چشم‌انداز مدیریت صنعتی
شماره ۱۶ ـ زمستان ۱۳۹۳
ص‌ص ۱۳۴ – ۱۱۷

ارائه یک مدل ریاضی به‌منظور حل مسئله چندهدفه انتخاب استراتژی تخصیص اجزای مازاد با هدف بیشینه‌سازی قابلیت اطمینان برای سیستم‌های K از N

مقصود امیری*، سهیل عزیزی بروجردی، سید حامد پوربخش*****

چکیده

در این مقاله، یک مسئله تخصیص اجزای مازاد (RAP) با هدف بیشینه‌سازی قابلیت اطمینان و کمینه‌سازی هزینه‌های سیستم برای یک سیستم K از N بررسی می‌شود. در هر زیرسیستم ازبین استراتژی‌های جزتکی، اجزای موازی و اجزای آماده‌به‌کار سرد باید یک استراتژی انتخاب شود. همچنین، محدودیت‌های وزن و حجم قطعات نیز در طراحی این سیستم باید رعایت شوند. هر زیرسیستم باید حداقل K قطعه برای فعال شدن داشته باشد. برای حل مدل ارائه‌شده، پس از تشکیل کروموزوم اولیه، چهار الگوریتم متاهیوریستیک چندهدفه (MODE، NSGA-II، MOICA وPESA-II) بررسی شدند. الگوریتم‌های مذکور، به دو روش C (L,B) و تاپسیس با یکدیگر مقایسه شدند و پس از انجام بررسی‌ها، الگوریتم NSGA IIبه‌عنوان الگوریتم برتر انتخاب و استفاده شد. درپایان، با بررسی جواب نهایی ارائه‌شده توسط الگوریتم‌ها در وزن‌های مختلف داده‌شده به توابع هدف توسط تاپسیس مشخص شد که بهترین جواب‌ها با بیشترین قابلیت اطمینان و کمترین هزینه، به استفاده بیشتر از استراتژی اجزای آماده‌به‌کار سرد مربوط است. درنتیجه، پیکربندی قطعات بیشتر به‌صورت اجزای آماده‌به‌کار سرد و ترکیب با استراتژی موازی یا تکی می‌تواند شرایط بهتری را برای سیستم فراهم کند.

کلیدواژه‌ها: مسئله تخصیص اجزای مازاد؛ قابلیت اطمینان؛ بهینه‌سازی چندهدفه؛ مجموعه جواب پارتو؛ سیستم‌های K از N.

تاریخ دریافت مقاله: ۹۳/۷/۴، تاریخ پذیرش مقاله: ۹۳/۱۱/۲۳.

* استاد، دانشگاه علامه طباطبائی (نویسنده مسئول)

E-mail: Amiri@atu.ac.ir

** دانشجوی دکتری، دانشگاه علامه طباطبائی.

*** دانشجوی دکتری، دانشگاه علامه طباطبائی.

۱. مقدمه

قابلیت اطمینان (احتمال اینکه یک محصول یا سیستم درطول دوره عمر خود بدون خرابی به کار خود ادامه دهد) در سال‌های اخیر با افزایش پیچیدگی و ظهور صنایع با تکنولوژی بالا، در کانون توجه قرار گرفته است؛ زیرا از کار افتادن سیستم‌های مذکور تبعات سنگین مالی و گاهی جانی را درپی خواهد داشت. همچنین، سیستم‌های زیادی وجود دارند که در آن‌ها رسیدن به سطح معین از قابلیت اطمینان در محصولات، از خواسته‌ها و انتظارات مشتریان به‌شمار می‌رود. ازجمله این موارد می‌توان به طراحی شبکه‌های کامپیوتری، سرورها، روترها و ... ، به‌منظور رسیدن به سطح خاصی از قابلیت اطمینان با هزینه مشخص اشاره کرد؛ بنابراین، طراحان سیستم‌ها به‌دنبال شناسایی راهکارهایی درجهت بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم‌های مختلف هستند. در همین راستا، استراتژی تعیین تعداد عناصر در سیستم‌های مختلف و نحوه چیدمان و به‌کارگیری اجزاء، یکی از تصمیمات تأثیرگذار خواهد بود.

۲. مبانی نظری و پیشینه پژوهش

یکی از مهم‌ترین روش‌ها برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم‌ها استفاده از اجزای مازاد است. یک مسئله شناخته‌شده و پیچیده در مهندسی قابلیت اطمینان، مسئله تخصیص اجزای مازاد یا افزونگی[1] است. مسئله RAP به انتخاب یک پیکره‌بندی قابل اجرا در سیستم‌ها به‌منظور بهینه‌سازی یک شاخص عملیاتی (شامل قابلیت اطمینان، هزینه، متوسط طول عمر و ...) اشاره دارد [۲۹] که ایجاد یک موازنه بین عملکرد سیستم و منابع دردسترس یکی از نکات اصلی در حل مسائل در این زمینه خواهد بود.

مسئله تخصیص اجزای مازاد (RAP) یک مسئله با حل مشکل (NP-hard) است [۵]؛ درنتیجه تکنیک‌های مختلف ریاضی و بهینه‌سازی در حل این‌گونه مسائل به‌کار می‌رود و محققان در دهه‌های اخیر روش‌های گوناگون مازادسازی به‌منظور رسیدن به ایمنی و دوام بهینه محصولات را گسترش داده‌اند. ازجمله روش‌های به‌کاررفته، متدهای دقیق ریاضی مانند برنامه‌ریزی پویا، برنامه‌ریزی عددصحیح و برنامه‌ریزی مختلط غیرخطی و عددصحیح هستند. ناکاگاوا یک سیستم K از N را به‌منظور تعیین تعداد بهینه اجزا و همچنین زمان بهینه تعویض اجزا قبل از کار افتادن سیستم با هدف کمینه کردن هزینه بررسی کرد [۳۱]. سویچ و پاترسن و فام مدل‌هایی را برای بهینه‌سازی قابلیت اطمینان و با هدف حداقل کردن هزینه کل سیستم ارائه کردند [۳۷]. ختاب و همکاران سیستم‌های K از N با اجزای غیرمشابه و با اولویت‌های تعمیر را بررسی کردند [۱۷]. سوکتیپ و همکاران مسئله بهینه‌سازی قابلیت اطمینان سیستم K

1. RAP- redundancy allocation problems

از N را در حالتی که K یک متغیر تصمیم باشند، ارائه نمودند [۳۶]. آریلماز میانگین عمر باقیمانده در سیستم K از N با یک جزء آماده‌به‌کار سرد را بررسی کرد [۱۵]. آماری با استفاده از مفهوم فرآیندهای شمارشی یک روش ارزیابی قابلیت اطمینان برای سیستم‌های K از N آماده‌به‌کار سرد با توزیع گاما را ارائه کرد [۳]. از تحقیقات انجام‌شده دیگر درزمینه ساختار K از N می‌توان به پژوهش‌های زایتسوا و همکاران [۴۱]، اونیشی و همکاران[۳۲] و ونگ و همکاران [۴۰] اشاره کرد.

