چشم‌انداز مدیریت صنعتی
شماره ۱۲ ـ زمستان ۱۳۹۲
ص‌ص ۱۳۶ – ۱۱۱

توسعه و کاربرد تکنیک‌هایPROMETHEE-IV، LINMAP و FIS در مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره پیوسته

مجید اسماعیلیان*، سمیه محمدی، سیده مریم عبداللهی***، مسلم علی محمدی*****

چکیده

مسائل تصمیم‌گیری چندشاخصه (MCDM) بـه دو گـروه تصـمیم‌گیـری چنـدمعیاره (MADM) و تصمیم‌گیری چندهدفه (MODM) طبقه‌بندی می‌شوند. در روش‌های MODM فضای تصمیم پیوسته و در روش‌های MADM فضای تصمیم گسسته است و تعداد محدودی گزینه ازپیش‌تعیین‌شده وجـود دارد و گزینه برتر (ارجح) گزینه‌ای است که مجموع عملکرد آن در معیارهای مختلف بهتر از سـایر گزینـه‌هـا باشد. تکنیک‌های MADM مختلفی برای تصمیم‌گیری در فضای گسسته ارائه شده‌اند که تعدادی گزینه ازپیش‌تعیین‌شده را با استفاده از چندین معیار که به‌صورت مقـادیر ثـابتی هسـتند، ارزیـابی و رتبـه‌بنـدی می‌کنند. در بسیاری از مسائل گزینه‌ها مجموعه گسسته نبوده و بـه‌صـورت مجموعـه‌ای پیوسـته درنظـر گرفته می‌شوند. در ایـن مقالـه تکنیـک‌هـای PROMETHEE-IV، LINMAP و FIS بـرای مسـائل تصمیم‌گیری چندمعیاره با گزینه‌های پیوسته مورد استفاده قرار گرفته‌اند. برای بررسی عملکرد روش‌هـای ارائه‌شده، یک مثال عددی از مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره پیوسته با چهار معیار و گزینـه‌هـایی کـه در یک صفحه پیوسته (فضای R^2) قرار دارند، بررسی شده است. نتایج حاصل از مثال عددی، نشان‌دهنـده توانایی مدل‌های ارائه‌شده در یافتن نقطه یا نقاط ارجح است.

کلیدواژه‌ها: MADM پیوسته؛ MADM گسسته؛PROMETHEE IV؛ LINMAP؛ سیستم استنتاج فازی (FIS).

تاریخ دریافت مقاله: ۱۳۹۲/۸/۲۰، تاریخ پذیرش مقاله: ۱۳۹۲/۱۲/۱۰

* دانشگاه اصفهان (نویسنده مسئول).
E-mail: M.Esmaelian@ase.ui.ac.ir
** کارشناس ارشد، دانشگاه اصفهان.
*** کارشناسی ارشد، دانشگاه اصفهان.
**** کارشناسی ارشد، دانشگاه اصفهان.

۱. مقدمه

تصمیم‌گیری چندمعیاره[1] یکی از بهترین تکنیک‌های حل مسئله است که با معیارهای مختلفی برای تصمیم‌گیری در ارتباط هستند [۲۸]. برخی از کاربردهای روش‌های MADM در سیستم‌های تولید انعطاف‌پذیر [۴۵]، طراحی جانمایی [۸]، سیستم‌های تولید یکپارچه [۲۹] و ارزیابی تصمیمات سرمایه‌گذاری تکنولوژی [۳] است. در میان روش‌های متعدد MADM روش‌های غیررتبه‌ای[2] به‌دلیل انعطاف‌پذیری نسبت به بیشتر موقعیت‌های تصمیم‌گیری واقعی، پیشرفت سریعی داشته‌اند [۴۳].

PROMETHEE[3] یکی از روش‌های پرکاربرد غیررتبه‌ای است که به یادگیری تعاملی منجر می‌شود. این تکنیک از طریق امکانات خود به تجزیه و تحلیل حساسیت به‌منظور تطبیق تعاملی پارامترهای متضاد تصمیم می‌پردازد. این روش به‌جای ایجاد یک ارزیابی عددی برای هر گزینه براساس معیارهای تصمیم، برمبنای مقایسات زوجی گزینه‌ها و جمع‌آوری ترجیحات تصمیم‌گیرنده روی هر معیار، عمل می‌کند [۲۰]. مبانی اصولی برای معرفی روش‌های غیررتبه‌ای این است که این روش‌ها برای نتایج کمتر غنی‌شده، نسبت به روش‌های مبتنی بر مطلوبیت چندمعیاره، قابل پذیرش‌تر هستند و آزادی بیشتری برای تصمیم‌گیرنده در بیان ترجیحاتش درمورد عملکرد معیارها در یک سبک ساختاریافته فراهم می‌کنند [۴۲]. یک مدل پایه‌ای در تکنیک‌های مقایسه گزینه‌ها، روش LINMAP است که به‌وسیله سرینی واسان و شوکر[4] [۳۷] ارائه شده است. این روش کاربردهای وسیع دارد و به‌عنوان یک تکنیک فاصله از گزینه ایده‌آل، مطرح می‌شود.

تاکنون نسخه‌های مختلفی از روش‌های PROMETHEE، LINMAP[5] و سیستم استنتاج فازی (FIS)[6] برای تصمیم‌گیری چندمعیاره با گزینه‌های گسسته با داده‌های فازی و قطعی ارائه شده است. در مسائل MADMگسسته، تعدادی گزینه ازپیش‌تعیین‌شده وجود دارد و با استفاده از چند معیار که به‌صورت مقادیر ثابت هستند، تصمیم‌گیری انجام می‌گیرد؛ اما به‌دلیل گسسته بودن فضای گزینه‌ها، ممکن است پاسخ به‌دست آمده اختلاف قابل ملاحظه‌ای با پاسخ بهینه واقعی داشته باشد. همچنین گاهی اوقات ماهیت مسئله تصمیم به گونه‌ای است که گزینه‌های ازپیش‌تعیین‌شده وجود ندارد و نیازمند استفاده از تکنیک‌هایی برای انتخاب گزینه برتر(ارجح) در یک فضای پیوسته هستیم. در پیشینه و مقالات مشابه، هیچ مطالعه موردی انجام‌شده با استفاده

1. MultiAttribute Decision Making (MADM)
2. Outranking
3. Preference Ranking Method for Enrichment Evaluation
4. Srinivasan and Shocker
5. Linear Programming Technique for Multidimensional Analysis of Preference
6. Fuzzy Inference System

از PROMETHEE-IV وجود ندارد. تنها یک مسئله در مرجع برانس و همکاران [۵] ذکر شده که به بررسی مسائل تصمیم‌گیری پیوسته در فضای یک‌بعدی (گزینه‌ها در طول یک پاره‌خط (فضای R) قرار دارند) پرداخته شده است. در این پژوهش به بررسی مسائل تصمیم‌گیری پیوسته در فضای دوبعدی (گزینه‌ها در یک صفحه (فضای R^2) قرار دارند) می‌پردازیم که این یکی از جنبه‌های نوآوری پژوهش حاضر است. همچنین معیارها نیز به‌جای یک مقدار ثابت به‌صورت تابع پیوسته درنظر گرفته شده‌اند که با توجه به نظر تصمیم‌گیرنده و شرایط مسئله تعریف می‌شوند.

تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره گسسته[1] (D-MADM) به‌وسیله نویسندگان مختلف [۴۲، ۴۸، ۵۱] در گروه‌های متفاوتی دسته‌بندی می‌شوند. یکی از دلایل اصلی این تفکیک، ماهیت فازی مرز بین این گروه‌ها است [۴۲]. روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره گسسته در پنج دسته روش‌های ترتیبی، روش‌های وزن‌دهی، روش‌های مبتنی بر مطلوبیت چندمعیاره، روش‌های غیررتبه‌ای و سایر روش‌ها، تقسیم‌بندی می‌شوند. از تکنیک‌های ترتیبی می‌توانیم به روش کاندورکت[2] [۱۰] ، روش بومن و کولانتونی[3] [۴] و روش‌های وابسته به واژه‌نگاری اشاره کنیم. روش‌های وزن‌دهی که در زمینه‌های گسترده‌ای مورد استفاده قرار می‌گیرند، دربرگیرنده روش مجموع وزنی [۱۹] و روش ضرب وزنی هستند. در روش‌های وزن‌دهی، نتیجه به‌دست آمده، به وزن‌های تعریف‌شده برای معیارها وابسته است. در روش‌های ترتیبی، فرضیه‌های مشخصی برای ماهیت ترجیحات تصمیم‌گیرنده درنظر گرفته می‌شود [۴۸]. این روش‌ها به‌راحتی قابل استفاده هستند و در بین تصمیم‌گیرندگان بسیار پذیرفته می‌شوند [۱۷] .

مدل پایه‌ای در تکنیک‌های مقایسه گزینه‌ها، روش LINMAP است که به‌وسیله سرینی واسان و شوکر[4] [۳۷] ارائه شده است. LINMAP یک تکنیک فاصله از گزینه ایده‌آل است. مشهورترین روش‌های فاصله از گزینه ایده‌آل، روش TOPSIS[۱۶] ، روشAIM [۲۴] و برنامه‌ریزی سازشی [۴۸] هستند. به هرحال انتخاب یک روش مناسب، به ویژگی‌های مسئله مورد بررسی، در دسترس بودن داده‌ها و اهداف و محدودیت‌های مسئله بستگی دارد [۲]. بسیاری از محققان بر این باورند که روش‌های MADM، برای یافتن یک راه‌حل بهینه، توانستند غنی‌سازی قابل توجهی برای عقلانیت ضعیف مسائل بهینه‌سازی تک‌هدفه فراهم آورند [۶، ۳۲، ۴۲، ۵۱]. همچنین، تکنیک‌های MADMبه‌وسیله تعامل با تصمیم‌گیرنده در تمامی مراحل، از فرموله کردن مسئله تا معرفی یک راه‌حل، به غنای روش‌های تصمیم‌گیری کمک می‌کنند.

