸۰۸ واحد سفارش می‌دهد و تولیدکننده این مقدار را طی ۸ مرحله و هر بار مقدار ۱۰۱ واحد را ارسال می‌کند.

با توجه به تأثیرگذاربودن سه پارامتر هزینه نگهداری سالیانه واحد کالا، هزینه ثابت سفارش‌دهی و نرخ تولید مربوط به تولیدکننده در مسائل عملی مرتبط با موضوع پژوهش، در ادامه حساسیت نتایج به تغییرات این سه پارامتر در مسئله ذکرشده تحلیل می‌شود. برای این منظور با تغییر یک پارامتر در بازه ۵۰- تا ۵۰+ درصد و ثابت درنظرگرفتن سایر پارامترهای مسئله، مدل پیشنهادی موردتجزیه‌وتحلیل قرار می‌گیرد و حساسیت مدل نسبت به هر یک از پارامترهای اصلی بررسی می‌شود. نتایج حاصل از تحلیل حساسیت در جدول ۴، ارائه شده است.

جدول ۴. راه‌حل بهینه برای هزینه سیستم

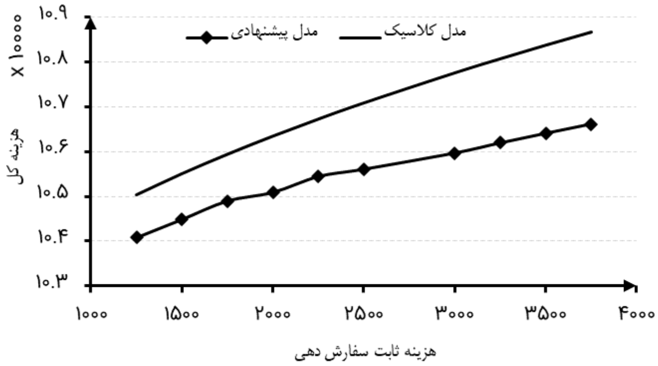
#	پارامترهای مسئله				نتایج مدل پیشنهادی				نتایج مدل کلاسیک	
	درصد تغییرات	A	h	p	K^*	Q^*	m^*	$C(Q,K)$	Q^*	$C(Q^*)$
هزینه ثابت سفارش دهی	۵۰٪−	۱۲۵۰	۱۰	۲۰۰۰	۱۰۰	۶۰۰	۶	۱۰۴۰۷۸	۵۰۵	۱۰۵۰۴۵
	۴۰٪−	۱۵۰۰	۱۰	۲۰۰۰	۱۰۱	۶۰۶	۶	۱۰۴۴۸۵	۵۵۲	۱۰۵۵۱۸
	۳۰٪−	۱۷۵۰	۱۰	۲۰۰۰	۱۰۱	۶۰۶	۶	۱۰۴۸۹۸	۵۹۶	۱۰۵۹۵۳
	۲۰٪−	۲۰۰۰	۱۰	۲۰۰۰	۱۰۱	۷۰۷	۷	۱۰۵۰۹۱	۶۳۶	۱۰۶۳۵۹
	۱۰٪−	۲۲۵۰	۱۰	۲۰۰۰	۱۰۱	۷۰۷	۷	۱۰۵۴۴۵	۶۷۵	۱۰۶۷۴۰
	۰	۲۵۰۰	۱۰	۲۰۰۰	۱۰۱	۸۰۸	۸	۱۰۵۶۰۹	۷۷۱	۱۰۷۱۰۱
	۲۰٪	۳۰۰۰	۱۰	۲۰۰۰	۱۰۰	۱۱۰۰	۱۱	۱۰۵۹۷۲	۷۷۸	۱۰۷۷۷۳
	۳۰٪	۳۲۵۰	۱۰	۲۰۰۰	۱۰۱	۱۱۱۱	۱۱	۱۰۶۱۹۸	۸۰۹	۱۰۸۰۸۸
	۴۰٪	۳۵۰۰	۱۰	۲۰۰۰	۱۰۰	۱۲۰۰	۱۲	۱۰۶۴۱۲	۸۴۰	۱۰۸۳۹۱