با توجه به NP-hard بودن مسئله RAP با افزایش ابعاد مسئله، روش‌های دقیق ریاضی کارکرد مناسبی در حل مسائل مزبور نخواهند داشت؛ بنابراین در بسیاری از تحقیقات، روش‌های فراابتکاری نظیر بهینه‌سازی الگوریتم کلونی مورچگان (ACO) [۲۲و۳۵و۱۶و۱۷و۲۴و۴۲]، الگوریتم ژنتیک (GA) [۱۱ و ۶]، الگوریتم شبیه‌سازی تبریدشده [۳۴]، جست‌وجوی ممنوعه [۱۷] و [۱۹]، شبکه عصبی هیبریدی (NN)، الگوریتم کلونی مورچگان هیبریدی با جست‌وجوی ممنوعه [۳۰]، الگوریتم کلونی مورچگان با سقف تخریب [۳۳]، الگوریتم دلبوج (GDA) [۲۱] و الگوریتم جست‌وجوی همسایگی متغیر (VNS) و متغیرهای آن [۴۲، ۲۵] به‌کار رفته است. همان‌طور که اشاره شد، کویت و اسمیت قابلیت اعتماد سیستم‌های سری- موازی را با کاربرد الگوریتم ژنتیک بهینه ساخته‌اند؛ به این ترتیب که با تعریف بیشینه‌سازی قابلیت اعتماد به‌عنوان تابع هدف و محدودیت‌هایی مانند انواع اجزای به‌کاررفته در سیستم، هزینه، وزن و یا حداکثر سطح مجاز برای اجزای اضافی درنظرگرفته‌شده برای سیستم، الگوریتم ابتکاری ژنتیک را برای تحلیل و تعیین ساختار و ترکیب بهینه برای سیستم‌های سری- موازی توسعه داده‌اند[۶]. همچنین، کویت و همکاران با استفاده از روش جست‌وجوی ممنوعه، مسئله تخصیص اجزای مازاد را بهینه‌سازی و نتایج را با روش‌های برنامه‌ریزی عددصحیح و الگوریتم ژنتیک مقایسه کردند که برتری روش جست‌وجوی ممنوعه درمقایسه با سایر روش‌ها نشان داده شده است [۷]. لیانگ و لو در سال ۲۰۱۰ الگوریتم ابتکاری جست‌وجوی همسایگی متغیر (VNS) را برای حل مسئله چندهدفه تخصیص اجزای مازاد گسترش دادند (MOVNS) که نتایج با سه سری از موارد سیستم‌های پیچیده مقایسه شد و نتایج بهتری به‌دست آمد [۲۰].

چندهدفه بودن مدل بهینه‌سازی موجب می‌شود که چندین جواب بهینه برای مسئله یافت شود که درحقیقت هیچ‌یک بر دیگری برتری ندارند. این جواب‌ها «مجموعه جواب‌های پاره تو» نامیده می‌شوند. در سال‌های اخیر، مجموعه‌ای از الگوریتم‌ها برای انتخاب نهایی بهترین جواب ازمیان این مجموعه جواب ارائه شده‌اند. الگوریتم‌های به‌کاررفته در این مقاله عبارت‌اند از: MODE، MOICA، NSGA-II و PESA –II.

توکلی مقدم و همکاران الگوریتم ژنتیک را برای حل مسائل RAP توسعه دادند[۳۸]. مجذوبی و جهرمی الگوریتم همسایگی متغیر را برای حل مسئله تخصیص مازاد سیستم سری- موازی با انتخاب استراتژی مازاد ارائه کردند [۲]. چمبری و همکاران مدل دوهدفه (حداکثرسازی قابلیت اطمینان و کمینه‌سازی هزینه‌ها) را با استفاده از مدل الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب (NSGA-II) و الگوریتم چندهدفه بهینه‌سازی پرندگان (MOPSO) حل نمودند [۴]. کویت و لیو مدلی را برای حل مسئله تخصیص مازاد سیستم K از N ارائه کردند که در آن، برای هر زیرسیستم از استراتژی مازاد فعال و یا آماده‌به‌کار استفاده شد؛ اما نوع استراتژی مازاد ازقبل مشخص شده بود و در آن انتخاب استراتژی مازاد درنظر گرفته نشده است [۱۰]. همچنین، کویت مدلی را برای حل مسئله تخصیص مازاد یک سیستم سری- موازی با انتخاب استراتژی مازاد با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی عددصحیح ارائه کرد که در آن، تابع خرابی اجزاء از توزیع ارلانگ پیروی می‌کند و سیستم تشخیص خرابی و وضعیت‌دهی همراه با رفع نقص درنظر گرفته شده است[۹].

الگوریتم MODE[1] بر ایجاد بهبود تدریجی و مستمر در حدس اولیه (پاسخ کاندید) استوار است و طبق اصول الگوریتم‌های تکاملی، به یک تابع برازندگی برای مقایسه پاسخ‌ها نیاز دارد. برتری این الگوریتم درمقایسه با روش‌های دیگر حل معادلات حقیقی در این است که این الگوریتم به گرادیان یا شیب تابع نیاز ندارد؛ بنابراین با استفاده از این الگوریتم، بدون وجود هیچ‌گونه اطلاعاتی درمورد نوع تابع، می‌توان یک پاسخ نسبتاً بهینه برای انواع توابع چندبعدی پیوسته/ ناپیوسته، متغیر زمانی و نامنظم به‌دست آورد [۱].