1. Discrete Multi Attribute Decision Making
2. Condorcet
3. Bowman and Colantoni
4. Srinivasan and Shocker

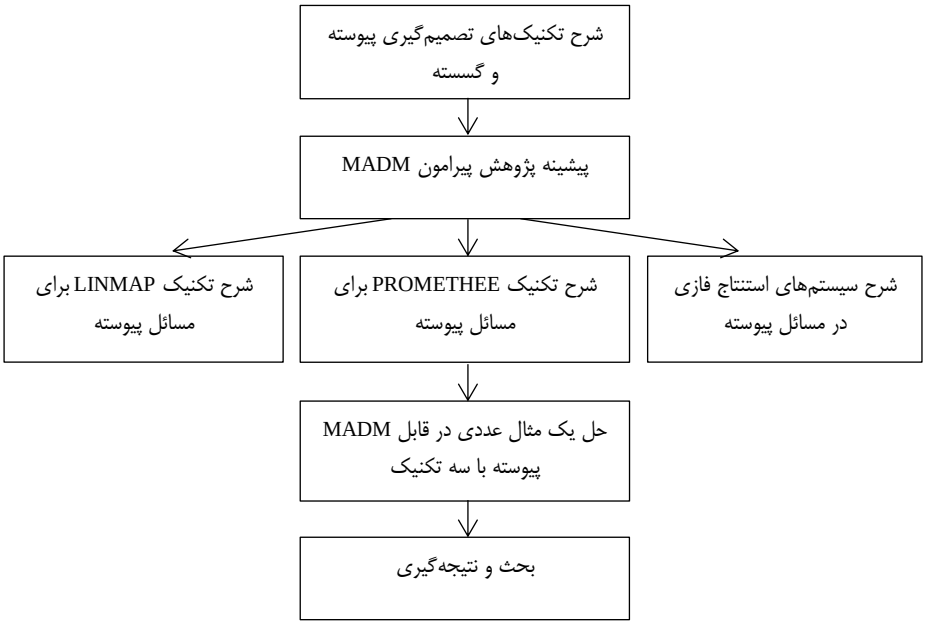
روش‌های مبتنی بر مطلوبیت چندمعیاره و روش‌های غیررتبه‌ای، تعداد قابل توجهی از کاربردهای D-MADM را برای خود ثبت کرده‌اند. روش‌های مبتنی بر مطلوبیت چندمعیاره، توابع مطلوبیت و احتمالات را به‌منظور معیارهای عملکردی مورد ارزیابی قرار می‌دهند؛ درحالی که روش‌های غیررتبه‌ای برمبنای مقایسات زوجی گزینه‌ها هستند [۳۴، ۱۸].

براساس وینکی [۴۲]، ایده اصلی معرفی روش‌های غیررتبه‌ای این است که اگر افراد بتوانند از فرضیه‌های ریاضیاتی بسیار قوی که نیازمند اطلاعات پیچیده‌ای از تصمیم‌گیرنده هستند اجتناب کنند، روش‌های غیررتبه‌ای، نتایج قابل پذیرش‌تری نسبت به روش‌های مبتنی بر مطلوبیت چندمعیاره دارند. اولین مقالات درمورد ELECTRE به‌عنوان اولین روش غیررتبه‌ای در سال‌های ۱۹۶۰ مطرح شدند و ساختار تئوریکی روش‌های غیررتبه‌ای توسط روی[1] [۲۷، ۳۵] تغییر یافت. روی اثبات کرد که این تکنیک‌ها از تنوع زیادی در کاربرد برخوردارند و برای آن‌ها یک زیرساخت قوی‌تر ارائه کرد. این روش‌ها توانایی میزان‌سازی دقیق ترجیحات تصمیم‌گیرنده را دارند و نیازمند اطلاعات اندکی از تصمیم‌گیرنده هستند [۵۱]. روش‌های غیررتبه‌ای، در بیشتر موقعیت‌های واقعی تصمیم‌گیری، قابلیت تطبیق با ساختارهای ضعیف را دارند و در دهه‌های اخیر در زمینه پروژه‌های مهندسی، به شکل گسترده‌ای به‌کار رفته‌اند [۱۲، ۳۱، ۳۶].

روش‌های ELECTRE، PROMETHEE، ORESTE، TACTIC، EVAMIX، REGIME و MAPPAC جزو مشهورترین روش‌های غیررتبه‌ای هستند [۷، ۳۴، ۳۳، ۱۵، ۴۴، ۴۱، ۲۶]. ELECTRE و PROMETHEE جزو پرکاربردترین روش‌های غیررتبه‌ای هستند که به یادگیری تعاملی منجر می‌شوند. این روش‌ها برمبنای مقایسات زوجی گزینه‌ها و جمع‌آوری ترجیحات تصمیم‌گیرنده روی هر معیار، به‌جای ارزیابی عددی گزینه‌ها براساس معیارها عمل می‌کنند. تکنیک‌های MADM ازطرف دیگر عموماً گسسته است و گزینه‌های تصمیم‌گیری محدود و ازپیش‌تعیین‌شده هستند [۱]. اگر مجموعه گزینه‌ها محدود، گسسته و ازپیش‌تعیین‌شده باشند، مسئله تصمیم، یک مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره گسسته نامیده می‌شود [۲۱، ۹، ۳۸، ۴۷]. در مدل‌های چندمعیاره معمولاً انتخاب از طریق تعیین سطح قابل قبول برای معیارها یا مقایسه بین گزینه‌ها صورت می‌گیرد. تکنیک‌های MADM به دو دسته تکنیک‌های «غیرجبرانی» و «جبرانی» تقسیم می‌شوند. معمولاًدر مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره، هدف این است که از میان چند گزینه محدود و گسسته، گزینه‌ای انتخاب شود که تا حد ممکن رضایت تصمیم‌گیرنده را بیشتر کند. این امکان وجود دارد که جواب دقیق مسئله در میان گزینه‌های ارائه‌شده نباشد و با انتخاب گزینه ارجح تنها بتوان تا حدی به آن نزدیک شد؛ لذا یکی از روش‌های دستیابی به گزینه واقعی این است که گزینه‌ها به‌صورت زیرمجموعه پیوسته‌ای از

1. Roy

اعداد حقیقی (فضای R^n) درنظر گرفته شوند و معیارها نیز به‌جای مقادیر ثابت، به‌صورت تابعی پیوسته روی گزینه‌ها تعریف شوند. در این حالت، مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره گسسته به یک مسئله تصمیم‌گیری چندمعیاره پیوسته تبدیل می‌شود. در این پژوهش ضمن معرفی تکنیک PROMETHEE-IV برای مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره پیوسته، تکنیک‌های LINMAP و سیستم استنتاج فازی نیز برای مسائل چندمعیاره پیوسته مورد استفاده قرار گرفته‌اند و با ذکر یک مثال نتایج به‌دست آمده از سه روش، مقایسه و بررسی شده‌اند. مراحل تحقیق در شکل ۱ ترسیم شده است:



شکل ۱. مراحل انجام تحقیق

در ادامه، پیشینه‌ای از پژوهش‌های انجام‌شده درزمینه MADM ارائه می‌شود، سپس روش‌های PROMETHEE، LINMAP و سیستم استنتاج فازی (FIS) در مسائل MADM پیوسته تشریح و در پایان به حل یک مثال عددی با روش‌های ارائه شده پرداخته می‌شود.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

در این قسمت، به بررسی پیشینه مسائل MADM و کاربرد آن‌ها در زمینه‌های مختلف می‌پردازیم. رودز و همکاران[1] [۳۰] از روش غیررتبه‌ای PROMETHEE برای ارزیابی

1. Rhodes et al.

استراتژی‌های حفاظت از کوالاها در استرالیا استفاده کردند. این پژوهش روی یک هدف کلی برای حداقل‌سازی ریسک کاهش جمعیت کوالاها تمرکز کرده است. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که در مدیریت منابع طبیعی، همواره عدم اطمینان در تصمیم‌گیری وجود دارد و روش‌های غیررتبه‌ای می‌تواند یک ابزار قدرتمند در تجزیه و تحلیل‌های تصمیم باشد. مارتل و توماسین[1] [۲۵] از روش ELECTRE II برای رتبه‌بندی ۴۸ عمل جراحی با توجه به منابع در دسترس، مهارت جراحان، الزامات پزشکی هر بیمار و چند ویژگی دیگر از هر عمل استفاده کردند. روگرس و همکاران[2][۳۲] از ELECTRE III در یک تصمیم‌گیری گروهی برای تجزیه و تحلیل گزینه‌های استراتژیک درمورد استراتژی بهینه سوزاندن زباله برای منطقه سوییس شرقی در آینده استفاده کردند. این پژوهش چهار معیار زیست‌محیطی، اقتصادی، عملیاتی و جنبه‌های سیاسی برای ارزیابی استراتژی‌های درنظر گرفته‌شده است.

گرشان و همکاران[3][۱۳] از روش ELECTRE I و ELECTRE II برای بررسی ۲۵ استراتژی توسعه رودخانه در حوضه رودخانه سانتاکروز استفاده کردند. این فرآیند با تعریف معیارهای اصلی مسئله آغاز شد و پنج معیار اصلی و سیزده معیار فرعی برای ارزیابی عملکرد هریک از استراتژی‌ها به‌کار رفت.

وان و لی[4][۴۶] بیان کردند که روش‌های تصمیم‌گیری با انواع مختلف اطلاعات که به آن MADM ناهمگن می‌گویند، بسیار پیچیده و جذاب هستند. هدف مقاله آن‌ها گسترش تکنیک برنامه‌ریزی خطی برای تجزیه و تحلیل چندبعدی ترجیحات (LINMAP) برای حل مسائل MADM ناهمگن، با داده‌های فازی است. در این روش ترجیحات تصمیم‌گیرنده به‌صورت مقایسات زوجی گزینه‌ها با درجات تردید، مشخص می‌شود و فاصله هر گزینه از راه‌حل ایده‌آل فازی بررسی می‌شود و گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌گردند.

لی و یانگ[5][۲۲] در پژوهشی با عنوان «برنامه‌ریزی خطی برای تصمیم‌گیری گروهی چندشاخصه در محیط فازی» به توسعه یک مدل LINMAP در محیط فازی پرداختند. در این مقاله، ابتدا سازگاری و ناسازگاری گروه‌ها برمبنای ترجیحات گزینه‌ها، به‌وسیله تصمیم‌گیرندگان تعریف می‌شود و سپس یک برنامه‌ریزی خطی برمبنای فاصله هر گزینه از راه‌حل ایده‌آل مثبت به‌وجود می‌آید. درادامه، راه‌حل ایده‌آل مثبت و وزن معیارها با استفاده از یک مدل تصمیم‌گیری جدید برمبنای سازگاری و ناسازگاری گروهی تخمین زده می‌شود و سرانجام فاصله هر گزینه از راه‌حل ایده‌آل مثبت فازی محاسبه و همه گزینه‌ها رتبه‌بندی می‌شوند.