نتایج مدل کلاسیک		نتایج مدل پیشنهادی				پارامترهای مسئله				#
$C(Q^*)$	Q^*	$C(Q,K)$	m^*	Q^*	K^*	p	h	A	درصد تغییرات	
۱۰۸۶۸۴	۸۶۹	۱۰۶۶۱۹	۱۲	۱۲۱۲	۱۰۱	۲۰۰۰	۱۰	۳۷۵۰	۵۰٪	
۱۰۵۰۲۲	۱۰۰۵	۱۰۳۹۷۲	۸	۱۱۳۶	۱۴۲	۲۰۰۰	۵	۲۵۰۰	−۵۰٪	هزینه نگهداری
۱۰۵۵۰۲	۹۱۷	۱۰۴۳۴۸	۸	۱۰۴۰	۱۳۰	۲۰۰۰	۶	۲۵۰۰	−۴۰٪	
۱۰۵۹۴۲	۸۴۹	۱۰۴۶۹۹	۸	۹۶۰	۱۲۰	۲۰۰۰	۷	۲۵۰۰	−۳۰٪	
۱۰۶۳۵۲	۷۹۵	۱۰۵۰۲۵	۸	۸۹۶	۱۱۲	۲۰۰۰	۸	۲۵۰۰	−۲۰٪	
۱۰۶۷۳۷	۷۴۹	۱۰۵۳۲۶	۸	۸۴۸	۱۰۶	۲۰۰۰	۹	۲۵۰۰	−۱۰٪	
۱۰۷۱۰۱	۷۷۱	۱۰۵۶۰۹	۸	۸۰۸	۱۰۱	۲۰۰۰	۱۰	۲۵۰۰	۰	
۱۰۷۷۷۹	۶۴۹	۱۰۶۱۴۶	۸	۷۳۶	۹۲	۲۰۰۰	۱۲	۲۵۰۰	۲۰٪	
۱۰۸۰۹۶	۶۲۳	۱۰۶۲۶۵	۱۰	۸۸۰	۸۸	۲۰۰۰	۱۳	۲۵۰۰	۳۰٪	
۱۰۸۴۰۱	۶۰۱	۱۰۶۵۰۱	۱۰	۸۵۰	۸۵	۲۰۰۰	۱۴	۲۵۰۰	۴۰٪	
۱۰۸۶۹۶	۵۸۰	۱۰۶۷۲۸	۱۰	۸۲۰	۸۲	۲۰۰۰	۱۵	۲۵۰۰	۵۰٪	
۱۰۷۱۰۱	۷۱۱	۱۰۳۵۲۷	۲۲	۱۷۱۶	۷۸	۱۲۰۰	۱۰	۲۵۰۰	−۴۰٪	نرخ تولید
۱۰۷۱۰۱	۷۱۱	۱۰۴۳۷۲	۱۶	۱۳۲۸	۸۳	۱۴۰۰	۱۰	۲۵۰۰	−۳۰٪	
۱۰۷۱۰۱	۷۱۱	۱۰۴۸۸۴	۱۳	۱۱۵۷	۸۹	۱۶۰۰	۱۰	۲۵۰۰	−۲۰٪	
۱۰۷۱۰۱	۷۱۱	۱۰۵۲۳۷	۱۱	۱۰۴۵	۹۵	۱۸۰۰	۱۰	۲۵۰۰	−۱۰٪	
۱۰۷۱۰۱	۷۱۱	۱۰۵۶۰۹	۸	۸۰۸	۱۰۱	۲۰۰۰	۱۰	۲۵۰۰	۰	
۱۰۷۱۰۱	۷۱۱	۱۰۵۸۵۹	۸	۸۸۰	۱۱۰	۲۴۰۰	۱۰	۲۵۰۰	۲۰٪	
۱۰۷۱۰۱	۷۱۱	۱۰۵۹۸۱	۸	۹۱۲	۱۱۴	۲۶۰۰	۱۰	۲۵۰۰	۳۰٪	
۱۰۷۱۰۱	۷۱۱	۱۰۶۰۹۶	۷	۸۳۳	۱۱۹	۲۸۰۰	۱۰	۲۵۰۰	۴۰٪	
۱۰۷۱۰۱	۷۱۱	۱۰۶۱۷۷	۷	۸۶۱	۱۲۳	۳۰۰۰	۱۰	۲۵۰۰	۵۰٪	