در سال ۲۰۱۲، ونگ و همکاران در مقاله «یک الگوریتم تکاملی تفاضلی برای ارزشیابی خطای سطح»، از الگوریتم ارائه‌شده به‌منظور کمینه‌سازی ارزشیابی منطقه‌ای خطاهای سطح بهره بردند. سپس، رویکردهای محاسباتی تابع هدف خطای دووجهی (سطحی) توسعه یافتند که به‌طور مستقیم از تعریف راه‌حل ناحیه کمینه تولید شدند و با استاندارد ISO مطابقت دارند. درنهایت، نتایج تجربی ارزشیابی‌شده توسط روش‌های مختلف، اثربخشی الگوریتم مطرح‌شده را تأیید کردند. آن‌ها مزیت این الگوریتم را در سادگی و انعطاف‌پذیری خوب آن یافتند [۳۹].

در سال ۲۰۱۳، عنایتی‌فر و همکاران در مقاله «MOICA[2]: یک رویکرد چندهدفه جدید براساس الگوریتم رقابت استعماری»، این متد را به‌عنوان یک رویکرد جدید درمیان الگوریتم‌های تکاملی ارائه کردند. در اینجا، مرتب‌سازی غیرمسلط سریع و روش سیگما برای رتبه‌بندی راه‌حل‌ها به‌کار رفتند. این الگوریتم در شش تابع آزمون معروف مورد آزمون قرار گرفتند و نتایج عددی به‌دست‌آمده بر این دلالت داشتند که الگوریتم MOICA، ازنظر صحت و حفظ یک

1. Multi Objective Differential Evolution
2. Multi Objective Imperialist Competition Algorithm

جمعیت متنوع از راه‌حل‌ها، درمقایسه با سایر الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه، یعنی NSGA-II و MOPSO، به‌صورت قابل توجهی کاراتر است. با درنظر گرفتن زمان محاسباتی نیز الگوریتم پیشنهادی MOICA کمی سریع‌تر از دو الگوریتم مذکور بوده است [۱۴].

NSGA-II[1] یک الگوریتم تکاملی چندهدفه نخبه‌گرا است که براساس مفهوم «عدم تسلط»، مرز پاره تو را تخمین می‌کند. برای دستیابی به مرزهای مختلف پاره تو، یک رویه رتبه‌بندی در هر نسل انجام می‌شود. در حال حاضر، این الگوریتم یکی از راه‌های کارا برای حل مسائل چندهدفه به‌شمار می‌رود. NSGA-II در برخی از مسائل چندهدفه انعطاف‌پذیر کارگاهی نیز مورد اشاره قرار گرفته و در مقالات مختلف به‌کار رفته است [۱۳].

PESA –II[2] یک تکنیک جدید انتخابی برای الگوریتم‌های بهینه‌سازی چندهدفه است که در آن، واحد انتخاب عبارت است از یک هایپرباکس در فضای واقعی. در این تکنیک، به‌جای اختصاص دادن یک تناسب انتخابی به یک فرد، این تناسب به هایپرباکس‌هایی در فضای واقعی اختصاص داده می شود که در حال حاضر به‌وسیله حداقل یک فرد در تخمین کنونی از مرز پاره تو اشغال شده‌اند؛ بنابراین، یک هایپرباکس انتخاب می شود و فردی که درنتیجه این کار انتخاب شده است، به‌صورت رندم از این هایپرباکس برگزیده خواهد شد. این روش انتخاب درمقایسه با روش‌های انتخابی فردمحور، به حصول اطمینان از یک پراکندگی خوب از توسعه درطول مرز پاره تو حساس‌تر است. این روش در یک الگوریتم تکاملی چندهدفه مدرن اجرا شده و عملکرد آن با استفاده از آزمون Deb، از مجموعه تست‌های توابع T مورد آزمون قرار گرفته است. این تکنیک جدید انتخابی نتایجی برتر درمقایسه با سایر روش‌ها، یعنی PAES، PESA و PESA داشته است که هریک از این روش‌ها یک الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه مدرن هستند و پیش از این، به‌منظور بهتر عمل کردن در رویکردهای قدیمی‌تر در مسائل مختلف کشف شده‌اند [۱۲].

در مواقعی که تعداد ساختارهای مورد نظر برای سیستم معدود است و یا فقط یک سیستم خاص برای بهینه‌سازی ساختار و اجزای آن مورد نظر است، می‌توان از روش‌هایی مانند AHP و تاپسیس استفاده کرد. لی و همکاران در سال ۲۰۰۸، برای بهبود شرایط یک سیستم که قبلاً توسط متاس [۲۸] مطرح شده بود، از AHP استفاده کردند؛ اما در حالت عمومی، این‌گونه از مسائل به‌دلیل بی‌شمار بودن حالات و ساختارهای سیستم روش‌هایی مانند برنامه‌ریزی آرمانی، الگوریتم ژنتیک، روش تابع مطلوبیت، بهینه‌یابی پارتو، تابع هدف وزن‌دارشده و ... استفاده می‌شود و تکنیک‌هایی مانند AHP و تاپسیس مناسب نیستند [۲۷].

از دیگر مسائل مطرح درزمینه حل مسائل (RAP)، عدم‌قطعیت میزان قابلیت اطمینان است. کویت و همکاران در پژوهشی با اشاره به اینکه معمولاً قابلیت اعتماد اجزای سیستم مقداری

1. Nondominated Sorting Genetic Algorithm
2. Pareto Envelope based Selection Algorithm

دقیق و قطعی نیست، رویکردی برای بهینه‌سازی قابلیت اعتماد سیستم در شرایط عدم‌اطمینان میزان قابلیت اعتماد سیستم ارائه کردند. از آنجا که قابلیت اعتماد سیستم قطعی نیست، برآورد آن‌ها مطمح نظر قرار گرفته است و تابع هدف به‌صورت بیشینه‌سازی برآورد قابلیت اعتماد سیستم و کمینه‌سازی واریانس این برآورد تعریف شده است. در این تحقیق، دو مثال (یکی به‌صورت یک سیستم سری- موازی فرضی و دیگری مثالی از شرایط واقعی مربوط به سیستم‌های صوتی) ارائه شده که دارای جواب‌های یکتا نیستند و چند جواب ناچیره دارند که تصمیم‌گیرنده با استفاده از تجربیات خود و یا روش تصمیم‌گیری چندمعیاره مانند AHP، جواب را انتخاب می‌کند [۸]. پیش از این، کویت و جین با نگرشی آماری برآورد قابلیت اعتماد همراه با واریانس آن را درنظر گرفته‌اند. بر این اساس، ممکن است یک سیستم با قابلیت اعتماد بالا سیستم مناسبی نباشد؛ زیرا واریانس بالایی دارد. به این ترتیب، باید در تجزیه و تحلیل‌ها، واریانس قابلیت اعتماد نیز درنظر گرفته شود [۷].