1. Martel and Thomassin
2. Rogers et al.
3. Gershon et al.
4. Wan and Li
5. Li & Yang

لی و همکاران[1][۲۳] در مقاله‌ای با عنوان «روش برنامه‌ریزی خطی برای تصمیم‌گیری گروهی با استفاده از مجموعه‌های فازی» به توسعه روشی برای برنامه‌ریزی خطی در مسائل تصمیم‌گیری گروهی با استفاده از مجموعه‌های فازی پرداختند.

ونچه و مختاریان[2][۱۴] در پژوهشی با عنوان «روش MADM جدید برمبنای اعداد فازی» یک روش جدید MADM فازی برمبنای اعداد فازی برای رتبه‌بندی گزینه‌ها ارائه کردند. این روش به تصمیم‌گیرنده اجازه می‌دهد که گزینه‌ها را براساس متغیرهای کلامی و یا مقادیر عددی ارزیابی کند و یک الگوریتم برای ارزیابی گزینه‌ها به‌وجود آورد.

وانگ و لو[3][۴۹] در پژوهشی با عنوان «توسعه روش LINMAP برای تصمیم‌گیری گروهی تحت شرایط فازی و مقادیر بازه‌ای»، به گسترش روش LINMAP برای حل مشکلات MAGDM در محیط فازی پرداخته‌اند که در آن تمام اطلاعات ترجیحات ارائه‌شده توسط تصمیم‌گیرندگان به‌صورت مقادیر بازه‌ای شهودی[4] معرفی شده‌اند. در این روش، ماتریس تصمیم فازی و اطلاعات ترجیحات درمورد گزینه‌ها کاملاً ناشناخته است و برای محاسبه وزن معیارها یک مدل برنامه‌ریزی خطی براساس سازگاری گروهی توسعه داده شده است.

۳. روش‌شناسی پژوهش

تکنیک PROMETHEE برای مسائل MADM پیوسته. PROMETHEE–IV، یک رتبه‌بندی‌کامل[5] ایجاد کرده است و در مسائل رتبه‌بندی و انتخاب، هنگامی‌که گزینه‌ها پیوسته هستند، استفاده می‌شود (دسته‌ای نامتناهی از گزینه‌ها). A یک زیرمجموعه پیوسته از R^n و $F_1, F_2 ..... F_n$ توابع پیوسته کران‌دار، که بر روی A تعریف شده و باید بیشینه گردند را درنظر بگیرید. $F_j(A_i)$، عملکرد گزینه iام تحت معیار j است. PROMETHEE یک تابع مطلوبیت قطعی به هر گزینه اختصاص نمی‌دهد. ساختار ارجحیت PROMETHEE براساس مقایسات زوجی است؛ اما برخلاف بسیاری از روش‌های دیگر، در PROMETHEE مقدار اختلاف دو گزینه روی یک معیار منظور می‌شود. تصمیم‌گیرنده برای اختلافات کم بین دوگزینه روی یک معیار، ممکن است اهمیتی قائل نباشد و یا برحسب حساسیت معیار، مقدار ارجحیت را تعیین کند. هرچند در روش PROMETHEE ممانعتی برای درنظر گرفتن ارجحیت‌های غیرواقع بر بازه صفر تا یک وجود ندارد، توصیه می‌شود که تابع ارجحیت در این بازه تعریف شود [۵].

1. Li et al.
2. Vencheh & Mokhtarian
3. Wang & Liu
4. intuitionistic
5. Full Raking

تصمیم‌گیرنده برای هر معیار تابع ارجحیت زیر را برحسب اختلاف موجود بین دو گزینه مفروض، در ذهن دارد:

$$P_j(A_1,A_2)=F(d_j(A_1,A_2))\ ,\ d_j(A_1,A_2)=F_j(A_1)-F_j(A_2)$$ رابطه ۱

زمانی‌که تفاضل گزینه‌های A_1 از A_2 روی معیار C_j منفی باشد، ارجحیت برابر صفر است؛ بنابراین رابطه ۲ برای تابع ارجحیت برقرار است:

$$P_j(A_1,A_2)\succ 0\longrightarrow P_j(A_2,A_1)=0$$ رابطه ۲

برای معیارهای منفی (هزینه، کاهنده)، باید تابع ارجحیت معکوس شود و یا به شکل رابطه ۳ اصلاح گردد:

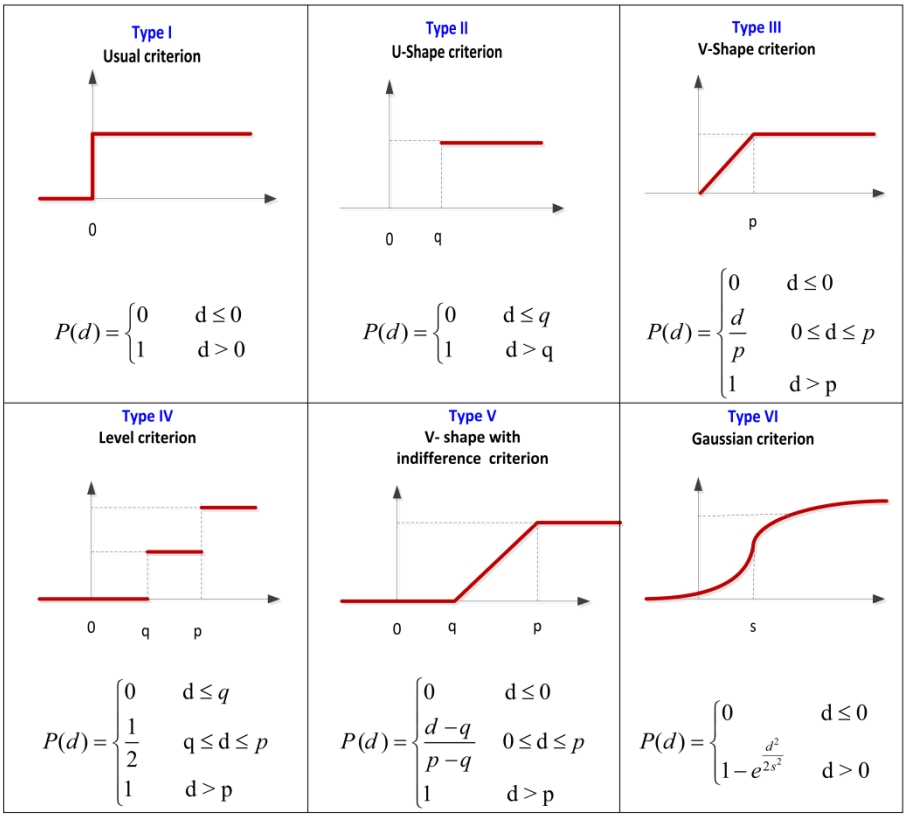
$$P(A_1,A_2)=F\left[-d(A_1,A_2)\right]$$ رابطه ۳

به زوج $\left\{C_j,P_j(A_1,A_2)\right\}$ معیار تعمیم‌یافته مربوط به معیار C_j گویند. بدیهی است که برای هر معیار باید $\binom{n}{2}$ معیار تعمیم‌یافته را محاسبه کنیم (تمام مقایسات زوجی). شش نوع از توابع ارجحیت متداول را در شکل ۲ نشان داده‌ایم. در توابع ارجحیت، پارامتر Pآستانه ارجحیت مطلق، q آستانه بی‌تفاوتی و s مقداری میانی بین p و q است. پس از محاسبه اوزان w_j و معیارهای تعمیم‌یافته $\left\{C_j,P_j(A_1,A_2)\right\}$ به‌ازای تمامی مقادیر i و j، تکنیک PROMETHEE قابل به‌کارگیری است. در این تکنیک، شاخص‌های ارجحیت ادغامی به‌صورت رابطه ۴ تعریف می‌شود:

$$\begin{cases}\pi(A_1,A_2)=\sum_{j=1}^{n}P_j(A_1,A_2)w_j\\ \pi(A_2,A_1)=\sum_{j=1}^{n}P_j(A_2,A_1)w_j\end{cases}\quad \forall A_1,A_2\in A,$$ رابطه ۴

شاخص $\pi(A_1,A_2)$ درجه‌ای که گزینه A_1 با توجه به تمام معیارها بر گزینه A_2 برتری دارد و شاخص $\pi(A_2,A_1)$ درجه‌ای که گزینه A_2 با توجه به تمام معیار ها بر گزینه A_1 برتری دارد را بیان می‌کند. روابط شماره ۵ برای شاخص ارجحیت ادغامی برقرار است:

$$\pi(A_1,A_1)=0,\quad 0\le\pi(A_1,A_2)\le 1,\quad 0\le\pi(A_2,A_1)+\pi(A_1,A_2)\le 1$$ رابطه ۵



شکل ۲. انواع توابع ارجحیت [۵]

در روش PROMETHEE -IV، جریانات مثبت و منفی و جریان خالص غیررتبه‌ای، به‌صورت رابطه ۶ محاسبه می‌شود:

رابطه ۶

$$\phi^{+}(A_1)=\int \pi(A_1,A_2)dA_2 \quad , \quad \phi^{-}(A_1)=\int \pi(A_2,A_1)dA_2$$

$$\phi\ (A_1)=\phi^{+}(A_1)-\phi^{-}(A_1)$$

با توجه به اینکه محاسبه انتگرال به‌صورت بالا مشکل است، می‌توانیم به‌جای استفاده از شاخص ارجحیت ادغامی ($\pi(a,b)$) روی مجموعه پیوسته A، از تابع ارجحیت انتگرال بگیریم و به‌صورت رابطه ۷ عمل کنیم [۵]:

رابطه ۷

$$\phi_j^{+}(A_1)=\int P_j(A_1,A_2)dA_2 \quad , \quad \phi_j^{-}(A_1)=\int P_j(A_2,A_1)dA_2$$

$$\phi(A_1)=\frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left[\phi_j^{+}(A_1)-\phi_j^{-}(A_1)\right] \qquad j=1,2..n$$