با توجه به جدول ۴، افزایش هزینه‌ی ثابت سفارش‌دهی باعث افزایش مقدار سفارش، Q^*، می‌شود که از لحاظ شهودی نیز قابل‌پیش‌بینی است؛ اما مقدار K^* تغییر چندانی نداشته است که در نوع خود جالب‌توجه بوده و به معنا این است که مقدار m^* افزایش می‌یابد. درواقع با افزایش هزینه ثابت سفارش‌دهی، سیستم موجودی برای کاهش هزینه خود، سعی در افزایش مقدار سفارش دارد؛ اما این سفارش بیشتر به تغییر مقادیر ارسالی منجر نمی‌شود و دفعات ارسال در هر دوره افزایش می‌یابد؛ همچنین هزینه کل در نقطه بهینه با افزایش هزینه ثابت سفارش‌دهی افزایش می‌یابد که از لحاظ شهودی نیز موردانتظار است.

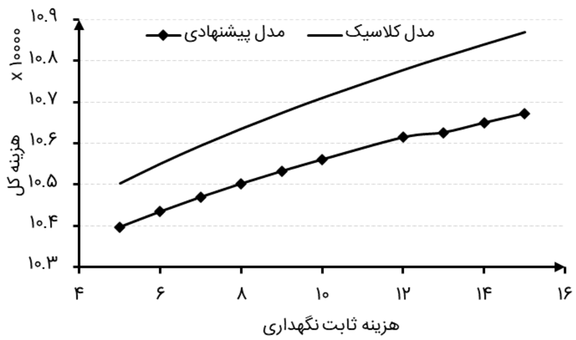
طبق شکل ۴، افزایش هزینه ثابت سفارش‌دهی باعث افزایش هزینه کل می‌شود؛ همچنین با افزایش هزینه ثابت سفارش‌دهی کارایی مدل پیشنهادی بهتر از مدل کلاسیک است؛ چراکه با افزایش هزینه ثابت سفارش‌دهی اختلاف هزینه مدل پیشنهادی با مدل کلاسیک بیشتر می‌شود؛

بنابراین به مدیران توصیه می‌شود درصورتی‌که هزینه ثابت سفارش‌دهی بالا باشد، بهتر است از سیستم دریافت چندگانه در این مقاله استفاده کنند.



شکل ۴. نمودار تغییرات هزینه کل نسبت به تغییرات هزینه ثابت سفارش‌دهی

به‌طورکلی افزایش در هزینه نگهداری باعث کاهش سطح موجودی و درنتیجه باعث کاهش مقدار سفارش می‌شود؛ زیرا با توجه به مطالعات مرتبط، هزینه نگهداری ممکن است تابع فزاینده‌ای از مقدار سفارش با کاهش نرخ باشد. با توجه به شکل ۴، برای مدل SSMD پیشنهادی، افزایش هزینه نگهداری باعث افزایش هزینه کل شده است. هنگامی که هزینه نگهداری افزایش می‌یابد، سیستم سعی می‌کند مقدار سفارش را برای کاهش بیشتر هزینه‌ها، کاهش دهد. این امر تعداد سفارش‌ها سالانه را افزایش می‌دهد.



شکل ۵. نمودار تغییرات هزینه کل نسبت به تغییرات هزینه نگهداری واحد

با توجه به شکل ۵، هر چه هزینه نگهداری زیاد باشد، اختلاف هزینه مدل پیشنهادی با مدل کلاسیک افزایش می‌یابد. این مسئله نشان می‌دهد که در هزینه‌های نگهداری بالا کارایی مدل پیشنهادی بیشتر از مدل کلاسیک است و به مدیران توصیه می‌شود که برای محصولاتی که

هزینه نگهداری و سفارش بالایی دارند از مدل پیشنهادی استفاده کنند؛ چراکه صرفه‌جویی هزینه بیشتری نسبت به مدل کلاسیک دارد. درنهایت اثر تغییر نرخ تولید تولیدکننده در جدول ۴، بررسی شده است. همان‌طور که دیده می‌شود، افزایش نرخ تولید به افزایش مقدار سفارش و مقدار ارسالی در هر بار منجر شده است که از لحاظ شهودی نیز موردانتظار بود؛ همچنین در مدل کلاسیک، نرخ تولید تولیدکننده تأثیری در هزینه‌های توزیع‌کننده ندارد؛ چراکه هر کدام از آن‌ها به‌صورت مستقل فعالیت می‌کنند.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