مانند تحقیق کویت، تحقیقات دیگری درزمینه مسئله RAP در حالت چندهدفه انجام شده است. در این شکل از بررسی‌ها، از چند تابع هدف مختلف استفاده شده و معمولاً حداکثرسازی پایایی سیستم به‌عنوان هدف اصلی است. ازجمله این‌گونه تحقیقات می‌توان به تحقیقات ماهاپاترا [۲۶] و لیانگ و چن [۲۳] اشاره کرد. لیانگ و چن سه دسته مختلف از مدل‌سازی مسئله RAP را ارائه کرده‌اند. در مدل اول، دو هدف بیشینه‌سازی پایایی و کمینه‌سازی هزینه‌ها درنظر گرفته شده است. در مدل دوم، یک مقدار حداکثر برای وزن و یک ناحیه مشخص برای تعداد اجزای افزونه برای هر زیرسیستم به مدل اول اضافه شده است. درپایان، در مدل سوم از دو تابع هدف بیشینه‌سازی پایایی و کمینه‌سازی وزن و در بخش محدودیت‌ها از یک حد بالا برای هزینه و یک حد بالا و پایین برای تعداد اجزای اضافه‌شده استفاده شده است.

در این مقاله، مدلی برای انتخاب استراتژی‌های پیکربندی قطعات در یک سیستم سری که شامل چند زیرسیستم است، توسعه داده شده است. مدل‌هایی که در ادبیات تحقیق معرفی شده‌اند، همگی براساس برآورد، میزان قابلیت اطمینان تابع هدف را محاسبه می‌کنند؛ درحالی که نوآوری مدل معرفی‌شده در این مقاله این است که تابع هدف قابلیت اطمینان مستقیماً ازطریق مدل قابل محاسبه است و حتی برای مسائل با اندازه کوچک می‌توان حل دقیق را بررسی کرد. هر زیرسیستم برای فعال بودن به حداقل K قطعه سالم نیاز دارد. در این مدل، امکان پیکربندی قطعات به‌صورت موازی یا آماده‌به‌کار و یا تکی و امکان انتخاب بین چند نوع قطعه در هر زیرسیستم و تعداد بهینه قطعه برای هریک به‌منظور بیشینه‌سازی قابلیت اطمینان کل سیستم و کمینه‌سازی هزینه طراحی شده است. در انتخاب قطعات، محدودیت‌های وزن و حجم نیز درنظر گرفته شده است. از آنجا که طبیعتاً طراحی قطعات با طول عمر بالا (قابلیت اطمینان بالا) دارای

هزینه بیشتری است، دو هدف بیشینه‌سازی قابلیت اطمینان و کمینه‌سازی هزینه درمقابل هم قرار می‌گیرند و درنتیجه می‌توان از تحلیل پارتو برای حل مدل بهره برد؛ بنابراین، چند روش متاهیوریستیک برای حل مسئله تشریح و مقایسه شده‌اند. ادامه مقاله به این صورت بخش‌بندی شده است: در بخش دوم مدل مسئله تشریح می‌شود، در بخش سوم به مدلسازی مساله پرداخته می‌شود. بخش چهارم به روش حل و کروموزوم طراحی‌شده اختصاص دارد و در بخش پنجم نتایج حاصل از حل مدل و مقایسه روش‌های مختلف حل ارائه می‌شود.

۳. روش‌شناسی پژوهش

در این مقاله، سیستمی متشکل از k زیرسیستم درنظر گرفته شده که در هر سیستم، تعدادی قطعه از انواع مختلف قرار می‌گیرند. می‌خواهیم بدانیم که در هر زیرسیستم، از هر نوع قطعه چه تعداد قرار دهیم تا متوسط طول عمر کل سیستم بیشینه و هزینه طراحی سیستم کمینه شود. در هر زیرسیستم، ازبین استراتژی‌های جزتکی، اجزای موازی و اجزای آماده‌به‌کار سرد باید یک استراتژی انتخاب شود. همچنین، محدودیت‌های وزن و حجم قطعات نیز در طراحی این سیستم باید رعایت شوند. هر زیرسیستم برای فعال بودن باید دارای حداقل Ki قطعه باشد.

اندیس‌ها

i: شمارنده زیر سیستم

j: شمارنده تعداد قطعه

l: شمارنده تعداد قطعات برای زیرسیستم موازی

پارامترها

λ_{ij}: نرخ خرابی قطعه jم در زیرسیستم iم

n_i: تعداد قطعه زیرسیستم iم

c_{ij}: هزینه به‌کارگیری قطعه jم در زیرسیستم iم

W_{ij}: وزن قطعه jم در زیرسیستم iم

V_{ij}: حجم قطعه jم در زیرسیستم iم

K_i: حداقل تعداد قطعه در هر زیرسیستم

M_0: مقدار مثبت بزرگ

p: احتمال کارکرد کلید در زیرسیستم Stand By

متغیرهای تصمیم

X_{ij} : متغیر تصمیم تعداد قطعه jم در زیرسیستم iم

y_{ij} : متغیر تصمیم ۰ یا ۱ درمورد انتخاب قطعه jم در زیرسیستم iم

Z_{i1} : متغیر تصمیم انتخاب استراتژی (موازی، آماده‌به‌کار، جزء تکی)

۱

$$MaxR = \prod_{i=1}^{k}\left[e^{-k_i\lambda_i t} \sum_{x=0}^{n_c-k_i}\frac{(p_i k_i \lambda_i t)^x}{x_i}\right]^{Z_{i1}} \times \left[\sum_{x_i=k_i}^{ni}\binom{n_i}{x_i}(e^{-\lambda_i t})^{x_i}(1-e^{-\lambda_i t})^{n_i-x_i}\right]\times (e^{-\lambda_{ii}})^{Z_{i3}}$$

۲

$$Minc = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m_i}(c_{ij}\, x_{ij})$$

S.T.