روابط بالا با احتساب اهمیت (وزن) برابر برای معیارها مورد استفاده قرار می‌گیرند. اگر معیارهای پیوسته دارای درجه اهمیت (وزن) متفاوت باشند، جریان خالص غیررتبه‌ای از رابطه ۸ محاسبه می‌شود:

$$\phi(A_1)=\frac{1}{\sum_{j=1}^{n} w_j}\sum_{j=1}^{n} w_j\left[\phi_j^{+}(A_1)-\phi_j^{-}(A_1)\right] \quad j=1,2..n$$ رابطه ۸

روش LINMAP برای مسائل MADM پیوسته. روش برنامه‌ریزی خطی برای تحلیل چندبعدی ترجیحات (LINMAP) روشی است که مقایسات زوجی تصمیم‌گیرنده از ارجحیت گزینه‌ها را درنظر می‌گیرد و از آنجا که به همه ابعاد برای ارزیابی گزینه‌ها توجه می‌کند، به آن تحلیل چندبعدی ترجیحات می‌گویند. اگر مجموعه قضاوت‌های ذهنی تصمیم‌گیرنده درخصوص مقایسه زوجی گزینه‌ها براساس مجموعه $S=\{(k,l)\}$ نشان داده شود، طبق این روش می‌توان وزن شاخص‌ها (w_j^*) و تراز بهینه (x_j^*) را مشخص کرد.تعریف بردارهای W^*, X^*، براساس اعمال مجموعه S است؛ بنابراین تکنیک LINMAP، یک روش تعاملی با تصمیم گیرنده است که با محاسبه فاصله اقلیدسی از تراز بهینه به رتبه‌بندی گزینه‌ها می‌پردازد.

در این روش فرض بر آن است که تصمیم‌گیرنده گزینه‌های نزدیک به ایده‌آل را در این فضا انتخاب خواهد کرد. فاصله از ایده‌آل به‌صورت فاصله اقلیدسی وزین (d_i) مورد توجه قرار می‌گیرد، فاصله هر گزینه از گزینه ایده‌آل به‌صورت رابطه ۹ است و x_j^* مقدار ایده‌آل شاخص jام به‌شمار می‌رود.

$$t_i=d_i^2=\sum_{j=1}^{n} w_j\left(x_{ij}-x_j^*\right)^2 \quad , \quad i=1,2,...,m$$ رابطه ۹

مجموعه $S=\{(k,l)\}$ نشان‌دهنده مقایسات زوجی گزینه A_k و A_l است؛ به‌طوری که گزینه A_k بر گزینه A_l ارجح است. مجموعه S به‌طور نرمال دارای $m(m-1)/2$ عنصر خواهد بود. جواب (W^*, X^*) برای هر زوج مرتب‌شده $(k,l)\in S$ سازگار با مدل فاصله وزین است اگر $t_k \le t_l$ باشد. مشخص کردن جواب (W^*, X^*) باید چنان باشد که تجاوز از شرط $t_k \le t_l$ (باتوجه به ماتریس تصمیم‌گیری موجود و مجموعه S) در حداقل ممکن واقع شود؛ ازاین‌رو به‌طور کلی رابطه ۱۰ را می‌توانیم مورد توجه قرار دهیم:

$$(t_l - t_k)^- = \begin{cases} 0 & if \quad t_k \le t_l \\ (t_k - t_l) & if \quad t_k > t_l \end{cases} \Bigg\} = \max\{0,(t_k - t_l)\}$$

رابطه ۱۰

بدین صورت $(t_l - t_k)^-$ نشان‌دهنده میزان عدم تطابق برای زوج $(k,l) \in S$ است و به‌طور کلی مجموع کل تطابق روی مجموعه S عبارت است:

رابطه ۱۱

$$P = \sum_{(k,l)\in s} (t_l - t_k)^-$$

برای مشخص کردن جواب (W^*, X^*) مقدار P باید حداقل شود. در مقابل P، ارزش جدیدی به نام میزان تطابق به‌صورت رابطه ۱۲ و ۱۳ تعریف می‌شود:

رابطه ۱۲

$$G = \sum_{(k,l)\in s} (t_l - t_k)^+$$

به‌طوری که:

$$(t_l - t_k)^+ = \begin{cases} (t_l - t_k) & if \quad t_k \le t_l \\ 0 & if \quad t_k > t_l \end{cases} \Bigg\} = \max\{0,(t_l - t_k)\}$$ رابطه ۱۳

به این ترتیب، باید رابطه $G > P$ یا $G - P = h$ صادق باشد؛ به‌طوری که h یک مقدار ثابت دلخواه و مثبت است. با توجه به اینکه هدف حداقل کردن عدم تطابق است، جواب (W^*, X^*) از حل مسئله شماره ۱۴ حاصل می‌شود:

رابطه ۱۴

$$\min : P = \sum_{(k,l)\in s} (t_l - t_k)^- = \sum_{(k,l)\in s} \max\{0,(t_k - t_l)\}$$

$$s.t$$

$$G - P = \sum_{(k,l)\in s} (t_l - t_k) = h$$

با جای‌گذاری رابطه ۹ در مدل بالا و اعمال تغییر متغیر $w_j \times x_j = u_j$، مسئله خطی شماره ۱۵ نتیجه می‌شود:

$$\min: \sum_{(k,l)\in s} \alpha_{k,l}$$

$$s.t$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j (x_{lj}^2 - x_{kj}^2) - 2\sum_{j=l}^{n} u_j (x_{lj} - x_{kj}) + \alpha_{k,l} \geq 0 \quad \forall (k,l) \in S$$

$$\sum_{j=1}^{n} w_j \sum_{(k,l)\in s} (x_{lj}^2 - x_{kj}^2) - 2\sum_{j=l}^{n} u_j \sum_{(k,l)\in s} (x_{lj} - x_{kj}) = h$$

$$\alpha_{k,l} \geq 0 \,,\, w_j \geq 0 \quad u_j : free$$

رابطه ۱۵

با حل مسئله بالا بردار وزن شاخص‌ها (W^*) و (U^*) به دست می‌آید و براساس مقادیر (W^*) و (X^*)، فاصله اقلیدسی گزینه‌ها از راه‌حل ایده‌آل (t_i) را محاسبه می‌کنیم. گزینه‌ای که به راه‌حل ایده‌آل نزدیک‌تر باشد، گزینه برتر است. در حل مسائل پیوسته که دارای مجموعه‌ای از گزینه‌ها در یک بازه پیوسته هستند، برای محاسبه مجموعه S که شامل زوج مرتب‌های (k,l) برابر با $S = \{(k,l)\}$ است، از یکی از روابط زیر می‌توانیم استفاده کنیم:

الف: ابتدا مجموعه C_{kl} که شامل معیارهایی است که در مقایسه دو گزینه kو l، گزینه k بر l ارجحیت دارد و مجموعه C_{lk} که شامل معیارهای است که گزینه l بر k ارجحیت دارد، محاسبه می‌شود.

$$C_{kl} = \left[j \,/\, x_{kj} > x_{lj} \forall j \in j^+,\, x_{kj} < x_{lj} \forall j \in j^- \right]$$

$$C_{lk} = \left[j \,/\, x_{lj} > x_{kj} \forall j \in j^+,\, x_{lj} < x_{kj} \forall j \in j^- \right]$$

رابطه ۱۶

با استفاده از مجموعه C_{kl} و C_{lk} در رابطه ۲۳، مقادیر W_{kl} و W_{lk} را به‌صورت رابطه ۱۷ محاسبه می‌کنیم:

$$w_{kl} = \left[\sum_{j\in C_{kl}} w_j \right] \,,\, w_{lk} = \left[\sum_{j\in C_{lk}} w_j \right]$$

رابطه ۱۷

بعد از محاسبه مقادیر W_{kl} و W_{lk}، مقادیر به‌دست آمده مقایسه می‌شوند و مجموعه S تشکیل می‌شود؛ به عبارت دیگر، اگر $w_{lk} < w_{kl}$ باشد، زوج (k,l) و اگر $w_{kl} < w_{lk}$ باشد، مطابق با رابطه ۱۸ زوج (l,k) متعلق به مجموعه S خواهد بود.

$$\begin{cases} w_{kl} > w_{lk} \Rightarrow (k,l) \in S \\ w_{lk} > w_{kl} \Rightarrow (l,k) \in S \end{cases} \qquad S=\{(k,l)\}$$ رابطه ۱۸

ب: با مقایسه تعداد عناصر مجموعه‌های C_{LK} و C_{KL} مجموعه S تشکیل می‌شود؛ به عبارت دیگر اگر $|C_{KL}| < |C_{LK}|$ باشد، زوج (k,l) و اگر $|C_{LK}| < |C_{KL}|$ باشد، زوج (L,k) متعلق به مجموعه S خواهد بود. منظور از $|C_{LK}|$ تعداد عناصر مجموعه C_{LK} است.

$$\begin{cases} |C_{kl}| > |C_{lk}| \Rightarrow (k,l) \in S \\ |C_{lk}| > |C_{kl}| \Rightarrow (l,k) \in S \end{cases} \qquad S=\{(k,l)\}$$ رابطه۱۹

ج: با استفاده از مجموعه C_{kl}و C_{lk}، مقادیر W'_{kl} و W'_{lk} را به‌شکل رابطه ۲۰ محاسبه می‌کنیم:

رابطه ۲۰

$$w'_{kl} = \left[\sum_{j \in C_{kl}} \left(x_{kj} - x_{lj} \right) w_j \right] \;,\; w'_{lk} = \left[\sum_{j \in C_{lk}} \left(x_{lj} - x_{kj} \right) w_j \right]$$

بعد از محاسبه مقادیر W'_{kl} و W'_{lk}، مقادیر به‌دست آمده را مقایسه می‌کنیم و مجموعه S تشکیل می‌شود؛ به عبارت دیگر، اگر $w'_{lk} < w'_{kl}$ باشد، زوج (k,l) و اگر $w'_{kl} < w'_{lk}$ باشد، زوج (l,k) با توجه به رابطه ۲۱ متعلق به مجموعه S خواهد بود.