مدل‌های کلاسیک کنترل موجودی دارای فرضیه‌های محدودکننده‌ای در مقایسه با مسائل واقعی هستند. به‌عنوان نمونه این مدل‌ها دریافت و مصرف گسسته را در نظر نمی‌گیرند. در این پژوهش، مسئله کنترل موجودی مربوط به یک توزیع‌کننده که در لایه میانی یک زنجیره سه‌سطحی قرار دارد و دارای دریافت و ارسال گسسته است، بررسی و تابع هزینه آن ارائه شد. با توجه به اینکه در دنیای واقعی در خیلی از موارد تولیدکننده دارای محدودیت ظرفیت است، نمی‌تواند همه سفارش‌ها را ارسال کند؛ همچنین در بیشتر موارد تقاضا برای محصول به‌صورت گسسته است؛ بنابراین بررسی این مدل و توسعه مدل‌های کلاسیک برای استفاده در این شرایط موردنیاز مبانی نظری موضوع بود که در این پژوهش انجام شد.

در این پ، تابع هزینه کل مدل موردنظر ارائه شد و محدب‌بودن آن نسبت به متغیرهای تصمیم به اثبات رسید؛ همچنین رویکرد به‌دست‌آوردن سیاست بهینه با درنظرگرفتن محدودیت‌های گسسته‌بودن مقادیر تصمیم ارائه شد. درنهایت تحلیل حساسیت مدل با انجام یک تحلیل عددی صورت گرفت که نتایج جالب‌توجهی از آن به‌دست آمد. برای مثال در این سیستم افزایش هزینه نگهداری واحد موجودی لزوماً به کاهش مقدار سفارش‌دهی منجر نمی‌شود؛ درحالی‌که در مدل‌های کلاسیک افزایش هزینه نگهداری حتماً مقدار سفارش بهینه را کاهش می‌دهد.

توسعه مدل ارائه‌شده در این پژوهش برای درنظرگرفتن هم‌زمان هزینه‌های سطوح متفاوت زنجیره یکی از جهت‌های جذاب برای مطالعات آتی است. این جهت پژوهشی با رویکردهای متفاوت هماهنگ‌سازی بین اعضای زنجیره می‌تواند بررسی شود و ارائه سیاست مناسبی برای آن به افزایش قدرت رقابت‌پذیری زنجیره منجر خواهد شد.

منابع

1. Arrow, K.J., T. Harris, & Marschak, J. (1951). Optimal inventory policy. *Econometrica: Journal of the Econometric Society, 19(3),* 250-272.
2. Cárdenas-Barrón, L.E., Treviño-Garza, G., & Wee, H.M. (2012).A simple and better algorithm to solve the vendor managed inventory control system of multi-product multi-constraint economic order quantity model. *Expert Systems with Applications, 39(3),* 3888-3895.
3. Cheng, Y., Wang, W., Wei, C., & Lee, K. (2018). An integrated lot-sizing model for imperfect production with multiple disposals of defective items. Scientia Iranica. *Transaction E, Industrial Engineering, 25(2),* 852-867.
4. Fallahi, A., Azimi-Dastgerdi, M., & Mokhtari, H. (2021). A Sustainable Production-Inventory Model Joint with Preventive Maintenance and Multiple Shipments for Imperfect Quality Items. *Scientia Iranica, Articles in Press.*
5. García-Laguna, J., San-José, L.A., Cárdenas-Barrón, L.E., & Sicilia, J. (2010).The integrality of the lot size in the basic EOQ and EPQ models: applications to other production-inventory models. A*pplied Mathematics and Computation, 216(5),* 1660-1672.
6. Harris, F.W. (1990). How many parts to make at once. *Operations research. 38(6),* 947-950.
7. Hasanpour, J., Hasani, A., & Ghodoosi, M. (2018). Delayed Payment Policy in the Inventory Model of Deteriorating Goods with Quadratic Demand in Order to Backlogging Shortage. *Journal of Industrial Management Perspective, 7(4)* 199-230. (In Persian)
8. Kalantari, S.S., & Taleizadeh, A.A. (2020). Mathematical modelling for determining the replenishment policy for deteriorating items in an EPQ model with multiple shipments. *International Journal of Systems Science: Operations & Logistics, 7(2),* 164-171.
9. Karthick, B., & Uthayakumar, R. (2021). A Multi-Item Sustainable Manufacturing Model with Discrete Setup Cost and Carbon Emission Reduction Under Deterministic and Trapezoidal Fuzzy Demand. *Process Integration and Optimization for Sustainability, 16(5), 505–543..*
10. Lagodimos, A., Skouri K., Christou, I., & Chountalas, P. (2018). The discrete-time EOQ model: Solution and implications. *European Journal of Operational Research, 266(1),* 112-121.
11. Ouyang, L.-Y., Wu, K.-S., & Ho, C.-H. (2004). Integrated vendor–buyer cooperative models with stochastic demand in controllable lead time. *International Journal of Production Economics, 92(3),* 255-266.
12. Pasandideh, S.H.R., & Niaki, S.T.A. (2008). A genetic algorithm approach to optimize a multi-products EPQ model with discrete delivery orders and constrained space. *Applied Mathematics and Computation, 195(2),* 506-514.
13. Pasandideh, S.H.R., Niaki, S.T.A., & Nia, A.R. (2011). A genetic algorithm for vendor managed inventory control system of multi-product multi-constraint economic order quantity model. *Expert Systems with Applications, 38(3),* 2708-2716.
14. Pasandideh, S.H.R., Niaki, S.T.A., & Yeganeh, J.A. (2010). A parameter-tuned genetic algorithm for multi-product economic production quantity model with space constraint, discrete delivery orders and shortages. *Advances in Engineering Software, 41(2),* 306-314.