۳

$$\sum_{j=1}^{m_i} y_{ij} = 1$$

۴

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{m_i} \lambda_{ij} y_{ij} \quad i = 1/2/.../k$$

۵

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m_i} W_{ij}\, X_{ij} \le W_0$$

۶

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{m_i} V_{ij}\, X_{ij} \le V_0$$

۷

$$n_i = \sum_{i=1}^{mi} X_{ij} \ge 1$$

۸

$$n_i = \sum_{j=۱}^{m_i} x_{ij} \ge k_i$$

۹

$$0 \le X_{ij} \le M_0 y_{ij} \quad y_{ij} = 0 \text{ or } 1$$

۱۰

$$Z_{i1} + Z_{i2} + Z_{i3} = 1 \quad Z_{i1} = 0 \text{ or } 1$$

تابع هدف ۱ تابع هدف محاسبه قابلیت اطمینان برای سه حالت استراتژی موازی، آماده‌به‌کار و جزء تکی است. تابع هدف ۲ تابع هدف محاسبه هزینه سیستم است. محدودیت ۳ و ۴ انتخاب یک قطعه برای هر زیرسیستم i را تضمین می‌کند. محدودیت ۵ محدودیت وزن هر زیرسیستم و محدودیت ۶ محدودیت حجم هر زیرسیستم است. محدودیت ۷ تعداد قطعه انتخابی n_i برای هر زیرسیستم را تعیین می‌کند. محدودیت ۸ داشتن حداقل K_i قطعه را برای هر زیرسیستم تضمین می‌کند. محدودیت ۹ به‌منظور داشتن جواب امکان‌پذیر مسئله است (وقتی $y_{ij} = 0$ باشد، X_{ij} نیز باید صفر باشد). محدودیت ۱۰ انتخاب یک استراتژی برای هر زیرسیستم را بیان می‌کند.

٤. تحلیل داده‌ها و یافته‌های پژوهش

برای حل مدل از ۴ الگوریتم متاهیوریستیک بهره بردیم؛ الگوریتم‌های MOICA و SGAII (بررسی‌شده در ادبیات موضوع) و الگوریتم‌های PESAII و MODE . با توجه به استفاده از روش‌های متاهیوریستیک کروموزوم شکل ۱ برای تولید راه‌حل در همه الگوریتم‌ها استفاده شده است. برای حل و تنظیم پارامتر مسائل تصادفی مطابق جدول ۱ تولید و الگوریتم‌ها بر روی آن‌ها اجرا شده است. مهم‌ترین پارامتر بررسی‌شده در این مقاله تعداد جمعیت هر نسل الگوریتم است که از شاخص متریک ارائه‌شده در مقاله زیزلر و تیله [۴۳] استفاده شده است.

شماره زیرسیستم
نوع استراتژی
نوع قطعه
تعداد

شکل ۱. شکل کروموزوم استفاده‌شده در هر چهار الگوریتم

در این روش، برای هر زیرسیستم یک بردار مانند شکل بالا تولید می‌شود که هر بردار شامل نوع استراتژی، نوع قطعه به‌کاررفته در زیرسیستم و تعداد آن است.

به‌منظور تعیین تعداد اعضای جمعیت، الگوریتم‌ها برای چند مسئله تصادفی و در اندازه‌های مختلف جمعیت اجرا شده است. اگر مجموعه H_i شامل جواب‌های پارتو تولیدشده هربار اجرا برای الگوریتم i باشد، n_{Tot} تعداد جواب پارتو کلی مجموعه H_i و n_{Yi} تعداد جواب پارتو هربار اجرا است؛ بنابراین، نسبت $\frac{n_{yi}}{n_{tot}}$ بیانگر شاخص بدون مقیاس تعداد جمعیت است. نمونه محاسبات برای الگوریتم PESAII در جدول ۲ آمده است.

جدول ۱. پارامترهای اولیه؛ مسائل تصادفی تولیدشده

Parameter	value
Cij	U~[1,10]
Wij	U~[20,50]
Vij	U~[50,150]
Vmax	160,600,1000
Wmax	200,400,600
t	1h
P	U~[0,1]
K	U~[1,10]

جدول ۲. نمونه محاسبات برای الگوریتم *NSGA II*

		Number of populations					
	subsystem*total number of parts	50	60	70	80	90	100
Ms01	8*8	0/35	0/1	0/11	0/13	0/135	0/22
Ms02	10*10	0/85	0/1	0	0	0	0/1
Ms03	10*20	0/38	0/57	0	0/167	0/167	0/1
Ms04	20*25	0/154	0/231	0/154	0/43	0/056	0/231
Ms05	30*35	0/225	0	0	0/61	0/471	0
Ms06	35*20	0/078	0/345	0/5	0/1	0/135	0/174

همان‌طور که در جدول مشخص است، برای مسائل در ابعاد متوسط و کوچک تعداد جمعیت ۵۰ بهتر از بقیه است. همچنین، برای مسائل بزرگ تعداد جمعیت ۸۰ بهتر از بقیه است. به این ترتیب، برای مسائل کوچک و متوسط تعداد جمعیت ۵۰ و برای مسائل بزرگ جمعیت ۸۰ برای اجرای الگوریتم NSGAII پیشنهاد می‌شود. نتایج نهایی برای سایر الگوریتم‌ها مطابق جدول ۳ است.

جدول ۳. نتایج بررسی جمعیت برای سایر الگوریتم‌ها

نام الگوریتم	تعداد جمعیت برای مسائل کوچک و متوسط	تعداد جمعیت برای مسائل بزرگ
MODE	۴۰	۶۰
MOICA	۵۰	۷۰
NSGAII	۵۰	۷۰

تحلیل نتایج. به‌منظور تحلیل نتایج از دو روش C(L,B) و تاپسیس استفاده شده است که درادامه تشریح می‌شوند.