$$\begin{cases} w'_{kl} > w'_{lk} \Rightarrow (k,l) \in S \\ w'_{lk} > w'_{kl} \Rightarrow (l,k) \in S \end{cases} \qquad S=\{(k,l)\}$$ رابطه۲۱

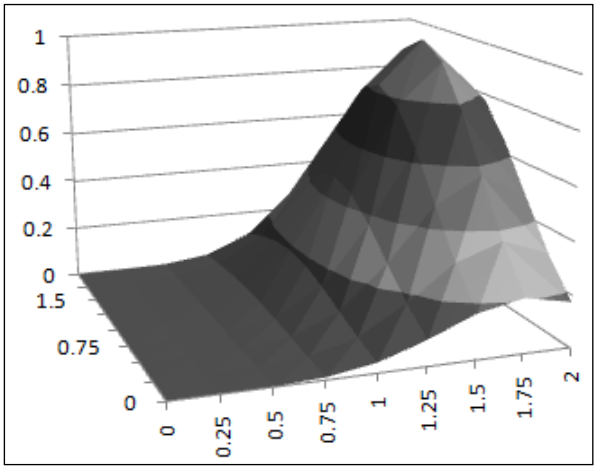
د: ارجحیت گزینه‌ها نسبت به یکدیگر با استفاده از تابع ارجحیت پیوسته (Fs) تعریف می‌شود. اگر $Fs_k > Fs_l$ باشد، زوج (k,l) و اگر $Fs_l > Fs_k$ باشد، زوج (l,k) متعلق به مجموعه S خواهد بود.

$$\begin{cases} Fs_k > Fs_l \Rightarrow (k,l) \in S \\ Fs_l > Fs_k \Rightarrow (l,k) \in S \end{cases} \qquad S=\{(k,l)\}$$ رابطه۲۲

در مثال عددی بخش ۸، تابع ارجحیت گزینه‌ها ازنظر تصمیم‌گیرنده به‌صورت رابطه ۲۳ درنظر گرفته شده است:

$$Fs_i = Fs(x_i, y_i) = e^{-(x_i - 1.25)^2} e^{-3(y_i - 1.75)^2}$$ رابطه ۲۳

نمودار تابع Fs را در شکل ۳ نشان داده‌ایم.



شکل ۳. نمودار تابع Fs

با استفاده از مجموعه S، مدل برنامه‌ریزی خطی تکنیک LINMAP نوشته می‌شود و با حل آن گزینه ایده‌آل X^* تعیین می‌گردد. درپایان، نمودار فاصله اقلیدسی مجموعه پیوسته گزینه‌ها از راه‌حل ایده‌آل محاسبه می‌شود و براساس آن، نقطه بهینه انتخاب می‌گردد. یکی از قابلیت‌ها و ویژگی‌های تکنیک LINMAP تلفیق اطلاعات حاصل از ماتریس تصمیم با نظر خبرگان و تصمیم‌گیرندگان درمورد ارجحیت گزینه‌ها است. ارجحیت تصمیم‌گیرنده درمورد گزینه‌ها درقالب بردار S درنظر گرفته می‌شود و از تلفیق آن‌ها با اطلاعات ماتریس تصمیم مدل برنامه‌ریزی خطی LINMAP نوشته می‌شود. اگر گزینه k بر گزینه l ارجح باشد، باید یک جواب (W^*, X^*) وجود داشته باشد که $t_k \le t_l$ باشد، وگرنه بین اطلاعات ماتریس تصمیم و ارجحیت موردنظر تصمیم‌گیرنده ناسازگاری وجود دارد و متغیر $\alpha_{k,l} > 0$ خواهد شد. در مدل LINMAP، هدف محاسبه جواب (W^*, X^*) به گونه‌ای است که $\sum_{(k,l)\in s} \alpha_{k,l}$ (مجموع ناسازگاری‌ها) حداقل شود.

سیستم‌های استنتاج فازی. سیستم‌های منطبق بر قوانین فازی برای نخستین‌بار در سال ۱۹۷۳ مطرح شدند. هدف این سیستم‌ها این است که دانش فرد خبره درمورد مسائل پیچیده را مدل‌سازی کنند. سیستم‌های استنتاج فازی (FIS)[1] با استفاده از قوانین اگر–آنگاه می‌تواند جنبه‌های کیفی دانش بشری و فرآیندهای منطقی را بدون استفاده از تجزیه و تحلیل‌های دقیق کمی، مدل‌سازی کنند. براساس انواع استلزام فازی و نوع قوانین اگر–آنگاه مورد استفاده، بیشتر سیستم‌های فازی در سه دسته مانند شکل ۴ طبقه‌بندی می‌شوند. در نوع اول، خروجی هر قانون، یک مقدار قطعی و غیرفازی است و خروجی کلی میانگین وزنی خروجی‌های هر قانون است. در این نوع از سیستم استنتاج فازی، توابع عضویت متغیرهای ورودی مختلف و متنوع است؛ ولی توابع عضویت متغیرهای خروجی باید توابع یکنوا افزایش (توابع S شکل) باشند.

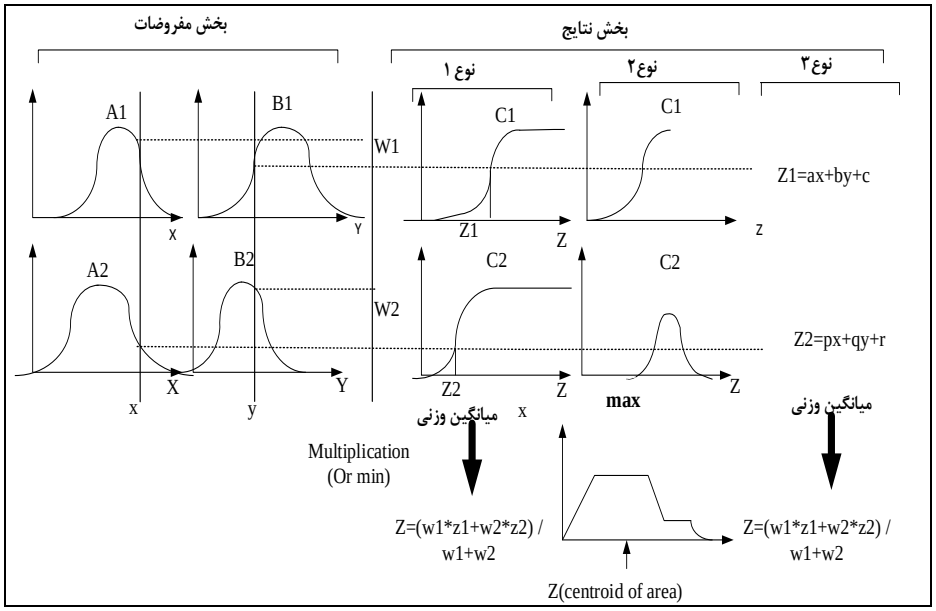
در نوع دوم، خروجی هر قانون، یک مجموعه فازی است و خروجی کلی فازی، به‌وسیله ادغام و تلفیق خروجی فازی هر قانون ایجاد می‌شود. روش‌های مختلفی برای غیرفازی کردن خروجی نهایی ارائه شده‌اند که می‌توانیم به روش‌های مرکز ثقل[2]، دونیم‌سازی[3] و ... اشاره کنیم. این سیستم‌های استنتاج به سیستم استنتاج ممدانی مشهورند. نوع سوم سیستم‌های استنتاج فازی به سیستم تاگاکی و سوگنو مشهور هستند. در این نوع، خروجی هر قانون یک ترکیب خطی از متغیرهای ورودی است و خروجی نهایی میانگین وزنی خروجی هر قانون است. سیستم سوگنو ازنظر محاسباتی کارآمدتر از سیستم ممدانی است و از تکنیک‌های انطباقی برای ساختن یک مدل پیش‌بینی و برازش منحنی استفاده می‌کند [۱۱].

مجموعه‌های فازی و عملگرهای فازی از مفاهیم و موضوعات اساسی منطق فازی هستند [۴۰]. این قوانین اگر–آنگاه برای فرمول‌بندی عبارت‌های شرطی استفاده می‌شوند که منطق فازی را تشکیل می‌دهند. یک قانون اگر–آنگاه فازی به‌صورت، اگر X برابر A باشد آنگاه Y برابر B خواهد بود، بیان می‌شود.

$$if \;\; x \;\; = A \; then \; y \;\; = B$$

رابطه۲۴

1. FIS (FUZZY INFERENCE SYSTEM)
2. Centroid
3. Bisector



شکل ۴ . قوانین اگر–آنگاه فازی و انواع سیستم‌های استنتاج فازی [۳۹]

A و B مقادیر کلامی (زبانی) هستند که به‌وسیله مجموعه‌های فازی روی مجموعه مرجع X و Y تعریف می‌شوند. مهم‌ترین ویژگی سیستم‌های فازی، مجموعه قوانین فازی هستند. مجموعه‌های فازی پایه‌های مدل تخمین خروجی را فراهم می‌آورند. این مدل براساس ارتباطات بین برخی پارامترهای ورودی فازی ایجاد می‌شود. مراحل فازی‌سازی ورودی‌ها، استفاده از عملگرهای فازی (And و Or) در قوانین با چند ورودی، استلزام و نتیجه‌گیری خروجی‌ها از ورودی‌ها، ادغام و یکپارچه‌سازی خروجی‌های مربوط به قوانین مختلف و غیرفازی کردن خروجی‌های ادغام‌شده برای پیاده‌سازی فرآیند استنتاج فازی ممدانی وجود دارد [۱۱، ۳۹].