15. Priyan, S. & Uthayakumar, R. (2017). Setup cost reduction EMQ inventory system with probabilistic defective and rework in multiple shipments management. *International Journal of System Assurance Engineering and Management, 8(2),* 223-241.
16. Radfar, A., & Mohammaditabar, D. (2019). Bi-Objective Optimization of Vendor Managed Inventory Problem in a Mult Echelon Green Supply Chain. *Journal of Industrial Management Perspective, 9(3),* 109-134 (In Persian).
17. Rahman, T., Wirdianto, E., & Zhang. D. (2018). A Multiple Items EPQ/EOQ Model for a Vendor and Multiple Buyers System with Considering Continuous and Discrete Demand Simultaneously. *in IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. IOP Publishing.*
18. Sadeghi, H. (2019). A forecasting system by considering product reliability, POQ policy, and periodic demand. *Journal of Quality Engineering and Production Optimization, 4(2)* 133-148.
19. Sadeghi, H., Golpîra, H., & Khan, S.A.R. (2021). Optimal integrated production-inventory system considering shortages and discrete delivery orders. *Computers & Industrial Engineering, 156,* 107233.
20. Sadeghi, H., Makui, A., & Heydari, M. (2016). Multilevel production systems with dependent demand with uncertainty of lead times. *Mathematical Problems in Engineering, (2016), 1-12.*
21. Sadeghi, H., Makui, A., Heydari, M., & Ghapanchi A.H., (2015). Proposing a model for optimising planned lead-times and periodicity in MRP systems under uncertainty. *International Journal of Services and Operations Management, 21(3),* 310-331.
22. Sajadi, S., Arianezhad, M.G., & Sadeghi, H.A. (2009). An Improved WAGNER-WHITIN Algorithm. *International Journal of Industrial Engineering & Production Research, 20(3),* 117-123.
23. Sarkar, B. (2013). A production-inventory model with probabilistic deterioration in two-echelon supply chain management. *Applied Mathematical Modelling, 37(5),* 3138-3151.
24. Taft, E. (1918). The most economical production lot. *Iron Age, 101(18),* 1410-1412.
25. Taheri, S.A., Mokhtari, H., & Fallahi, A. (2021). An imperfect economic production quantity model with probabilistic machine breakdown and multiple shipments policy. *Journal of Industrial Management Perspective, In press*. (In Persian).
26. Taleizadeh, A.A., Kalantari, S.S., & Cárdenas-Barrón, L.E. (2015). Determining optimal price, replenishment lot size and number of shipments for an EPQ model with rework and multiple shipments. *Journal of Industrial & Management Optimization, 11(4),* 1059-1071
27. Widyadanaa, G.A., & Wee, H.M. (2009). A multi-product EPQ model with discrete delivery order: A Langrangean solution approach, in Global perspective for competitive enterprise, economy and ecology. *Springer*. 601-608.