مقیاس C. به‌منظور بررسی کیفیت جواب‌های پارتو تولیدشده توسط الگوریتم‌ها با یکدیگر از این معیار استفاده می‌شود [۴۳]. مقیاس C(L,B) از تقسیم تعداد جواب‌های پارتو مغلوب‌شده الگوریتم B توسط الگوریتم L بر تعداد کل جواب‌های الگوریتم B حاصل می‌شود (رابطه ۱). به‌منظور محاسبه مقیاس C(L,B)، مسئله نمونه با ۸ زیرسیستم و ماکزیمم تعداد قطعه ۱۰ برای کلیه الگوریتم‌ها اجرا شده است.

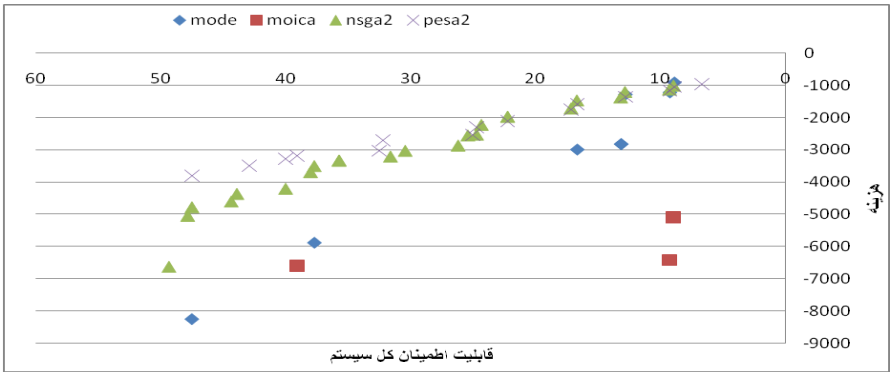
$$c(L,B)=\frac{\left|\{b\in B:\exists h\in L, h>b\}\right|}{|B|} \qquad ۱$$

ماتریس جدول ۴ نتایج حاصل از محاسبه C(L,B) برای مقایسه دوبه‌دو الگوریتم‌ها را نشان می‌دهد. در این ماتریس، ستون نشان‌دهنده الگوریتم L و سطر نشان‌دهنده الگوریتم B است. برای نمونه، سطر سوم ستون چهارم ماتریس نشان‌دهنده C(NSAGAII,PESAII) است که نشان‌دهنده نسبت تعداد جواب‌های مغلوب‌شده الگوریتم PESAII توسط الگوریتم NSGAII است. از آنجا که مقایسه برتری هر الگوریتم زمانی است که در جایگاه L قرار می‌گیرد، ستون آخر این ماتریس میانگین مقیاس C(L,B) هر الگوریتم است (وقتی‌که در جایگاه L است). همان‌طور که در این ستون مشاهده می‌شود، بیشترین اندازه مقیاس مربوط به الگوریتم NSGAIIاست. همچنین، مشاهده می‌شود که الگوریتم MOICA هیچ‌گونه جوابی از سایر الگوریتم‌ها را مغلوب نمی‌کند و این نشان‌دهنده کیفیت پایین این الگوریتم درمقایسه با سایر الگوریتم‌ها برای حل مدل پیشنهادی است.

جدول ۴. نتایج حاصل از محاسبه C(L,B) برای مقایسه دوبه‌دو الگوریتم‌ها

BLL	MODE	MOICA	NSGAII	PESAII	میانگین(C(L,B
MODE	–	۱	۰	۰	۰/۳۳
MOICA	۰	–	۰	۰	۰
NSGAII	۰/۶۶۷	۱	–	۱	۰/۸۵۹
PESAII	۰	۱	۰	۰/۴۳	۰/۴۸

نتایج حاصل از اجرای الگوریتم به‌صورت جواب‌های پارتو کلی در نمودار شکل ۲ نشان داده شده است که به‌صورت گرافیکی نتایج C(L,B) را تأیید می‌کند.



شکل ۲. نمودار جواب‌های پارتو کلی حاصل از اجرای الگوریتم

روش تاپسیس. برای مقایسه الگوریتم‌ها به روش تاپسیس مسئله تصادفی انتخاب‌شده در بخش قبلی..بررسی شده است. در این روش، جواب‌های پارتو تولیدشده برای هر الگوریتم به‌صورت چهار وزن نرمال‌شده (به‌وسیله محاسبه نرمال از جواب‌ها) و سه وزن ۰/۵-۰,۵، ۰/۶- ۰,۴ و همچنین ۰/۷-۰/۳ محاسبه شده است. وزن اول از راست مربوط به تابع هدف MTTF و وزن دوم مربوط به تابع هدف هزینه است. نتایج به‌صورت راه‌حل نهایی انتخاب‌شده برای هر الگوریتم و هر وزن در جدول ۴ و همچنین به‌صورت مشخصات هر راه‌حل (نوع و تعداد استراتژی هر سیستم) در جدول ۵ آمده است.

جدول ۵: راه‌حل نهایی انتخاب‌شده برای هر الگوریتم و هر وزن

	MODE	MOICA	PESA II	NSGA II
وزن نرمال	۰/۰۲۴	۰/۲۴	۰/۲۹	۰/۰۱
	۲۸۸۴	۸۵۹۱	۵۳۲۲	۲۳۱۸
وزن ۱	۰/۶۳	۰/۲۴	۰/۲۹	۰/۵۳
	۸۵۷۱	۸۵۹۱	۵۳۲۲	۴۷۳۶
وزن ۲	۰/۶۳	۰/۲۴	۰/۲۹	۰/۵۳
	۸۵۷۱	۸۵۹۱	۵۳۲۲	۴۷۳۶
وزن ۳	۰/۶۳	۰/۲۴	۰/۲۹	۰/۵۳
	۸۵۷۱	۸۵۹۱	۵۳۲۲	۴۷۳۶

همان‌طور که در جدول ۵ می‌بینیم، بهترین جواب‌های هر الگوریتم براساس وزن‌های مختلف اختصاص داده‌شده به تاپسیس حاصل شده است. جواب‌های MOICA درمقایسه با سایر جواب‌ها مغلوب است؛ بنابراین، چندان کیفیتی ندارد. برای بررسی استراتژی‌های انتخاب‌شده

برای هر زیرسیستم، کد مربوط به نوع و تعداد استراتژی هریک از کروموزوم‌های بهترین جواب در جدول ۵، در جدول ۶ قرار داده شده است.