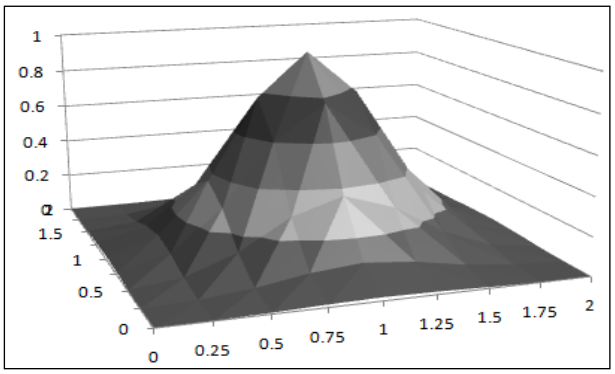
٤. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

در این بخش به حل یک مثال عددی در فضای تصمیم پیوسته با استفاده از سه تکنیک شرح داده شده می‌پردازیم که گزینه‌ها در یک فضای دوبعدی قرار دارند. از بین مسائل واقعی در حالت پیوسته که در فضای تک‌بعدی بررسی می‌شوند و گزینه‌های آن در طول یک پاره‌خط پیوسته قرار دارند، می‌توانیم به مسئله مکان‌یابی جایگاه سوخت، مراکز تفریحی و ... در طول یک جاده اشاره کنیم. درمورد مسائل دو بعدی پیوسته نیز می‌توانیم به مسئله مکان‌یابی مرکز اورژانس، مراکز خرید و ... در سطح یک شهر یا ناحیه اشاره کنیم. در این مثال عددی، گزینه‌های

تصمیم در فضای دوبعدی (R^2) پیوسته قرار دارند و هر نقطه از این صفحه پیوسته، یک گزینه تصمیم است و با زوج مرتب (x_i, y_i) نشان داده می‌شود. برای سادگی و کاهش محاسبات فرض می‌کنیم، فضای پیوسته گزینه‌ها در بازه $x \in [0,2]$ و $y \in [0,2]$ قرار دارد و هدف، یافتن مناسب‌ترین نقطه (نقاط) در صفحه پیوسته گزینه‌ها براساس ۴ معیار است. معیارها به‌صورت توابع پیوسته سه‌بعدی به شکل $F_j(x,y)$, $j = 1,2,3,4$ ارائه شده‌اند که به تشریح آن‌ها خواهیم پرداخت.

نمودار تابع معیار اول در شکل ۵ نشان داده شده است. براساس این معیار، بهترین مکان در نقطه (۱ , ۱) قرار دارد و سایر نقاط اطراف این نقطه از ارجحیت کمتری برخوردار هستند.

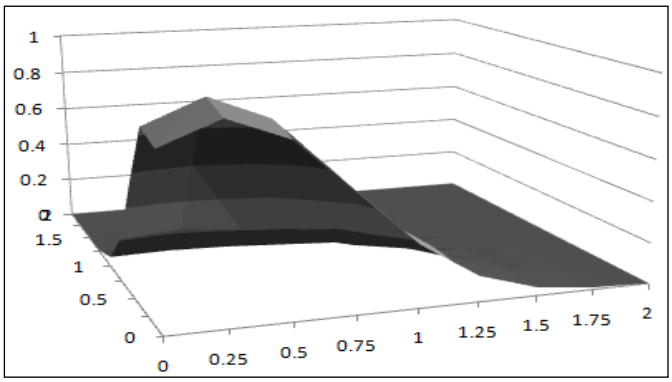
$$F_1(x,y) = e^{-4(x-1)^2} e^{-4(y-1)^2}$$



شکل ۵. نمودار تابع معیار اول

نمودار تابع معیار دوم را در شکل ۶ نشان داده‌ایم. براساس این معیار، نقطه (۰/۲۵، ۰/۱۵) بالاترین ارجحیت را دارد و هرچه از این نقطه فاصله می‌گیریم، ارجحیت کمتر می‌شود.

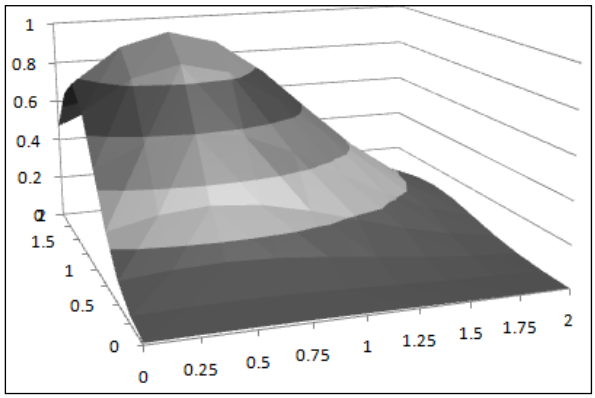
$$F_2(x,y) = \mathrm{e}^{-4(x-0.15)^2}\ \mathrm{e}^{-2(y-0.25)^2}$$



شکل ۶. نمودار تابع معیار دوم

نمودار تابع معیار سوم را در شکل ۷ نشان داده‌ایم. براساس این معیار، نقطه (۰/۵، ۱/۵) بالاترین ارجحیت را دارد و هرچه از این نقطه درراستای محور x ها و y دورتر می‌شویم، ارجحیت کمتر می‌شود.

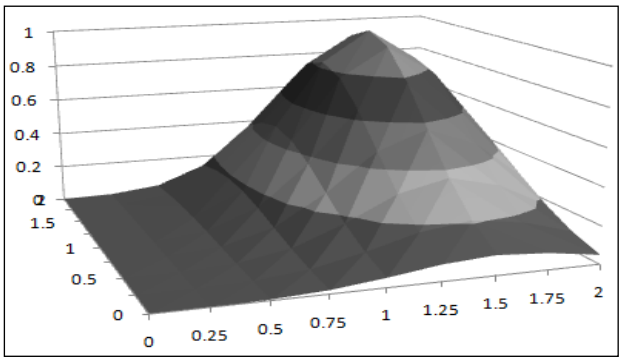
$$F_3(x,y) = e^{-2(x-1.5)^2}\, e^{-(y-0.5)^2}$$



شکل ۷. نمودار تابع معیار سوم

نمودار تابع معیار چهارم را در شکل ۸ نشان داده‌ایم. براساس این معیار، نقطه (۱/۵، ۱/۵) بالاترین ارجحیت را دارد و هرچه از این نقطه دورتر شویم، ارجحیت کمتر می‌شود و به صفر می‌رسد.

$$F_4(x,y) = e^{-(x-1.5)^2}\, e^{-3(y-1.5)^2}$$

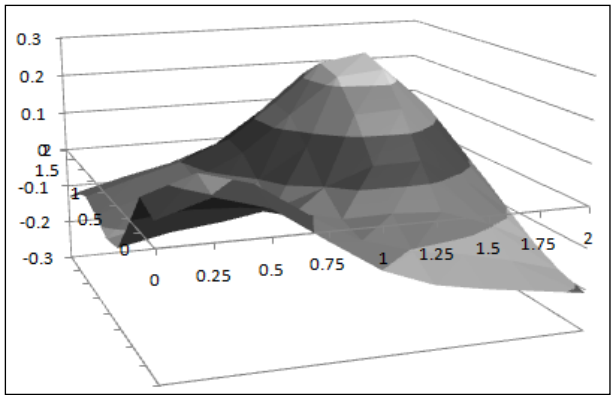


شکل ۸. نمودار تابع معیار چهارم

حل مثال با استفاده از PROMETHEE-IV. جواب به‌دست آمده از تکنیک PROMETHEE به نوع تابع ارجحیت استفاده‌شده بستگی دارد. درادامه، از دو نوع تابع ارجحیت خطی (تابع شماره ۳) و تابع ارجحیت خطی با حد آستانه‌ای (تابع شماره ۵) استفاده می‌کنیم و نتایج هر دو مدل را ارائه می‌دهیم.

تابع ارجحیت خطی با پارامتر $p = 0.1$

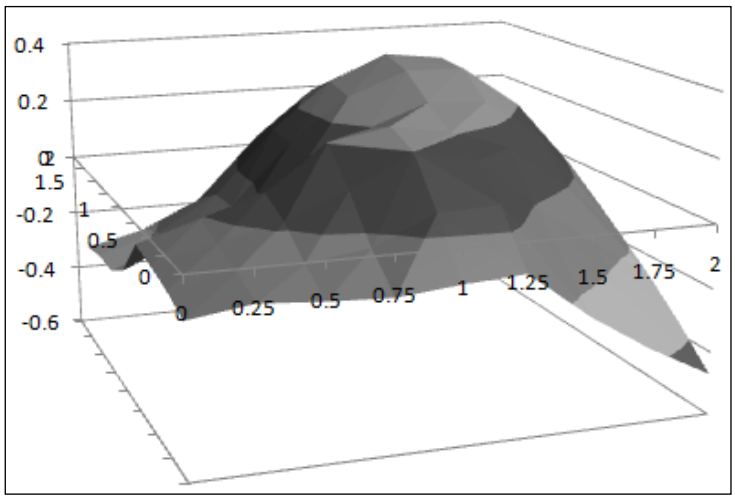
فرآیند تحلیل مثال بالا با استفاده از تکنیک PROMETHEEIV در نرم‌افزارهای MATLABو Excelپیاده‌سازی شده است. نتایج حاصل از مثال بالا را با درنظر گرفتن وزن‌های $w_1 = 0.05, w_2 = 0.35, w_3 = 0.2, w_4 = 0.4$ در شکل ۹ نشان داده‌ایم. همان‌طور که مشخص است، بهترین نقطه با بیشترین جریان خالص غیررتبه‌ای، نقطه (۱/۵، ۱/۵) است که جریان خالصی به اندازه ۲۵۸/. دارد؛ بنابراین مناسب‌ترین نقطه با استفاده از تکنیک PROMETHEE IV نقطه (۱/۵، ۱/۵) است.



شکل ۹. جریان خالص گزینه‌ها با احتساب وزن معیارها و تابع ارجحیت خطی

تابع ارجحیت خطی با ناحیه بی‌تفاوتی با پارامترهای $p = 0.2$, $q = 0.1$

نتایج به‌دست آمده به‌ازای مثال بالا را با درنظر گرفتن وزن‌های $w_1 = 0.05, w_2 = 0.35, w_3 = 0.2, w_4 = 0.4$ در شکل ۱۰ نشان داده‌ایم.



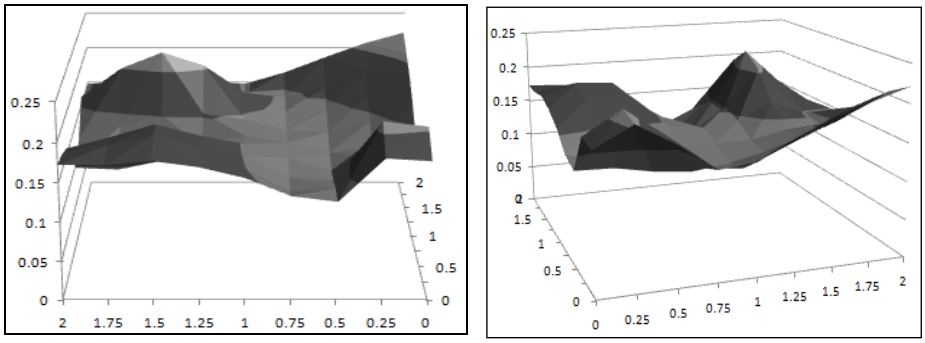
شکل ۱۰. جریان خالص گزینه‌ها با احتساب وزن معیارها و تابع ارجحیت خطی با ناحیه بی‌تفاوتی

همان‌طور که مشخص است بهترین نقطه با بیشترین جریان خالص غیررتبه‌ای، نقطه (۱/۲۵، ۱/۵) است که جریان خالصی به اندازه ۰/۳۶۸ دارد؛ بنابراین مناسب‌ترین نقطه با استفاده از تکنیک PROMETHEE IV، نقطه (۱/۲۵، ۱/۵) است.

حل مثال با استفاده از LINMAP. تکنیک LINMAP یک تکنیک تعاملی است و برای رتبه‌بندی گزینه‌ها از اطلاعات معیارهای تصمیم و ارجحیت تصمیم‌گیرنده درمورد گزینه‌ها (بردار S) استفاده می‌کند. جواب (W^*, X^*) به‌دست آمده از تکنیک LINMAP و میزان عدم تطابق کل (مقدار تابع هدف) به ارجحیت تصمیم‌گیرنده درمورد گزینه‌ها (بردار S) وابسته است. درادامه، بردار S با استفاده از دو روش، تابع ارجحیت پیوسته (Fs) و محاسبه مقادیر W'_{kl} و W'_{lk}، تعیین و تکنیک LINMAP پیاده‌سازی شده است.

محاسبه بردار S با استفاده از تابع ارجحیت پیوسته (Fs). در مثال بالا، مدل برنامه‌ریزی خطی برای حداقل‌سازی عدم تطابق‌ها با ۳۳۱۶ محدودیت و۳۳۱۴ متغیر تصمیم در نرم‌افزار lingo حل و جواب ایده‌آل تعیین شده است. نمودار فاصله اقلیدسی مجموعه پیوسته گزینه‌ها از

راه‌حل ایده‌آل را در شکل ۱۱ نشان داده‌ایم. برای وضوح بیشتر، نمودار را از دو نمای مختلف نمایش داده‌ایم.

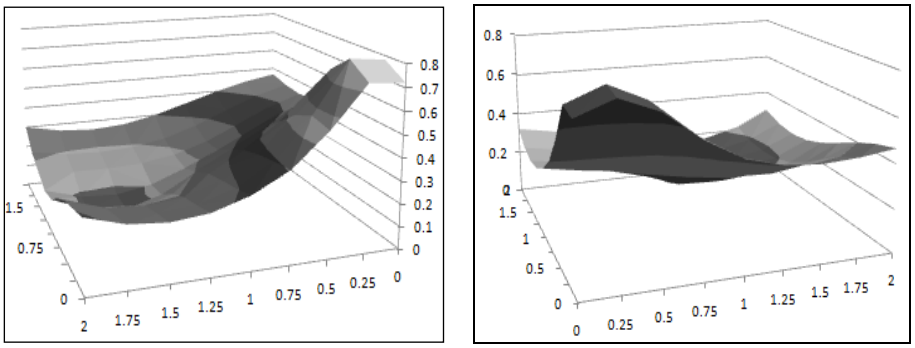


شکل۱۱. فاصله اقلیدسی گزینه‌ها از جواب ایده‌آل

براساس روش LINMAP، گزینه‌ای که کمترین فاصله با گزینه ایده‌آل را داشته باشد، مناسب‌ترین گزینه است؛ بنابراین بهترین مکان در نقطه (۱، ۱/۷۵) قرار دارد و این نقاط بالاترین اولویت را نسبت به سایر گزینه‌ها دارند.

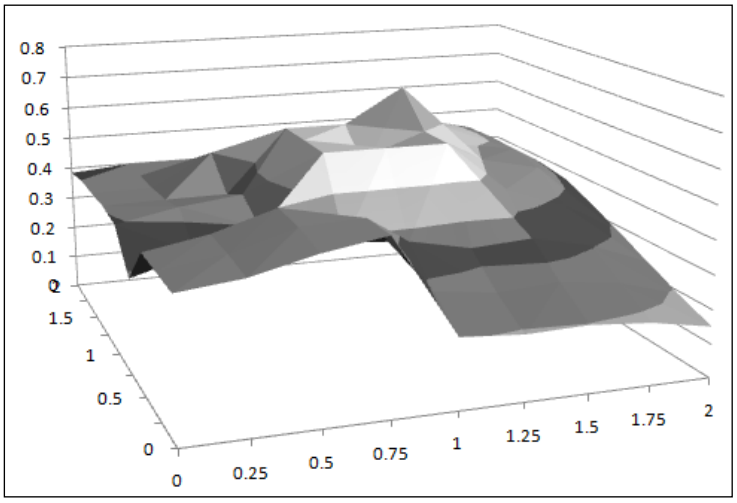
محاسبه بردار S با استفاده از محاسبه مقادیر W'_{kl} و W'_{lk}. در مثال بالا، مدل برنامه‌ریزی خطی برای حداقل‌سازی عدم تطابق‌ها با ۳۲۵۰ محدودیت و ۳۲۴۸ متغیر تصمیم در نرم‌افزار lingo حل و جواب ایده‌آل تعیین شد. نمودار فاصله اقلیدسی مجموعه پیوسته گزینه‌ها از راه‌حل ایده‌آل را در شکل ۱۲ نشان داده‌ایم. برای وضوح بیشتر، نمودار را از دو نمای مختلف نمایش داده‌ایم.

بر اساس روش LINMAP، گزینه‌ای که کمترین فاصله را با گزینه ایده‌آل داشته باشد، مناسب‌ترین گزینه است؛ بنابراین بهترین مکان در نقطه (۱، ۱/۵۰) قرار دارد و این نقطه بالاترین اولویت را نسبت به سایر گزینه‌ها دارد.



شکل ۱۲. فاصله اقلیدسی گزینه‌ها از نقطه ایده‌آل

حل مثال با استفاده از سیستم‌های استنتاج فازی. معیارهای چهارگانه به‌عنوان متغیرهای ورودی و ارجحیت انتخاب به‌عنوان متغیر خروجی درنظر گرفته شده‌اند. توابع عضویت مربوط به ورودی‌ها و خروجی، به‌صورت توابع مثلثی و با توجه به وزن معیارها تعریف شد. در مرحله بعد، ۳۰ قانون اگر-آنگاه فازی روی معیارهای ورودی و خروجی تعریف و سیستم استنتاج فازی ممدانی تبیین شد. با توجه به ورودی‌های داده‌شده (ارجحیت هر پنج معیار در نقاط مختلف صفحه دوبعدی گزینه‌ها) و همچنینبا درنظر گرفتن وزن معیارها، خروجی مربوطه که همان ارجحیت بهترین مکان است، به‌صورت شکل ۱۳ است.



شکل ۱۳. ارجحیت نقاط براساس FIS

براساس روش سیستم‌های استنتاج فازی، بالاترین ارجحیت، متعلق به نقطه (۱/۲۵، ۱/۲۵) است. پاسخ به‌دست آمده از این روش، به پاسخ سایر روش‌ها نزدیک است.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در جهان کنونی، تصمیم‌گیری به یکی از مهم‌ترین نیازهای هر فرد یا سازمان تبدیل شده است و به‌تبع آن، تکنیک‌های جدیدی در حال ابداع هستند که هدف آن‌ها ساده‌تر و دقیق‌تر کردن این فرآیند است. تاکنون از تکنیک‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره در حالت گسسته استفاده شده است. در این حالت، چند گزینه ازپیش‌تعیین‌شده با توجه به چند معیار مورد ارزیابی قرار گرفته و گزینه برتر یا همان پاسخ مسئله به‌دست آمده است. در این مقاله، به بررسی و تشریح روش‌های PROMETHEE-IV، LINMAP و FIS در حالت پیوسته پرداخته شد که در آن به‌جای چند گزینه گسسته و مجزا، یک زیرمجموعه از اعداد حقیقی را به‌عنوان مجموعه گزینه‌ها درنظر گرفته شد. به‌منظور بررسی اثربخشی روش‌های ارائه‌شده، به بررسی مسائل تصمیم‌گیری پیوسته در فضای دوبعدی (گزینه‌ها در یک صفحه (فضای R^2) قرار دارند) پرداخته شد که این یکی از جنبه‌های نوآوری پژوهش حاضر است. معیارهای مورد بررسی به‌صورت توابع پیوسته سه‌بعدی به‌شکل $F_j(x,y)$, $j=1,2,3,4$ ارائه شد که براساس نظر تصمیم‌گیرنده پیرامون ارجحیت نقاط موجود در فضای پیوسته تصمیم، در نرم‌افزار MATLAB ترسیم شد و مراحل مختلف سه روش ذکرشده براساس اطلاعات معیارها اجرا شد. براساس نتایج به‌دست آمده، با استفاده از تکنیک PROMETHEE بهترین نقطه با بیشترین جریان خالص غیررتبه‌ای، نقطه (۱/۲۵، ۱/۵) است که جریان خالصی به اندازه ۳۶۸/. دارد.براساس روش LINMAP، گزینه‌ای که کمترین فاصله با گزینه ایده‌آل را داشته باشد، مناسب‌ترین گزینه است؛ بنابراین بهترین مکان در نقطه (۱/۵۰،۱) قرار دارد و این نقطه بالاترین اولویت را نسبت به سایر گزینه‌ها دارد. همچنین براساس روش سیستم‌های استنتاج فازی، بالاترین ارجحیت به نقطه (۱/۲۵، ۱/۲۵) متعلق است که براساس وزن‌های تخصیص داده‌شده به معیارها و قوانین فازی، مناسب‌ترین نقطه محسوب می‌شود. پاسخ به‌دست آمده از این روش‌ها بسیار به هم نزدیک است؛ بنابراین مقایسه نتایج به‌دست آمده از تکنیک‌های مطرح‌شده، اعتبار و قابلیت کاربرد این روش‌ها را در مسائل چندمعیاره پیوسته نشان می‌دهد. به‌عنوان نمونه‌ای از مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره پیوسته، می‌توانیم به مسئله مکان‌یابی جایگاه‌های سوخت، خدمات رفاهی و ... در طول یک جاده (مکان‌یابی نقطه در خط) و یا مکان‌یابی تأسیسات شهری، ایستگاه دفن زباله و ... در سطح یک شهر و یا ناحیه (مکان‌یابی نقطه در صفحه) اشاره کرد. ترکیب تکنیک‌های MADM و اطلاعات حاصل از نقشه‌های هوایی برای کاربردهای شهری و همچنین مسئله تعیین بهترین مکان برای احداث جاده و یا خط راه‌آهن به‌عنوان مسائل چندمعیاره پیوسته (مکان خط در صفحه)، موضوعاتی هستند که در تحقیقات بعدی می‌توان بررسی کرد.