جدول ۶. بررسی استراتژی‌های انتخاب‌شده برای هر زیرسیستم

	زیرسیستم	MODE	MOICA	PESA II	NSGA II
وزن نرمال	موازی	۳	۲	۴	۱
	آماده‌به‌کار	۵	۱	۲	۵
	تکی	۰	۵	۲	۳
وزن ۱	موازی	۳	۵	۴	۳
	آماده‌به‌کار	۵	۳	۲	۲
	تکی	۰	۰	۲	۴
وزن ۲	موازی	۳	۵	۴	۳
	آماده‌به‌کار	۵	۳	۲	۲
	تکی	۰	۰	۲	۴
وزن ۳	موازی	۳	۵	۴	۳
	آماده‌به‌کار	۵	۳	۲	۲
	تکی	۰	۰	۲	۴

همان‌طور که در جدول ۵ مشاهده می‌شود، استراتژی موازی کمترین راه‌حل‌ها را در جواب نهایی انتخاب‌شده به روش تاپسیس درمیان همه الگوریتم‌ها دارد. با پیگیری این رویکرد برای سایر جواب‌ها، همین نتیجه حاصل می‌شود. از طرفی، بهترین جواب‌ها با بیشترین قابلیت اطمینان و کمترین هزینه به استفاده بیشتر از استراتژی آماده‌به‌کار مربوط است؛ درنتیجه، پیکربندی قطعات به‌صورت بیشتر موازی و ترکیب با استراتژی تکی، شرایط بهتری را برای سیستم فراهم می‌کند.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

این مقاله به‌دنبال پاسخگویی به این پرسش بود که در هر زیرسیستم K از N، از هر نوع قطعه چه تعداد قرار دهیم تا قابلیت اطمینان کل سیستم بیشینه شود و هزینه طراحی سیستم کمینه گردد. در هر زیرسیستم، ازبین استراتژی‌های جزتکی، اجزای موازی و اجزای آماده‌به‌کار سرد، باید یک استراتژی انتخاب شود. همچنین، محدودیت‌های وزن و حجم قطعات نیز در طراحی این سیستم باید رعایت شوند.

برای پاسخگویی به این پرسش، یک مدل جدید برای بیشینه‌سازی قابلیت اطمینان کل سیستم ارائه شد و برای حل این مدل، پس از تشکیل کروموزوم اولیه، چهار الگوریتم متاهیوریستیک چندهدفه (MODE، NSGA-II، MOICA و PESA-II) بررسی شد. الگوریتم‌های مذکور به دو روش C (L,B) و تاپسیس با یکدیگر مقایسه شدند و پس از انجام بررسی‌ها، الگوریتم NSGA II به‌عنوان الگوریتم برتر انتخاب و استفاده شد.

در مرحله بعد، با مقایسه پاسخ‌های نهایی انتخاب‌شده الگوریتم‌ها در وزن‌های مختلف تاپسیس، مشخص شد که استراتژی آماده‌به‌کار کمترین راه‌حل‌ها را در جواب نهایی انتخاب‌شده به روش تاپسیس درمیان همه الگوریتم‌ها دارد. امکان استفاده از چند نوع قطعه در هر زیرسیستم با قابلیت تعمیرپذیری می‌تواند مبنای تحقیقات آینده باشد.

منابع

۱. حمزه، سجاد، توکلی قینانی، علیرضا و دهقانی، مجید (۱۳۹۱)، بکارگیری الگوریتم تکامل تفاضلی فازی چندهدفه در بهره برداری بهینه از ریز شبکه‌ها با در نظر گرفتن اهداف اقتصادی و زیست محیطی، اولین کنفرانس ملی ایده‌های نو در مهندسی برق، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد خوراسگان – اصفهان

۲. مجذوبی، فرشاد و اشراق نیای جهرمی، عبدالحمید (۱۳۸۷). یک روش ابتکاری برای بهبود قابلیت اطمینان در مسائل تخصیص مازاد با استراتژی انتخاب مازاد، ششمین کنفرانس بین المللی مهندسی صنایع، دانشگاه شریف تهران

3. Amari, S. V., (2012). Reliability of k-out-of-n Standby Systems with Gamma Distributions, Reliability and Maintainability Symposium (RAMS), 2012 *Proceedings – Annual, 1-6*.

4. Chambari, A.H., Rahmati, S. H. A., Najafi, A. A., Karimi, A., (2012). A bi-objective model to optimize reliability and cost of system with a choice of redundancy strategies. *Computers & Industrial Engineering, 63, 109–119*.

5. Chern, M. S. (1992). On the computational complexity of reliability redundancy allocation in a series system. *Operations Research Letters, 11, 309–315*

6. Coit, D. W., Smith, A. E. (1996). ReliabilityOptimization of Series-Parallel Systems Using a Genetic Algorithm. *IEEE Transactions on Reliability, 45(2), 1-5*.

7. Coit, D. W., T. Jin, Wattanapongsakorn, N. (*2004).* System Optimization with Component Reliability Estimation Uncertainty: a Multi-Criteria Approach", *IEEE Transactions on Reliability, 53(3),* 369-380.

8. Coit, D., Jin, T., (2001). Multi-Criteria Optimization: Maximization of a System Reliability Estimate and Minimization of the Estimate Variance. *Proceedings of the 2001 European Safety & Reliability International Conf.(ESREL), Turin, Italy 2001*.

9. Coit, D.W., (2003). Maximization of System Reliability with a Choice of Redundancy Strategies. *IIE Transactions, 35 (6), 535-543*

10. Coit, D.W., Liu, J., (2000). System Reliability Optimization with k-out-of-n Subsystems, Inter J. Reliability. *Quality and Safety Eng, 7(2), 129-142*

11. Coit, D.W., Smith, A.E. (1996). Solving the redundancy allocation problem using a combined neural network/ genetic algorithm approach. Comput. *Oper. Res. 23*, 515–526.

12. Corne, D. W., Knowles, J. D. and Oates, M. J. (2000). The Pareto Envelope-based Selection Algorithm for Multi-objective Optimization in Parallel Prolem Solving from Nature. PPSN, Vol.*1Springer Lecture Notes in Computer Science, 869-878.*

13. Deb, K., (2001). Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorthms, Indinan Institute of Technology, Kanpur, India.