منابع

1. Alemi, M., Jalalifar, H., Kamali, Gh.R., Kalbasi, M and PEDEC Research & Development. (2011). "A mathematical estimation for artificial lift systems selection based on ELECTRE model". Journal of Petroleum Science and Engineering, Vol. *78*, 193-200.

2. Barros, M. T. L., Tsai, F. T. C., Yang, S., Lopes, J. E. G., & Yeh, W. W. G. (2003)."Optimisation of large-scale hydropower system operations." *Journal of WaterResources Planning and Management, 129(3),* 178-188 .

3. Boucher, TO. and Mcstravic, EL. (1991). "Multi-attribute evaluation within a present framework & its relation to the analytic hierarchy process". *The Engineering Economist, 37,* 55-71.

4. Bowman, V. J., & Colantoni, C. S. (1973). Majority rule under transitivityconstraints. *Management Science, 19(9),* 1029-1041.

5. Brans, J. P, Mareschal, B., & Vincke, P. (1984). PROMETHEE: A new family of outranking methods in multicriteria analysis (No. 2013/9305). ULB--Universite Libre de Bruxelles.

6. Brans, J. P., & Mareschal, B. (1990). The PROMCALC, GAIA andBANKADVISER software. Readings in Multiple Criteria Decision Aid, C.Bana e Costa, ed., Springer-Verlag.

7. Brans, J. P., Mareschal, B., and Vincke, P. (1986). How to select and how to rankprojects: The PROMETHEE method. *European Journal of OperationalResearch, 24,* 228-238.

8. Cambron, KE. and Evans, GW. (1991). Layout design using the analytic hierarchy process. Computers and Industrial Engineering, *20 (2),* 221-229.

9. Chen, S. and Hwang, C. (1992). Fuzzy multiple attribute decision making: methods and applications. Lecture notes in economics and mathematical systems. Springer, Berlin.

10. Condorcet, J. M., and Marquis De. (1785). *Essay on the application of analysis to theprobability of decisions made by a plurality of voices*, Imprimerie Royale, Paris.

11. Eshragh, F. T., & E. H. Mamdani. A general approach to linguistic approximation. International Journal of Man-Machine Studies 11.4 (۱۹۸۱): 501-519.

12. Georgopoulou, E., Sarafidis, Y., and Diakoulaki, D. (1998). Design andimplementation of a group DSS for sustaining renewable energies exploitation. *European Journal of Operational Research*, *109*, 483-500.

13. Gershon, M., Duckstein, L., and McAniff, R. (1982). Multiobjective river basinplanning with qualitative criteria. *Water Resources Research*, 18(2), 193-202.

14. Hadi-Vencheh, A., & Mokhtarian, M. N. (2011). A new fuzzy MCDM approach based on centroid of fuzzy numbers. Expert Systems with Applications, *38(5),* 5226-5230.

15. Hinloopen, E., Nijkamp, P., and Rietveld, P. (1983). The REGIME method: a newmulticriteria technique. Essays and surveys on multiple criteria decisionmaking, P. Hansen, ed., Springer, 146-155.

16. Hwang, C., and Yoon, K. (1981). *Multiple attribute decision making methods andapplications survey*, Springer.

17. Janssen, R. (2001). On the use of multi-criteria analysis in environmental impactassessment in The Netherlands. *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, *10*, 101-109.

18. Keeny, R. L., and Raiffa, H. (1976). *Decisions with multiple objectives: Preferencesand value trade-offs*, Wiley, UK.

19. Kepner, C. H., and Tregoe, B. B. (1965). *The rational manager: A systematic approachto problem solving and decision making*, Mc Graw-Hill, New-York.

20. Kodikara, P. N. (2008). Multi-objective optimal operation of urban water supply systems (Doctoral dissertation, Victoria University, Australia).

21. Korhonen, P., Moskowitz, H. and Wallenius, J. (1992). Multiple criteria decision support—a review". *Eur. J. Oper. Res*, 63, pp. 361-375.

22. Li, D. F., & Yang, J. B. (2004). Fuzzy linear programming technique for multiattribute group decision making in fuzzy environments. *Information Sciences, 158*, 263-275.

23. Li, D. F., Chen, G. H., & Huang, Z. G. (2010). Linear programming method for multiattribute group decision making using IF sets. *Information Sciences,180(9)*, 1591-1609.

24. Lofti, V., Stewart, T. J., and Zionts, S. (1992). An Aspiration -level interactive modelfor multiple criteria decision making. *Computers and Operations Research, 19(7)*, 671-681.

25. Martel, J. M., and Thomassin, D. (1990). Multicriterion aid to make a schedule of a surgicalsuite. *Nineth International Conference on Multiple Criteria Decision Making:Thoery and Applications in Business, Industry and Government*, Fairfax,Virginia, 269-282.

26. Matarazzo, B. (1986). Multicriterion analysis of preferences by means of pairwiseactions and criterion comparisons. *Applied Mathematics and Computations*, *18*, 119-141.

27. Perlot, M. (1997). A common framework for describing some outranking methods. *Journal of Multicriteria Decision Analysis*, *6*, 86-92.

28. Pourjavad, E. and Shirouyehzad, H. (2011). A MCDM Approach for Prioritizing Production Lines: A Case Study. *International Journal of Business and Management, 6(10),* 221-229.

29. Putrus, P. (1990). Accounting for intangibles in integrated manufacturing (non-financial justification based on the analytic hierarchy process). *Information Strategy*, *6*, 25-30.

30. Rhodes, J. R., McAlpine, C. A., Lunney, D., & Callaghan, J. (2005). Evaluating naturalresource management strategies under parameter uncertainty: an outrankingapproach applied to koala conservation. International Congress on Modellingand Simulation - Advances and Applications for Management and DecisionMaking, Melbourne, 2540-2546.

31. Rogers, M. G., and Bruen, M. P, (1997). Using ELECTRE to an option choice problem withinan environmental appraisal - Three case studies from the Republic of Ireland. International Conference on Methods and Applications of Multicriteria DecisionMaking, Mons, Belgium.

32. Rogers, M., Breen, M., and Maystre, L. (2000a). Choosing the best waste incenerationstrategy for the Eastern Switzerland region. ELECTRE and Decision Support, Kluwer, 133-161.

33. Roubens, M. (1982). Preference relation in actions and criteria in multicriteria decisionmaking. European *Journal of Operational Research*, *10*, 51-55.

34. Roy, B. (1968). Classement et choix en présence de point de vue multiples: Leméthode ELECTRE. *Revue Francaise d'Informatique et de RechercheOpérationnelle, (8),* 57-75.

35. Roy, B. (1990). "The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods."Readings in multiple criteria decision aid, C. A. Bana e Costa, ed., Springer-Verlag, Berlin, 155-183.

36. Spengler, T., Geldermann, J., Hahre, A., Sieverdingbeck, A., & Rentz, O. (1998)."Development of a multiple criteria based decision support system forenvironmental assessment of recycling measures in the iron and steel making industry." *Journal of Cleaner Production*, *6*, 37-52.

37. Srinivasan, V., & Shocker, A. D. (1973a). Linear programming for multidimensionalanalysis of preferences. *Psychometrika*, *38*, 337-369.

38. Stewart, T.J. (1992). A critical survey of the status of multiple criteria decision making theory and practice. *Omega, 20,* 569-586.

39. Symans, M. D., & Kelly, S. W. (1999). Fuzzy logic control of bridge structures using intelligent semi-active seismic isolation systems. *Earthquake engineering & structural dynamics*, *28*(1), 37-60.

30. Tarighat, A., & Miyamoto, A. (2009). Fuzzy concrete bridge deck condition rating method for practical bridge management system. *Expert Systems with Applications, 36(10),* 12077-12085.

31. Vansnick, J. C. (1986). On the problem of weights in multiple critera decision making,the non-compensatory approach. *European Journal of Operational Research*, *24*, 288-294.

32. Vincke, P. (1992). *Multicriteria decision aid*, Wiley, UK.

Vinodh, S. and Girubha, RJ. (2012). Sustainable concept selection using ELECTRE". Clean Techn Environ Policy, *14,* 651-656.

33. Voogd, H. (1983). *Multicriteria evaluation for urban and regional planning*, Pion, London.

34. Wabalickis, RN. (1988). Justification of FMS with the analytic hierarchy process. *Journal of Manufacturing Systems*, *17*, 175-182.

35. Wan, S. P., & Li, D. F. (2012). Fuzzy LINMAP approach to heterogeneous MADM considering comparisons of alternatives with hesitation degrees.Omega

36. Yoon, K. and Hwang, C. (1995). Multiple attribute decision making. Springer, Heidelberg.

37. Pomerol, J. C., & Barba-Romero, S. (2000). *Multi-criterion decisions in management:Principles and practice*, Kluwer, Massachusetts, USA.

38. Wang, W., & Liu, X. (2013). An Extended LINMAP Method for Multi-Attribute Group Decision Making under Interval-Valued Intuitionistic Fuzzy Environment.Procedia Computer Science, *17*, 490-497.

39. Zelany, M. (1982). *Multiple criteria decision making*, McGraw-Hill, USA.

40. Zoints, S. (1990). The state of multiple criteria decision making: Past, present andfuture." Proceedings of the Ninth International Conference on MCDM: Theoryand applications in business, industry and government, A. Goicoechea, S.Duckstein, and S. Zoints, eds., Springer-Verlag, New-York, 33-44.