14. Enayatifar, R., Yousefi, M., Abdullah, A. H. and Darus, A. N., (2013). MOICA: A novel multi-objective approach based on imperialist competitive algorithm. *Applied Mathematics and Computation, 219(17), 8829-8841*

15. Eryilmaz, S. (2012). On the mean residual life of a k-out-of-n: G system with a single cold standby component. *European Journal of Operational Research, 222, 273–277.*

16. Huang, Y.-C. (2003). Optimization of the series-parallel system with the redundancy allocation problem using a hybrid ant colony algorithm. Master Thesis, *Yuan Ze University: Taiwan, ROC (in Chinese)*

17. Huang, Y.-C., Her, Z.-S., Liang, Y.-C. (2002). Redundancy allocation using meta-heuristics. In: Proceedings of the 4th Asia-Pacific Conference on Industrial Engineering and Management System (APIEMS 2002),pp. 1758–1761. *Taipei, Taiwan, ROC.*

18. Khatab, A., Nahas, N., Nourelfath, M., (2009). Availability of K-out-of-N: G systems with nonidentical components subject to repair priorities, *Reliability Engineering and System Safety, 94,* 142–151.

19. Kulturel-Konak, S., Coit, D.W., Smith, A.E. (2003). Efficiently solving the redundancy allocation problem using tabu search. *IIE Trans. 35,* 515–526.

20. Liang, .Yun-Chia · Lo, .Min-Hua (2010). Multi-objective redundancy allocation optimization using a variable neighborhood search algorithm. *J Heuristics,* 511–535.

21. Liang, Y.C, Chen, Y.C, (2007). Redundancy allocation of series-parallel systems using a variable neighborhood search algorithm. *Reliability Engineering and System Safety, 92,* 323–331.

22. Liang, Y.-C. (2001). Ant colony optimization approach to combinatorial problems. Ph.D. *Dissertation, Auburn University: USA.*

Liang, Y.-C., Lo, M.-H., Chen, Y.-C. (2007). Variable neighborhood search for redundancy allocation problems. IMA J. *Manag. Math, 18,* 135–155

23. Liang, Y.-C., Smith, A.E. (2004). Ant colony optimization algorithm for the redundancy allocation problem (RAP). *IEEE Trans. Reliab. 53,* 417–423.

24. Liang, Y.-C., Wu, C.-C. *(2005).* A variable neighbourhood descent algorithm for the redundancy allocation problem. Ind. *Eng. Manag. Syst. 4,* 109–116.

25. Mahapatra, G. S. (2009). Reliability Optimization of Entropy Based Series-Parallel System Using Global criterion Method.

26. Marseguerra, M., Zio, E., Podofillini, L., Coit, D.W. (*2005).* Optimal Design of Reliable Network Systems in Presence of Uncertainty. *IEEE Transactions on Reliability, 54(2),* 243-253.

27. Mettas, A., (2000). Reliability Allocation and Optimization for Complex Systems. Reliability and Maintainability Symposium, *Proceedi gs. Annual.*

28. Misra, K.B. and Sharma, U. (1991). An efficient algorithm to solve integer programming problems arising in system reliability design. *IEEE Transactions on Reliability, 40,* 81–91.

29. Nahas, N., Nourelfath, M., Ait-Kadi, D. (2007). Coupling ant colony and the degraded ceiling algorithm for the redundancy allocation problem of series-parallel system. Reliab. Eng. Syst. *Saf. 97,* 211–222.

30. Nakagawa, Toshio, (1985). Optimization Problems in k-out-of-n, Systems *IEEE Transactions on Reliability, 34(3),* 248-250.

31. Onishi, J., Kimura, S., James, R.J.W., Nakagawa, Y. (2007). Solving the Redundancy Allocation Problem with a Mix of Components Using the Improved Surrogate Constraint Method, *IEEE Trans. Reliab, 56(1),* 94-101.

32. Ravi, V. (2004). Optimization of complex system reliability by a modified great Deluge algorithm. Asia-Pac. *J.Oper. Res. 21,* 487–497.

33. Ravi, V., Murty, B.S.N., Reddy, P.J. (1997). Nonequilibrium simulated annealing algorithm applied to reliability optimization of complex system. *IEEE Trans. Reliab. 46,* 233–239.

34. Shelokar, P.S., Jayaraman, V.K., Kulkarni, B.D. (2002). Ant algorithm for single and multiobjective reliability optimization problems. Qual. Reliab. Eng. *Int. 18,* 497–514.

35. Sooktip, T, Wattanapongsakorn, N, Coit, D.W. (2011). System reliability optimization with k-out-ofn subsystems and changing k, Reliability, Maintainability and Safety (ICRMS), 9th International Conference, 1382-1387.

36. Suich, R. C. and Patterson, R. L. (1991). K-outof- n: G systems: some cost considerations, *IEEE Trans. Reliab. 40(3),* 259.

37. Tavakkoli-Moghaddam,R. et al.(2007). Reliability optimization of series-parallel systems with a choice of redundancy strategies using a genetic algorithm. *Reliability Eng System Safety, 1(45),* 2221 – 2230.

38. Wang, D. X., Wen, X. L and Wang, F. L, (2012). A Differential Evolutionary Algorithm for Flatness Error Evaluation. *AASRI Procedia, 1, 2012,* 238-243.

39. Wang, Y., Li, L., Huang, S., Chang, Q., (2012). Reliability and covariance estimation of weighted kout- of-n multi-state systems, *European Journal of Operational Research, 221,* 138–147

40. Zaitseva, E., Levashenko, V., Matiaško, K., Puuronen, S.(2005) . Dynamic reliability analysis of the k-out-of-n Multi-State System. *Advances in Safety and Reliability - Proceedings of the European Safety and Reliability Conference, 2079-2086.*

41. Zhao, J.-H., Liu, Z., Dao, M.-T. (2007). Reliability optimization using multiobjective ant colony system approaches. Reliab. *Eng. Syst. Saf. 92*, 109–120.

42. Zitzler, E. and Thiele L., (1999). Multi-objective Evolutionary Algorithms: A Comparative Case Study and the Strength Pareto Approach. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 3(4)*, 257-271.